|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **HUYỆN NGHĨA HÀNH** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN****Môn: Toán 9***Thời gian làm bài: 150 phút*Đề gồm 01 trang |

**Bài 1: (6,0 điểm)**

 a) Với n là số nguyên dương. Hãy tìm ƯCLN(21n+4 , 14n+3)

 b) Cho a, b, c là các số nguyên sao cho 2a + b; 2b + c; 2c + a là các số chính phương, biết rằng trong ba số chính phương nói trên có một số chia hết cho 3.

Chứng minh rằng: (a - b)(b - c)(c - a) chia hết cho 27.

 c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: x2 + y2 = xy + x + y.

**Bài 2: (3,0 điểm)**

 a)Tính giá trị của biểu thức P=

 b) Giải phương trình: 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

 a) Cho x > 0, y > 0 và x + y  1. Chứng minh bất đẳng thức .

 b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức , với .

**Bài 4: (5,0 điểm)**

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng a. Gọi M là một điểm nằm ở miềm trong của tam giác. MI MP, MQ theo thứ tự là khoảng cách từ M đến các cạnh BC, AB, AC. Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Các điểm D và E thứ tự chuyển động trên các cạnh AB và AC sao cho .

 a) Chứng minh MI + MP + MQ không đổi

 b) Chứng minh rằng đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

 c) Xác định vị trí của các điểm D và E để diện tích tam giác DOE đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó theo a.

 **Bài 5: (2,0 điểm)**

 Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết rằng AB = CH.

Chứng minh rằng: .

…………………..Hết…………………..

**(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)**

Họ và tên thí sinh:……………………………………… Số báo sanh:…………………….

Giám thị 1:………………………………….. Giám thị 2: ………………………………...

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Bài** 1:(6,0đ) | a)(2,0đ) | Đặt d = ƯCLN(21n+4 , 14n+3) , với n∈ N\*). Ta có :(21n + 4) d và (14n + 3) d⇒ 2(21n + 4) d và 3(14n + 3) d⇒ [3(14n + 3) - 2(21n + 4)] d⇒ (42n + 9 - 42n - 9) d ⇒ 1 d ⇒ d = 1 | 0,5đ0,5đ0,5đ0,5đ |
| b) (2,0đ) | Vì 2a + b; 2b + c; 2c + a là các số chính phương nên ta có thể đặt 2a + b = m2; 2b + c = n2; 2c + a = p2 với m, n, p là các số tự nhiên.Vì trong các số m2; n2; p2 có một số chia hết cho 3 nên không mất tính tổng quát có thể giả sử m2 chia hết cho 3 (1).Ta lại có m2 + n2 + p2 = 3a + 3b + 3c chia hết cho 3 (2) Từ (1) và (2) suy ra n2 + p2 chia hết cho 3. Dễ thấy n và p đều chia hết cho 3.Do đó 2a + b; 2b + c; 2c + a đều chia hết cho 3.Từ đó suy ra a, b, c đều chia hết cho 3.Vậy (a - b)(b - c)(c - a) chia hết cho 27. | 0,5 |
| c) (2,0đ) | x2 + y2 = xy + x + y ⇔ (x - y)2 + (x - 1)2 + (y - 1)2 = 2.Vì x, y∈ Z nên :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x+y | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| x-1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| y-1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| (x;y) | (2;2) |  |  | (0;0) |  | (1;0) | (2;1) |  | (1;2) |  |  | (0;1) |

 | 0,5đ0,25đ0,25đ0,25đ0,25đ0,25đ0,25đ |
| **Bài** 2:(3,0đ) | a) (1,0đ) | P= Vậy P = 2014 | 0,25đ0,25đ0,25đ0,25đ |
| b) (2.0đ) |  Điều kiện x2 - 16x + 66 = (x-8)2 + 2 (1) (2) (1) và (2)= 2Khi  (thoả mãn điều kiện)vậy x = 8 là nghiệm của phương trình | 0,5đ0,5đ0,5đ0,5đ |
| **Bài** 3:(4,0đ) | a) (2đ) | Áp dụng bất đẳng thức  , với mọi a > 0; b > 0.Ta có :  =(vì ).Đẳng thức xảy ra khi . | 1,0đ0,5đ0,5đ |
| b) (2đ) | Ta có : .Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương ta được: . Đẳng thức xảy ra khi  (thỏa mãn điều kiện ). Vậy min khi . | 0,5đ0,5đ0,5đ0,5đ |
| **Bài** 4(5,0đ) | a) (1,0đ) | Tính được SABC = SMBC + SMAC + SMAB  ⇒ a.MI + a.MP + a.MQ = ah ⇒ MI + MP + MQ = h (không đổi) | 0,5đ0,5đ |
| b) (2,0đ) | Vì  nên  (1).Tam giác BOD có  nên  (2).Từ (1) và (2) suy ra .Do đó  ഗ  (g-g).Suy ra  (vì OB = OC).Do đó  ഗ  (c-g-c)...Vẽ OH  AB; OK  DE  (ch-gn)  OH = OK.Mà OH không đổi nên DE luôn tiếp xúc với đường tròn (O;OH) cố định. | 0,5đ0,5đ0,5đ0,5đ |
| c) (2,0đ) | c) Vẽ OI  AC, dễ thấy DH = DK = x; EK = EI = y (T/c hai tiếp tuyến cắt nhau).Do đó DE = x + y; BD = ; CE  (Dễ thấy BH = CI = ).Vì  ഗ  (g-g) . | 0,5đ0,5đ0,5đ0,5đ |
| **Bài** 5:(2,0đ) | (2,0đ) | .Vì tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: (vì AB = CH).Chia hai vế cho BC2 ta được: .Tam giác ABC vuông tại A nên ta có  (đpcm). | 0,5đ0,5đ0,5đ0,5đ |