

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A. $\int f(x)dx = F(x) + C.$

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x).$

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x).$

Câu 2. $\int_0^6 f(x)dx = 12.$ Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx.$

A. $I = 6.$

B. $I = 36.$

C. $I = 2.$

D. $I = 4.$

Câu 3. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t$ (m/s). Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $t = 0$ (giây) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (giây) được tính theo công thức:

A. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt$

B. $s(t) = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t)^2 dt$

C. $s(t) = \left| \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt \right|$

D. $s(t) = v\left(\frac{3\pi}{4}\right) - v(0)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

B. $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $n = (3; 6; -2)$

B. $n = (2; -1; 3)$

C. $n = (-3; -6; -2)$

D. $n = (-2; -1; 3)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(2; -1; -3)$

B. $N(-2; 1; 3)$

C. $P(5; -2; 1)$

D. $Q(-1; 0; 5)$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2; -1; 1), R = 9$

B. $I(-2; 1; -1), R = 3$

C. $I(2; -1; 1), R = 3$

D. $I(-2; 1; -1), R = 9$

Câu 8. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố B khi biến cố A xảy ra được gọi là

A. Xác suất của A .

B. Xác suất của B .

C. Xác suất của B với điều kiện A .

D. Xác suất của biến cố A với điều kiện B .

Câu 9. Cho A và B là hai biến cố, trong đó $P(B) > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

B. $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

C. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

D. $P(B|A) = \frac{P(A)}{P(B)}$

Câu 10. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{5}{6}$

Câu 11. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Câu 12. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng:

A. 0,1875

B. 0,48

C. 0,333

D. 0,95

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$.

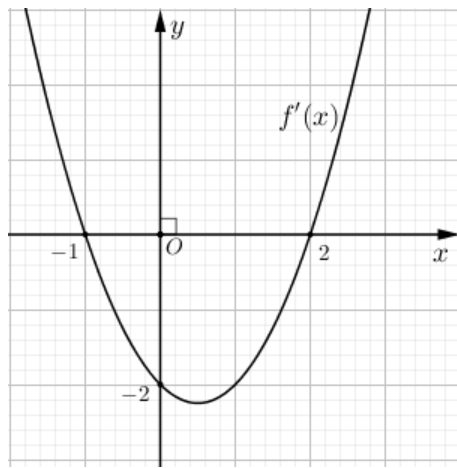
a) $F'(x) = f(x)$.

b) $\int f(x) dx = \int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C$

c) $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$.

d) $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2024) + F(2025) = \frac{2^{2025} - 1}{\ln 2}$

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $f'(x)$, Ox và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ là

$$S = \int_{-1}^2 f'(x) dx$$

b) $f(2) - f(-1) = \frac{9}{2}$

c) $f(-1) > f(3)$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $f'(x)$ và đường thẳng $y = x - 2$ bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 3; -2)$.

a) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $n = (2; 2; -1)$.

b) Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.

c) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$.

d) Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó tổng $T = a - b + 9c = -4$.

Câu 4. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45.

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$.

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội

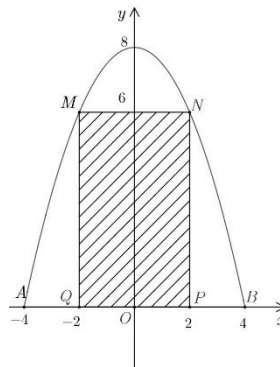
$$\frac{48}{103}.$$

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Giả sử một chất điểm chuyển động với gia tốc tại thời điểm t (giây) được xác định bởi công thức $a(t) = 2t - 1(m/s^2)$. Biết rằng vận tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 2(m/s)$. Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây) bằng bao nhiêu? (Kết quả tính theo m/s và làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Biết rằng $\int_0^1 \frac{2e^{2x} + e^x - 3}{e^x} dx = \frac{m.e^2 + n.e + p}{e}$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó $m + 2n - p$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một chiếc cổng có hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 8 m. Người ta treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất như hình vẽ bên. Ở phần phía ngoài phong người ta mua hoa để trang trí với chi phí 200 000 đồng/m², biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m.



Hỏi số tiền để mua hoa trang trí là bao nhiêu? (Kết quả tính theo đơn vị triệu đồng và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo đơn vị kilomet. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500; -250; 150)$, $B(-200; -200; 100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a; b; c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 5. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{13}{2}$ và ba điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 4; 6)$, $C(-2; 1; 5)$. $M(a; b; c)$ là điểm thay đổi trên (S) sao cho biểu thức $2MA^2 + MB^2 - 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn vào tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật Lí, Hóa học). Biết rằng, nếu học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất học sinh đó đỗ đại học là $0,6$; còn nếu học sinh đó không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	D	A	A	A	A	B	C	A	C	D	A

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	22	-9	3150	3,73	6	0,77

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Giả sử một chất điểm chuyển động với gia tốc tại thời điểm t (giây) được xác định bởi công thức $a(t) = 2t - 1(m/s^2)$. Biết rằng vận tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 2(m/s)$. Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây) bằng bao nhiêu? (Kết quả tính theo m/s và làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp số: 22.

Lời giải

$$v(t) = \int a(t) dt = \int (2t - 1) dt = t^2 - t + C.$$

$$v(0) = 2 \Rightarrow C = 2$$

$$\Rightarrow v(t) = t^2 - t + 2$$

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ là $v(5) = 5^2 - 5 + 2 = 22 m/s$

Câu 2: Biết rằng $\int_0^1 \frac{2e^{2x} + e^x - 3}{e^x} dx = \frac{m.e^2 + n.e + p}{e}$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$). Khi đó $m + 2n - p$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Đáp số: -9.

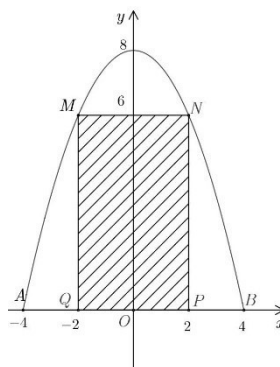
Lời giải

$$\int_0^1 \frac{2e^{2x} + e^x - 3}{e^x} dx = \int_0^1 (2e^x + 1 - 3e^{-x}) dx = (2e^x + x + 3e^{-x}) \Big|_0^1 = 2e + 1 + \frac{3}{e} - 2 - 3 = \frac{2e^2 - 4e + 3}{e}.$$

$$\Rightarrow m = 2, n = -4, p = 3$$

Vậy $m + 2n - p = -9$

Câu 3: Một chiếc cổng có hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 8 m. Người ta treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất như hình vẽ bên. Ở phần phía ngoài phông người ta mua hoa để trang trí với chi phí 200 000 đồng/m², biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m.



Hỏi số tiền để mua hoa trang trí là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp số: 3,73.

Lời giải

$$(P): y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} A(-4;0) \in (P) \\ B(4;0) \in (P) \\ N(2;6) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$

$$S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 4.6 = \frac{56}{3}$$

Diện tích để trang trí hoa

$$\frac{56}{3} \cdot 200000 \approx 3733333 \text{ đồng.}$$

Số tiền mua hoa trang trí

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo đơn vị kilomet. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500; -250; 150)$, $B(-200; -200; 100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a; b; c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Đáp số: 3150.

Lời giải

$\overrightarrow{AB} = (300; 50; -50)$ nên $u = (6; 1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

$$AB: \frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$$

Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát.

Khi đó $H(6t - 500; t - 250; -t + 150)$.

$H(2t; 1 - 2t; -1 - t)$ là hình chiếu của I lên đường thẳng d .

Ta có:

$$\overrightarrow{OH} \cdot u = 0 \Rightarrow 6(6t - 500) + t - 250 + (-t + 150) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-775}{9} \Rightarrow H\left(-\frac{3050}{9}; -\frac{3025}{9}; \frac{2125}{9}\right)$$

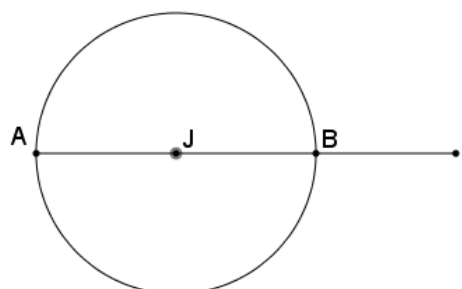
Vậ

$$-3a - b - c = 3150$$

Câu 5: Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{13}{2}$ và ba điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 4; 6)$, $C(-2; 1; 5)$. $M(a; b; c)$ là điểm thay đổi trên (S) sao cho biểu thức $2MA^2 + MB^2 - 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Đáp số: 6.

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn } \overline{2IA} + \overline{IB} - \overline{2IC} &= 0 \\ \Rightarrow I(2x_A + x_B - 2x_C; 2y_A + y_B - 2y_C; 2z_A + z_B - 2z_C) \\ \Rightarrow I(2; 6; 2) \end{aligned}$$

Suy ra là điểm cố I định.

$$P = 2MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = MI^2 + 2MI(\overline{2IA} + \overline{IB} - \overline{2IC}) + 2IA^2 + IB^2 - 2IC^2$$

P đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$$(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{13}{2} \text{ có tâm } J(-2; 3; 1) \text{ và bán kính } R = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

$$\text{Suy ra } IJ = \sqrt{26}$$

Mà M là điểm thay đổi trên (S) nên MI đạt giá trị nhỏ nhất khi $M \equiv B$

$$\begin{cases} IJ = \sqrt{26} \\ BJ = R = \frac{\sqrt{26}}{2} \Rightarrow B \end{cases}$$

Ta có $\Rightarrow B(0; \frac{9}{2}; \frac{3}{2}) \Rightarrow M(0; \frac{9}{2}; \frac{3}{2}) \Rightarrow a+b+c=6$.

Câu 6: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn vào tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật Lí, Hóa học). Biết rằng, nếu học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất học sinh đó đỗ đại học là $0,6$; còn nếu học sinh đó không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp số: 0,77.

Lời giải

Gọi A là biến cố “học sinh chọn tổ hợp A00”, B là biến cố “học sinh đó đỗ đại học”.

$$\text{Khi đó ta có: } P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 0,2; P(B|A) = 0,6; P(B|\bar{A}) = 0,7$$

Xác suất học sinh đó đỗ đại học:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,8.0,6 + 0,2.0,7 = 0,62$$

Xác suất học sinh đỗ đại học chọn tổ hợp A00:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,8.0,6}{0,62} = \frac{24}{31} \approx 0,77$$