

PHẦN I (3,0 ĐIỂM). Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $\int 9^x dx = 9^x + C.$

Ⓑ $\int 9^x dx = 9^x \cdot \ln 9 + C.$

Ⓒ $\int 9^x dx = \frac{9^x}{\ln 9} + C.$

Ⓓ $\int 9^x dx = \frac{9^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 7]$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[2; 7]$ và $f(2) = -1, f(7) = 9$. Tính $\int_2^7 f(x) dx$.

Ⓐ 10.

Ⓑ -10.

Ⓒ 8.

Ⓓ -8.

Câu 3. Biết $\int_3^6 f(x) dx = 9$. Tính $\int_3^6 \frac{f(x)}{5} dx$.

Ⓐ 45.

Ⓑ 14.

Ⓒ $\frac{5}{9}$.

Ⓓ $\frac{9}{5}$.

Câu 4. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

Ⓐ $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Ⓑ $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

Ⓒ $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Ⓓ $S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx.$

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

Ⓐ $\vec{n}_1 = (3; -1; 1).$

Ⓑ $\vec{n}_2 = (3; 0; -1).$

Ⓒ $\vec{n}_3 = (3; -1; 0).$

Ⓓ $\vec{n}_4 = (0; 3; -1).$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?

Ⓐ $x = 0.$

Ⓑ $y = 0.$

Ⓒ $z = 0.$

Ⓓ $y + z = 0.$

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-5}$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của d ?

Ⓐ $\vec{u}_1 = (3; -1; 0).$

Ⓑ $\vec{u}_2 = (3; -1; 1).$

Ⓒ $\vec{u}_3 = (2; 4; -5).$

Ⓓ $\vec{u}_4 = (2; 4; 5).$

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 49$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

Ⓐ $I(-1; 3; 0)$ và $R = 49.$

Ⓑ $I(1; -3; 0)$ và $R = 49.$

Ⓒ $I(-1; 3; 0)$ và $R = 7.$

Ⓓ $I(1; -3; 0)$ và $R = 7.$

Câu 9. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^5 + 4x - 1$ biết $F(0) = 3$.

Ⓐ $F(x) = 15x^4 + 2x^2 - 3.$

Ⓑ $F(x) = 15x^4 + 2x^2 + 3.$

Ⓒ $F(x) = \frac{1}{2}x^6 + 2x^2 - x + 3.$

Ⓓ $F(x) = \frac{1}{2}x^6 + 2x^2 - x - 3.$

Câu 10. Biết rằng $\int_2^7 f(x)dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_2^7 \left[3f(x) + \frac{1}{x^2} \right] dx.$

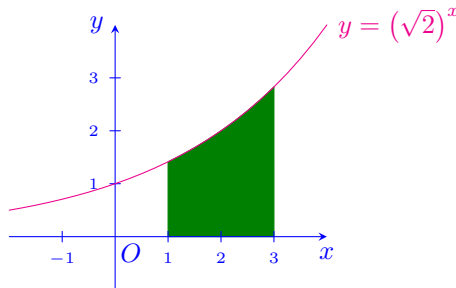
Ⓐ $\frac{845}{14}.$

Ⓑ $\frac{173}{14}.$

Ⓒ $\frac{835}{14}.$

Ⓓ $\frac{163}{14}.$

Câu 11. Tính diện tích của hình phẳng được tô trong hình vẽ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Ⓐ 4,1.

Ⓑ 4,0.

Ⓒ 3,9.

Ⓓ 4,2.

Câu 12. Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\overline{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng

Ⓐ 0,7.

Ⓑ 0,4.

Ⓒ 0,58.

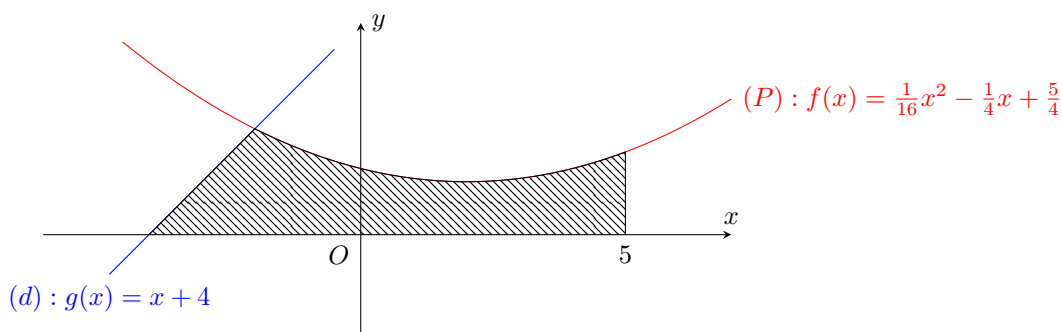
Ⓓ 0,52.

PHẦN II (4,0 ĐIỂM). Câu hỏi trắc nghiệm Đúng-Sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một xe ô-tô đang chạy đều với vận tốc 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 55 m. Sau 1,5 giây phản ứng, người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s). Gọi $s(t)$ là quãng đường mà xe ô-tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Phát biểu	Đ	S
a) $s(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$.		
b) $s(t) = -5t^2 + 20$ (m/s).		
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô-tô dừng hẳn là 20 giây.		
d) Xe ô-tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.		

Câu 2. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) được giới hạn bởi parabol (P) : $f(x) = \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$, đường thẳng (d) : $y = x + 4$ và trục hoành (phần gạch chéo trong hình vẽ).



Phát biểu	Đ	S
a) (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -4 .		
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 5$ là $\frac{275}{48}$ (đvdt).		
c) Diện tích hình ($\mathcal{H}$) được tính bởi công thức $S = \int_{-4}^5 f(x) - g(x) dx$.		
d) Diện tích hình phẳng ($\mathcal{H}$) là $\frac{523}{48}$ (đvdt).		

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -1)$, $B(5; 5; 0)$ và $C(4; 1; 1)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm A và đi qua điểm C.

Phát biểu	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 1)$.		
b) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$.		
c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $7x - 3y - 5z - 20 = 0$.		
d) (S) có phương trình là $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$.		

Câu 4. Trong một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xét các biến cố sau:

- a) A: "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên".
- b) B: "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

Phát biểu	Đ	S
a) $P(A) = \frac{5}{9}$.		
b) $P(B A) = \frac{4}{9}$.		

Phát biểu	Đ	S
c) $P(B \overline{A}) = \frac{3}{7}$.		
d) $P(B) = \frac{55}{63}$.		

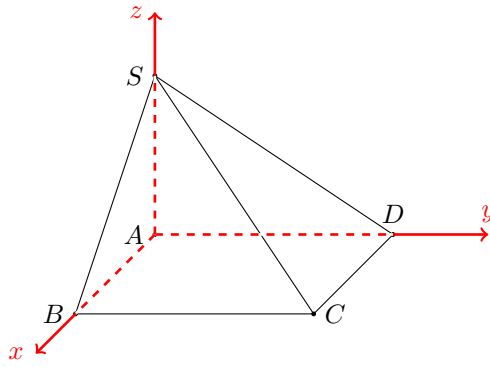
PHẦN III (3,0 ĐIỂM). Câu hỏi trả lời ngắn.

Câu 1. Biết hàm số $F(x) = (2x - 7)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (ax + b)e^x$ trên $\mathbb{R}$ (a, b là các số nguyên). Tính tích ab .

Câu 2. Giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ được định nghĩa là $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

Giả sử nhiệt độ (tính bằng $^{\circ}\text{C}$) tại thời điểm t giờ trong khoảng từ 7 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hóa bởi hàm số $T(t) = 22 + 1,5(t - 6)$ với $7 \leq t \leq 12$. Tìm nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 7 giờ sáng đến 12 giờ trưa.

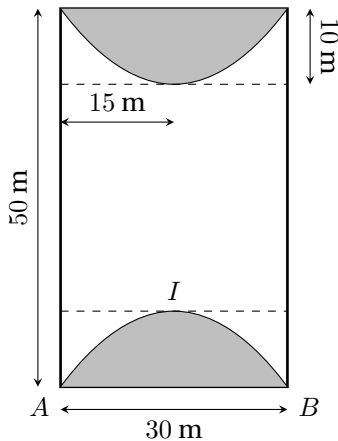
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 5$ dm, $AD = 6$ dm. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 4$ dm. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo đơn vị dm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 4. Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A vào 15 m của tháp 1 sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3; 2; 15)$ và $(21; 27; 10)$. Biết rằng tọa độ của du khách khi ở độ cao 12 mét là $(a; b; c)$. Tính tổng $a + b + c$ (biểu diễn kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 5. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y . Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y . Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Ông A muốn xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 mét và chiều dài 50 mét. Để giảm bớt chi phí cho việc trải cỏ nhân tạo cho sân bóng, ông A chia sân bóng ra làm hai phần (tô đen và không tô đen) như hình vẽ. Phần tô đen gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một Parabol có đỉnh I . Phần tô đen được trải cỏ nhân tạo với giá 130 000 đồng/m² và phần còn lại được trải cỏ nhân tạo với giá 90 000 đồng/m². Hỏi ông A phải trả bao nhiêu tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?



—————**HẾT**—————

ĐÁP ÁN

A. PHẦN I

1. C	2. A	3. D	4. C	5. B	6. A
7. C	8. D	9. C	10. B	11. A	12. C

B. PHẦN II (Đ/S)

Câu 1. Chọn đáp án: **a** Đ **b** Đ **c** S **d** Đ

a) Đúng vì $s'(t) = v(t)$.

b) Có $s(t) = \int v(t)dt$

$$\Rightarrow s(t) = \int (-10t + 20)dt$$

$$\Rightarrow s(t) = -5t^2 + 20t + C.$$

$$\text{Vì } s(0) = 0 \text{ nên } -5.0^2 + 20.0 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Vậy } s(t) = -5t^2 + 20t \text{ (m/s)}.$$

c) Xe ô-tô dừng lại khi:

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (s)}.$$

Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô-tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Quy đổi: $72 \text{ km/h} = 72 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$.

Do đó quãng đường xe đi được từ khi phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là:
 $20 \cdot 1,5 = 30 \text{ (m)}$.

Quãng đường xe đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$\int_0^2 v(t)dt = \int_0^2 (-10t + 20)dt = 20 \text{ (m)}.$$

Ta thấy $30 + 20 = 50 < 55$ nên xe ô-tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 2. Chọn đáp án: **a** Đ **b** Đ **c** S **d** Đ

a) Có $g(x) = 0 \Leftrightarrow x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Vậy giao điểm của (d) và Ox có hoành độ bằng -4 .

b) Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S_1 = \int_0^5 \left| \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \right| dx = \frac{275}{48} \text{ (đvdt)}.$$

c) Sai.

d) Xét phương trình $f(x) = g(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{16}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 22. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_{-4}^{-2} |x + 4| dx + \int_{-2}^5 \left| \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \right| dx$$

$$S = \frac{523}{48} \text{ (đvdt)}.$$

Câu 3. Chọn đáp án: **a** Đ **b** S **c** Đ **d** S

a) Đúng.

b) Có $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 1)$ nên VTCP của đường thẳng AB là $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Phương trình chính tắc của AB là:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}.$$

c) Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 3; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (1; -1; 2) \end{cases}$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (7; -3; -5).$$

Do đó mp(ABC) có VTPT là $\vec{n} = (7; -3; -5)$

$$\Rightarrow (ABC) : 7x - 3y - 5z + D = 0.$$

Vì (ABC) đi qua A nên:

$$7.3 - 3.2 - 5.(-1) + D = 0 \Leftrightarrow D = -20.$$

$$\text{Vậy } (ABC) : 7x - 3y - 5z - 20 = 0.$$

d) Có $R = AC$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{6}.$$

Phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6.$$

Câu 4. Chọn đáp án: **a** Đ **b** S **c** Đ **d** S

a) Có $P(A) = \frac{C_{20}^1}{C_{36}^1} = \frac{5}{9}$.

b) Khi A đã xảy ra, nghĩa là bạn An lấy được câu hỏi về chủ đề tự nhiên, khi đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó vẫn còn đủ 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội.

Do đó: $P(B|A) = \frac{C_{16}^1}{C_{35}^1} = \frac{16}{35}$.

c) Tương tự câu b) ta có $P(B|\bar{A}) = \frac{C_{15}^1}{C_{35}^1} = \frac{3}{7}$.

d) Có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{4}{9}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})$$

$$P(B) = \frac{16}{35} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9}$$

$$P(B) = \frac{4}{9}.$$

C. PHẦN III (TRẢ LỜI NGẮN)

Câu 1.

Xét $F'(x) = (2x - 7)' \cdot e^x + (e^x)' \cdot (2x - 7)$

$\Rightarrow F'(x) = 2e^x + (2x - 7)e^x$

$\Rightarrow F'(x) = (2x - 5)e^x.$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$

Do đó ta có $\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases}$ nên $ab = -10.$

Câu 2. Nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 7 giờ sáng đến 12 giờ trưa là:

$$\frac{1}{12 - 7} \int_7^{12} [22 + 1,5(t - 6)] dt = 27,25 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Câu 3. Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{5} + \frac{y}{6} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 12x + 10y + 15z - 60 = 0.$

Khoảng cách từ điểm $A(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (SBD) là:

$$d(A, (SBD)) = \frac{|12 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 15 \cdot 0 - 60|}{\sqrt{12^2 + 10^2 + 15^2}} \approx 2,77 \text{ (dm)}.$$

Câu 4. Đường thẳng AB có VTCP là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (18; 25; -5).$

Phương trình tham số đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2 + 25t \\ z = 15 - 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a = 3 + 18t & (1) \\ b = 2 + 25t & (2) \\ c = 15 - 5t & (3) \\ c = 12 & (4) \end{cases}$. Từ (3) và (4) ta có $t = \frac{3}{5}.$

Thay $t = \frac{3}{5}$ vào (1), (2), ta có $a = \frac{69}{5}, b = 17$. Vậy $a + b + c = 42,8 \text{ (m)}.$

Câu 5.

Xét các biến cố sau:

- A: "Người được chọn mắc bệnh X".
- B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Theo giả thiết ta có:

• $P(A) = 0,002$

• $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,998$

• $P(B|A) = 1.$

• $P(B|\bar{A}) = 0,06$

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$$

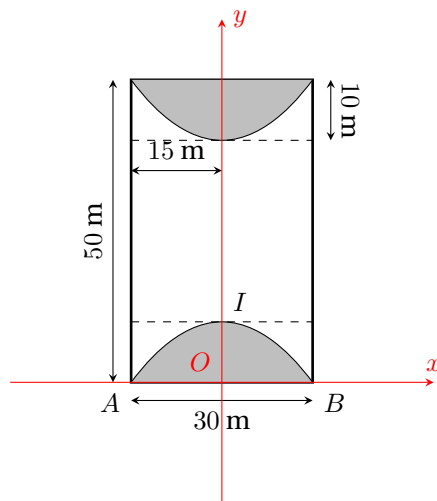
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})}$$

$$P(A|B) = \frac{0,002.1}{1,0,002 + 0,06.0,998}$$

$$P(A|B) = \frac{50}{1547} \approx 0,03.$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó khoảng 0,03.

Câu 6. Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ:



Ta thiết lập được phương trình Parabol là:

$$y = -\frac{2}{45}x^2 + 10.$$

Dùng tích phân tính được diện tích phần tô đen là:

$$2 \cdot \int_{-15}^{15} \left(-\frac{2}{45}x^2 + 10 \right) dx = 400 \text{ (m}^2\text{)}$$

Tính được diện tích phần còn lại là:

$$30 \times 50 - 400 = 1\,100 \text{ (m}^2\text{)}$$

Tính được chi phí trả cổ là:

$$400 \times 130\,000 + 1\,100 \times 90\,000 = 151\,000\,000 \text{ (đồng)}.$$