

Chủ đề 2. TỌA ĐỘ VECTO' TRONG KHÔNG GIAN

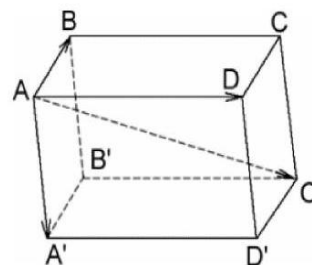
Bài 1. BÀI TOÁN VỀ VECTO' VÀ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. VECTO' TRONG KHÔNG GIAN

1) Quy tắc hình hộp:

Nếu hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có ba cạnh xuất phát từ A là $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$ và có đường chéo là $\overrightarrow{AC'}$ thì khi đó ta có quy tắc hình hộp là:

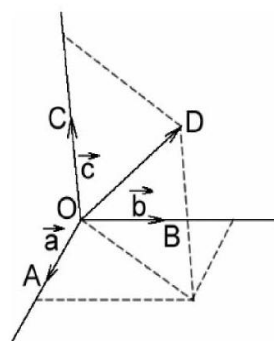
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$


2) Phân tích một vectơ theo 3 vectơ không đồng phẳng:

Trong không gian cho ba vectơ không đồng phẳng $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Khi đó với mọi vectơ $\vec{x}$ ta đều tìm được một bộ ba số m, n, p sao cho

$$\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$$

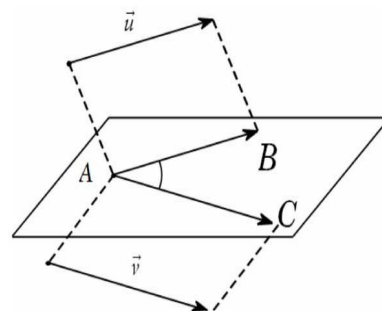
Ngoài ra bộ ba số m, n, p là duy nhất.



3) Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian:

a) Góc giữa hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm A bất kì, gọi B và C là hai điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Khi đó ta gọi góc $\angle BAC$ ($0^\circ \leq \angle BAC \leq 180^\circ$) là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ trong không gian, kí hiệu là $(\vec{u}, \vec{v})$.



b) Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số, được ký hiệu $\vec{u} \cdot \vec{v}$ và được xác định bởi

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v}) \quad \text{từ đó suy ra } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

Đặc biệt khi $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

II. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1) Hệ trục tọa độ:

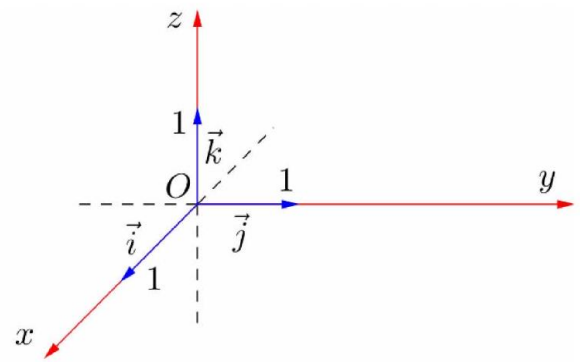
Trong không gian $Oxyz$, cho vector a . Khi đó luôn tồn tại duy nhất bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ sao cho:

$$a = a_1 i + a_2 j + a_3 k$$

Ta gọi bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ đó là tọa độ của vector a đối

với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước và viết $a = (a_1; a_2; a_3)$

hoặc $a(a_1; a_2; a_3)$.



2) Tọa độ vector:

Cho $a = (a_1; a_2; a_3), b = (b_1; b_2; b_3)$.

$$a = b \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

$$a + b = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$$

$$a - b = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$$

$$ka = (ka_1; ka_2; ka_3) \text{ với } k \in \mathbb{R}$$

$a = (a_1; a_2; a_3)$ và $b = (b_1; b_2; b_3)$ cùng phương khi và chỉ khi có một số thực k sao cho

$$\begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}$$

Hoặc $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ với $b_1, b_2, b_3 \neq 0$.

+ Tích vô hướng của 2 vector: $ab = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$

+ Độ dài vector: $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

$$a \perp b \Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

3) Tọa độ của điểm

Cho ba điểm $A(x_A; y_A; z_A); B(x_B; y_B; z_B); C(x_C; y_C; z_C)$.

Nếu $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

Nếu $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm của tam giác ABC thì

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

Nếu $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ thì

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$$

4) Tích có hướng của 2 vector và ứng dụng:

Trong không gian Oxyz cho hai vector: $a = (a_1; a_2; a_3); b = (b_1; b_2; b_3)$.

Vector tích có hướng của a và b là: $\left[\begin{matrix} \vec{a} \\ \vec{b} \end{matrix} \right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$

Vector tích có hướng của a và b là:

*Chú ý: $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$

a) Tính chất:

a cùng phương $b \Leftrightarrow [a, b] = 0$

$$[a, b] \perp a, b$$

a, b, c đồng phẳng $\Leftrightarrow [a, b] \cdot c = 0$

b) Ứng dụng:

Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[AB, AC]|$

Thể tích tứ diện: $V_{A.BCD} = \frac{1}{6} |[AB, AC]| \cdot AD$

Thể tích hình hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[AB, AD]| \cdot AA'$

5) Phương trình mặt cầu:

a) **Định nghĩa 1:** Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính R có dạng:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

***Chú ý:** Phương trình mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính R có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

b) **Định nghĩa 2:** Mỗi phương trình có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

Với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

6) Phương trình tổng quát của mặt phẳng:

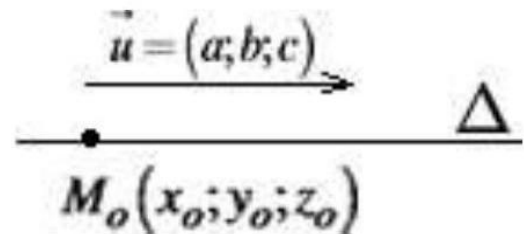
+ Cho mặt phẳng (α) đi qua $M_o(x_o; y_o; z_o)$ và có vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$.

+ Phương trình tổng quát của (α) là: $A(x - x_o) + B(y - y_o) + C(z - z_o) = 0$

hay: $Ax + By + Cz + D = 0$

7) Phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng:

Cho đường thẳng Δ qua $M_o(x_o; y_o; z_o)$
VTCP $u = (a; b; c)$



$$\Delta: \begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bt \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_o + ct \end{cases}$$

• Phương trình tham số:

$$\frac{x - x_o}{a} = \frac{y - y_o}{b} = \frac{z - z_o}{c}$$

• Phương trình chính tắc:

với $a; b; c \neq 0$.

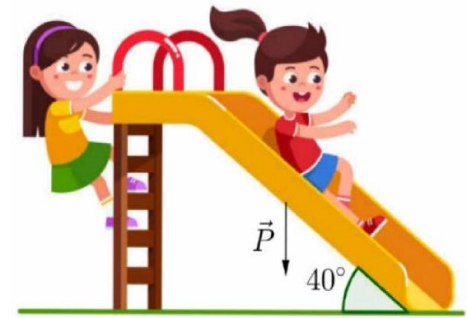
PHẦN B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1. Theo định luật II Newton: gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $F = ma$, trong đó $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ là vector gia tốc, $F \text{ (N)}$ là vector lực tác dụng lên vật, $m \text{ (kg)}$ là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng khối lượng $0,5 \text{ kg}$ một gia tốc 100 m/s^2 thì cần một lực đã có độ lớn là bao nhiêu?



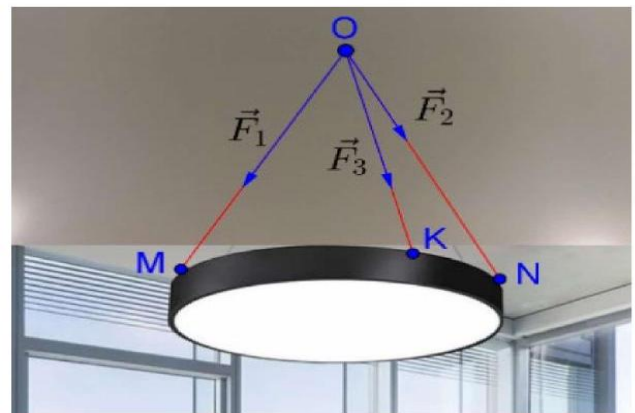
Bài 2. Một em bé cân nặng $m = 20 \text{ kg}$ trượt trên cầu thang trượt dài 2 m . Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 40° .

a) Tính độ lớn của trọng lực $P = mg$ tác dụng lên em bé, biết $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.



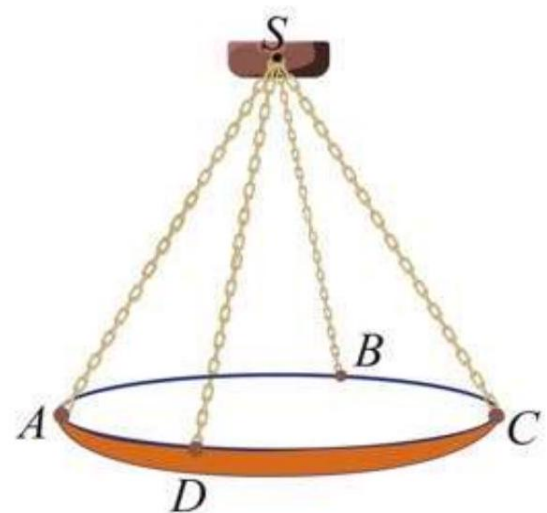
b) Cho biết công $A(J)$ sinh bởi một lực F có độ dịch chuyển d được tính theo công thức $A = F \cdot d$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực P khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 3. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm M, N, K trên đường tròn sao cho lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OM, ON, OK đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 20\sqrt{3} \text{ (N)}$. Tính trọng lượng của chiếc đèn đó.



Bài 4. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 8 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$ (Hình).

Biết $P = mg$ trong đó g là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn $9,8 \text{ m/s}^2$, P là trọng lực tác động vật có đơn vị là N, m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Tính độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích (tính chính xác đến hàng phần mười).



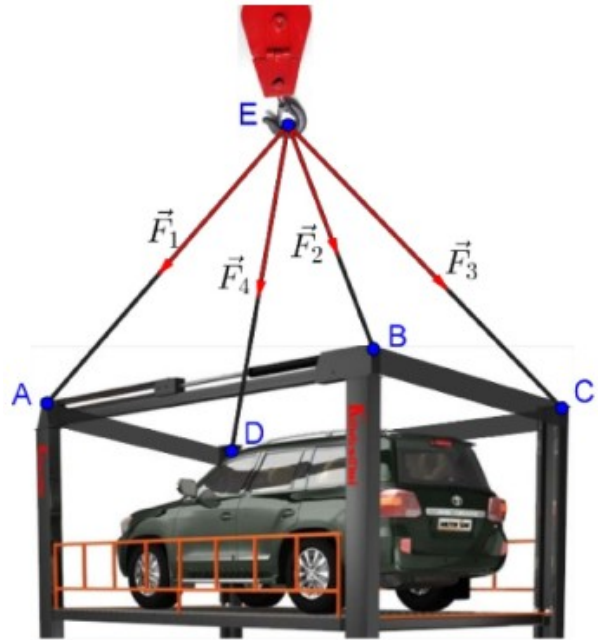
Bài 5. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$

song song với mặt phẳng nằm ngang.

Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$

một góc 60° (Hình 4). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị),

biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $5000\sqrt{3} \text{ (N)}$ và trọng lượng của khung sắt là 3000 (N) .



Bài 6. Một kiện hàng có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$. Kiện hàng đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng

tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° (Hình 5).

Chiếc cần cẩu kéo kiện hàng lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của kiện hàng (làm tròn đến

hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều

có cường độ là $1000\sqrt{2} \text{ (N)}$.

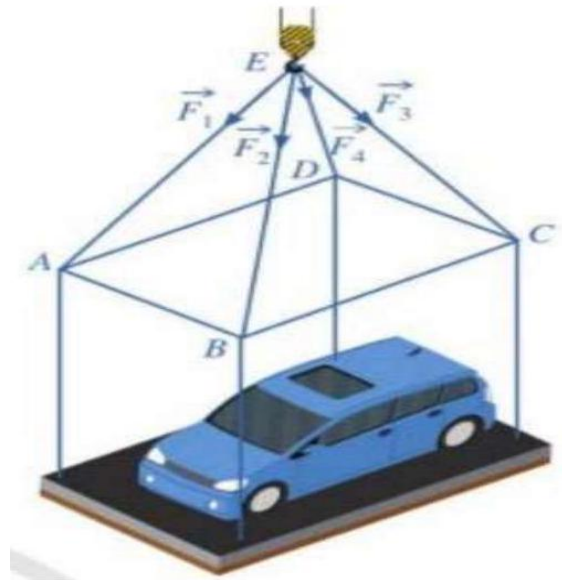


Bài 7. Một chiếc ô tô Hyundai Grand i10 được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$

song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng

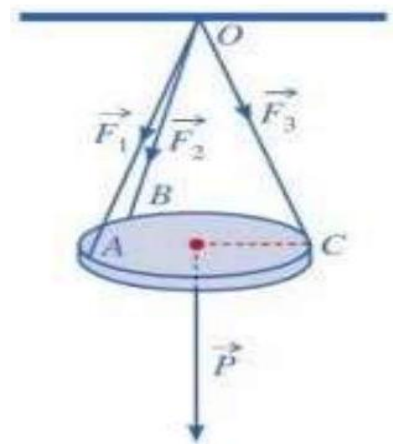
45° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết khối lượng chiếc xe ô tô Hyundai grand i10 là 1051 kg và trọng lượng khung sắt là 2490 N; cường độ các lực căng F_1, F_2, F_3, F_4 là bằng nhau.

Tính cường độ lực căng F_1 (tính chính xác đến hàng phần mười).

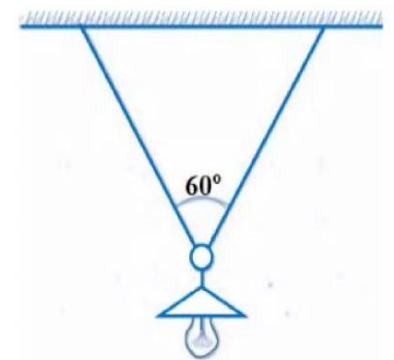


Bài 8. Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng F_1, F_2, F_3 lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đều một vuông góc với nhau và có độ lớn $|F_1| = |F_2| = |F_3| = 20 \text{ (N)}$ (xem hình vẽ).

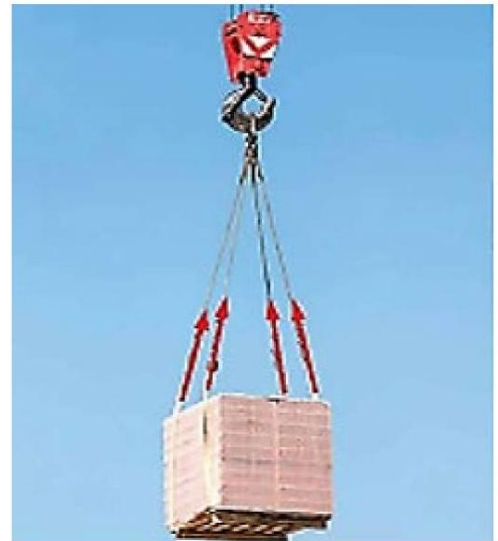
Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó (tính chính xác đến hàng phần mười).



Bài 9. Người ta treo một bóng đèn có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ bằng cách luồn sợi dây qua một cái móc của đèn và hai đầu dây được gắn chặt trên trần nhà. Hai nửa sợi dây có chiều dài bằng nhau và hợp với nhau một góc bằng 60° . Tính lực căng của mỗi nửa sợi dây là bao nhiêu? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Bài 10. Người ta vận chuyển một thùng hàng có dạng hình hộp chữ nhật bằng cách móc 4 dây cáp vào 4 góc trên của thùng hàng và đầu còn lại móc vào cần cầu như hình vẽ. Biết rằng các đoạn dây cáp có độ dài bằng nhau và góc tạo bởi hai đoạn dây cáp đối diện nhau là 60° . Chiếc cần cầu kéo thùng hàng lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng F_1, F_2, F_3, F_4 chịu được tối đa lực căng là 5000 N. Hỏi cần cầu nâng được thùng hàng có khối lượng (đơn vị kg) tối đa là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Bài 11. Một sân Tennis với hệ trục tọa độ $Oxyz$ được chọn như hình bên dưới (Hình 1).

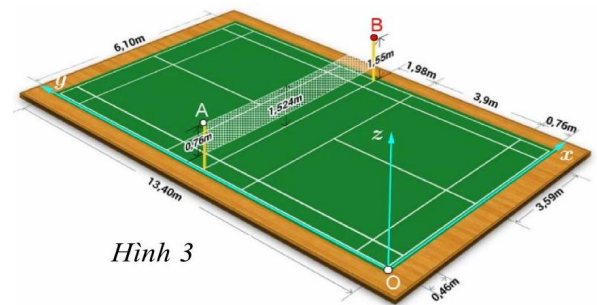
- Mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Trục Oz có vuông góc với mặt sân không?



Hình 1

Bài 12. Một sân cầu lông có kích thước cho trong hình bên dưới (Hình 3), với hệ trục tọa độ $Oxyz$ được đã chọn.

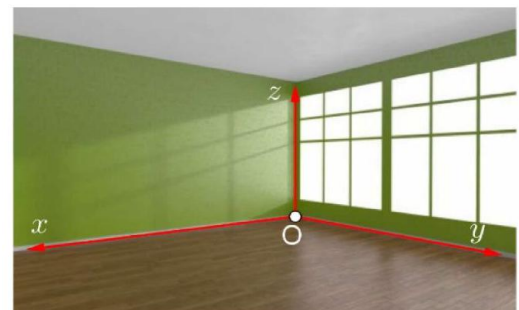
Em hãy xác định tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Hình 3

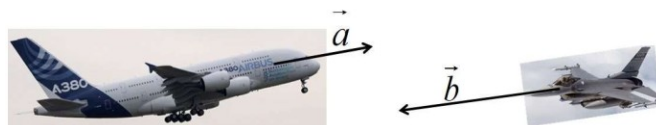
Bài 13. Một căn phòng với hệ trục tọa độ $Oxyz$ được chọn như hình bên dưới (Hình 2).

Em hãy cho biết mặt bên phải (nơi ánh sáng chiếu vào) của căn phòng nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?



Hình 2

Bài 14. Cho biết máy bay Airbus chở hành khách đang bay với vectơ vận tốc $\vec{a} = (300; -200; 400)$

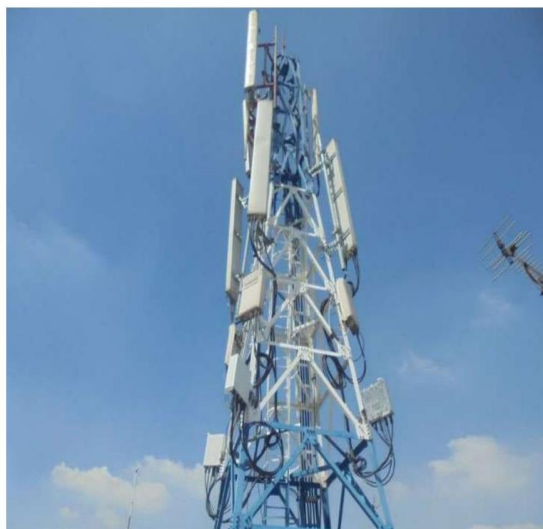


(đơn vị: km/h). Một máy bay quân sự B bay ngược hướng và có tốc độ gấp 3 lần tốc độ của máy bay A .

- Tìm tọa độ vectơ vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B .
- Tính tốc độ của máy bay B .

Bài 15. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt ở vị trí $I(1; -2; -3)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 5000 m.

- Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian.
- Nhà bạn Minh Hiền và bạn Trúc Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1; 2; 0)$ và $N(-3; 1; 0)$. Hỏi Minh Hiền và Trúc Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?



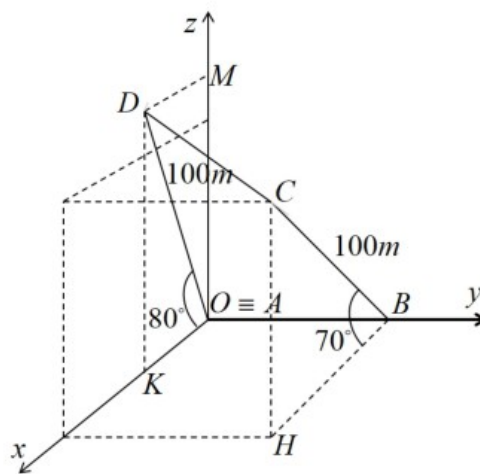
Bài 16. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thôi nôi,... Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5\text{ m}$ và $AD = 12\text{ m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 5 cm, vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu cm? (làm tròn đến cm).

Bài 17. Vào dịp tết Nguyên Đán, một số thành phố thường tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa A và B được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m\$, ng bắn A đặt nghiêng so với

mặt đất một góc 80° và ống bắn B nghiêng so với mặt đất một góc 70° . Hai pháo A và B được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường 100 m thì nổ. Người ta tính toán rằng để tạo ra hiệu ứng đẹp nhất thì vị trí nổ của 2 quả pháo A và B không cách nhau quá 50 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Hỏi với cách đặt vị trí như trên thì khi nổ, hai quả pháo A và B cùng nổ có tạo ra hiệu ứng đẹp nhất chưa? (ta xem như 2 quả pháo hoa bắn theo đường thẳng và tốc độ bay như nhau).



Bài 18. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng radar của nước X được đặt trên bán đảo Y ở vị trí $I(-2; 1; -1)$ và được thiết kế phát hiện máy bay của địch ở khoảng cách tối đa 500 km.

- Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của radar trong không gian.
- Hai chiếc máy bay do thám của hai nước A và B đang bay ở vị trí có tọa độ lần lượt là $M(-200; 100; -250)$ và $N(350; -100; 300)$. Hỏi radar của nước X có thể phát hiện ra hai chiếc máy bay do thám của nước A và B không?

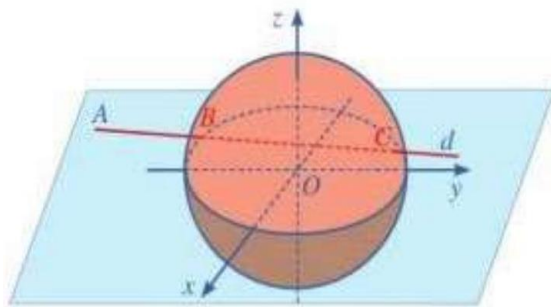
Bài 19. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh - Khánh Hòa ở vị trí $O(0; 0; 0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có phương

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

trình

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).

- Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian.
- Xác định quỹ đạo mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu.
- Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với đài kiểm soát không lưu.



Chủ đề 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Bài 6. MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. KHOẢNG BIẾN THIÊN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

a) Định nghĩa

Với mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng 1.

Gọi u_1 và u_{k+1} lần lượt là đầu mút trái của nhóm đầu tiên và đầu mút phải của nhóm cuối cùng.

Hiệu $R = u_{k+1} - u_1$ được gọi là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Bảng 1

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	$[u_3; u_4)$	...	$[u_k; u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	n_3	...	n_k

b) Ý nghĩa của khoảng biến thiên

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đo mức độ phân tán của mẫu số liệu đó.
- Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- Khoảng biến thiên chỉ sử dụng hai giá trị u_1 và u_{k+1} của mẫu số liệu nên đại lượng đó dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.

Lưu ý: Đối với mẫu số liệu ghép nhóm mà ta biết mẫu số liệu không ghép nhóm sinh ra nó thì ta cũng có thể chọn khoảng biến thiên của mẫu số liệu không ghép nhóm chính là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

2. KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

a) Định nghĩa

Với mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng 1 .

Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị của mẫu số liệu đó. Ta gọi hiệu $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.

Lưu ý: Tứ phân vị thứ i , kí hiệu là Q_i , với $i = 1, 2, 3$ của mẫu số liệu ghép nhóm (Bảng 1) được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{i \cdot n}{4} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m)$$

Trong đó:

- $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là cỡ mẫu;
- $[u_m; u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i ;
- n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i ;
- $C = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}$.