

Trả lời ngắn

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -(2x^2 - 8x + 7)e^{-2x}$. Tính $a + b + c$

Lời giải**Đáp án: 5**

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $F'(x) = f(x)$

Ta có

$$F'(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x} = (2ax + b)e^{-2x} - 2(ax^2 + bx + c)e^{-2x} \\ = -[2ax^2 + (2a - 2b)x + b - 2c]e^{-2x}$$

Do $F'(x) = f(x)$ nên
$$\begin{cases} 2a = 2 \\ 2a - 2b = -8 \\ b - 2c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = -1 \end{cases}$$

Đáp án: 5

Câu 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải**Đáp án: 4**

$$F(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C; F(0) = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó } F(\ln 3) = \frac{1}{2}e^{2\ln 3} - \frac{1}{2} = 4$$

Đáp án: 4

Lời giải

Câu 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2^x + x + 1$. Biết $F(0) = 1$. Tính $F(-1)$

Lời giải**Đáp án: -0,2**

$$F(x) = \int (2^x + x + 1) dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{\ln 2} 2^0 + \frac{1}{2} 0^2 + 0 + C \Rightarrow C = 1 - \frac{1}{\ln 2}$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + 1 - \frac{1}{\ln 2}$$

$$\Rightarrow F(-1) = \frac{1}{\ln 2} 2^{-1} + \frac{1}{2} (-1)^2 + (-1) + 1 - \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\ln 2} \approx -0,2$$

Đáp án: -0,2

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$

Lời giải

Đáp án: 9

Ta có:

$$\int (2x - 1)dx = x^2 - x + C_1;$$

$$\int (3x^2 - 2)dx = x^3 - 2x + C_2$$

$$F(x) = \int f(x)dx = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Suy ra

$$\text{Mà ta có } F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$$

Mặt khác hàm số F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $y = F(x)$ liên tục tại $x = 1$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) \Rightarrow C_1 = 1$$

$$\text{Khi đó ta có: } F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \quad \text{suy ra } \begin{cases} F(-1) = 3 \\ F(2) = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = 9$$

Đáp án: 9

Câu 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = (5x + 3)^5$. Biết $F(1) = 0$. Tính $F(0)$.

Lời giải

Đáp án: -871

$$f(x) = (5x + 3)^5$$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int (5x + 3)^5 dx = \frac{(5x + 3)^6}{30} + C$$

$$F(1) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{(5 \cdot 1 + 3)^6}{30} + C \Rightarrow C = -\frac{131072}{15}$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{(5x + 3)^6}{30} - \frac{131072}{15}$$

$$\Rightarrow F(0) = \frac{(5 \cdot 0 + 3)^6}{30} - \frac{131072}{15} = -\frac{52283}{6} \approx -871$$

Đáp án: -871

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

Lời giải

Đáp án: 1

$$\text{Ta có: } f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 2x + C_1$$

$$\text{Mà } f(1) = 3 \Rightarrow 3 = 6 + C_1 \Rightarrow C_1 = -3 \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 2x - 3 \Rightarrow F(x) = x^4 + x^2 - 3x + C_2$$

$$\text{Lại có: } F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$$

$$\text{Khi đó: } F(1) = 1$$

Đáp án: 1

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

Lời giải

Đáp án: 5

Ta có $f'(1) = 3 \Rightarrow a + b = 3$ (1)

Hàm số có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, các điểm $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$ đều thuộc $(0; +\infty)$ nên

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(ax^2 + \frac{b}{x^3}\right) dx = \frac{ax^3}{3} - \frac{b}{2x^2} + C$$

$$+ f(1) = 2 \Rightarrow \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + C = 2 \quad (2)$$

$$+ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{a}{24} - 2b + C = -\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} \text{Từ (1), (2) và (3) ta được hệ phương trình} \\ \left\{ \begin{array}{l} a + b = 3 \\ \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + C = 2 \\ \frac{a}{24} - 2b + C = -\frac{1}{12} \end{array} \right. \cup \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 1 \\ C = \frac{11}{6} \end{array} \right. \Rightarrow 2a + b = 2 \cdot 2 + 1 = 5. \end{array}$$

Đáp án: 5

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, $f(-2) = \frac{3}{2}$ và $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

Lời giải

Đáp án: 2,14

$$\text{Có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{x+1}{x^2} dx = \ln x - \frac{1}{x} + C$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln|x| - \frac{1}{x} + C_1 & \text{khi } x < 0 \\ \ln|x| - \frac{1}{x} + C_2 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Do } f(-2) = \frac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 + \frac{1}{2} + C_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow C_1 = 1 - \ln 2$$

$$\text{Do } f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 - \frac{1}{2} + C_2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow C_2 = \ln 2 - 1$$

$$f(x) = \begin{cases} \ln|x| - \frac{1}{x} + 1 - \ln 2 & \text{khi } x < 0 \\ \ln|x| - \frac{1}{x} + \ln 2 - 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Như vậy,

$$f(-1) + f(4) = (2 - \ln 2) + \left(\ln 4 - \frac{1}{4} + \ln 2 - 1\right) = \frac{8 \ln 2 + 3}{4} \approx 2,14$$

Vậy

Đáp án: 2,14

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ và $f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}=1$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Đáp án: 0

Ta có:

$$f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}=1$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\frac{1}{4}\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow f(x)=4\int\frac{1}{\sin^2 x}dx$$

$$\Rightarrow f(x)=4\cot x+C$$

$$\text{Do } f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0 \Rightarrow C=-4$$

$$\Rightarrow f(x)=4\cot x-4$$

$$\text{Mà } f\left(\frac{\pi}{2}\right)=4\cot\frac{\pi}{2}-4=0$$

Đáp án: 0

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x).f(x)=x^4+x^2$. Biết $f(0)=2$. Tính $f^2(2)$.

Lời giải

Đáp án: 22,1

$$\text{Ta có } \int f'(x).f(x)dx = \int (x^4+x^2)dx + C \Rightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + C$$

$$\text{Do } f(0)=2 \text{ nên suy ra } C=2.$$

$$\text{Vậy } f^2(2)=2\left(\frac{32}{5}+\frac{8}{3}+2\right)=\frac{332}{15}\approx 22,1$$

Lời giải

Đáp án: 22,1

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Lời giải

Đáp án: -0,1

$$\text{Ta có } f'(x)=4x^3[f(x)]^2 \Rightarrow -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = -4x^3 \Rightarrow \left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -4x^3 \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^4 + C$$

$$\text{Do } f(2)=-\frac{1}{25}, \text{ nên ta có } C=-9.$$

Do đó $f(x) = -\frac{1}{x^4 + 9} \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{10}$.

Đáp án: -0,1

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Lời giải

Đáp án: -0,8

$$f'(x) = x^3 [f(x)]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Rightarrow \int_1^2 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int_1^2 x^3 dx$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{f(x)} \right) \Big|_1^2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow f(1) = -\frac{4}{5}$$

Đáp án: -0,8

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Lời giải

Đáp án: -1

$$f'(x) = x^3 f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int x^3 dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x^4}{4} + C$$

Ta có

$$\text{Mà } f(2) = -\frac{4}{19} \Rightarrow \frac{19}{4} = \frac{16}{4} + C \Rightarrow C = \frac{3}{4} \text{ Suy ra } f(x) = -\frac{4}{x^4 + 3}$$

$$\text{Vậy } f(1) = -1$$

Đáp án: -1

Câu 14. Cho hàm số $f(x) > 0$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2}$, $f'(x) = -e^x f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $f(\ln 2)$.

Lời giải

Đáp án: 0,33

$$\text{Ta có } f'(x) = -e^x f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = -e^x \quad (\text{do } f(x) > 0)$$

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int -e^x dx \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = -e^x + C \Rightarrow f(x) = \frac{1}{e^x - C}$$

$$\text{Mà } f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{e^0 - C} = \frac{1}{2} \Rightarrow C = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{e^x + 1} \Rightarrow f(\ln 2) = \frac{1}{e^{\ln 2} + 1} = \frac{1}{3}$$

Đáp án: 0,33

Câu 15. Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x+3)f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024) + f(2025) = \frac{a}{b}$ với $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N})$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $b - a$

Lời giải

Đáp án: 1519

Ta có $f'(x) = (2x+3)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+3$

$$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+3) dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^2 + 3x + C$$

Vì $f(0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 2$

Vậy $f(x) = -\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1}$

Ta có:
$$\begin{cases} f(1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\ f(2) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \\ f(3) = \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \\ \vdots \\ f(2025) = \frac{1}{2026} - \frac{1}{2025} \end{cases}$$

Do đó $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024) + f(2025) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2026} = -\frac{506}{1013}$

Do $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a = -506, b = 1013 \Rightarrow b - a = 1519$

Đáp án: 1519

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên đoạn $[0;1]$ đồng thời thỏa mãn các điều kiện $f'(0) = -1, f'(x) < 0, [f'(x)]^2 = f''(x), \forall x \in [0;1]$. Tính giá trị $f'(2)$

Lời giải

Đáp án: 1

$$[f'(x)]^2 = f''(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{f''(x)}{[f'(x)]^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{1}{f'(x)}\right)' = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f'(x)} = -\int dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f'(x)} = -x + C$$

Mà $f'(0) = -1 \Rightarrow C = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f'(x)} = -x + 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{1}{1-2} = 1$$

Đáp án: [img:Simg_240\$]

Câu 17. Một đám vi khuẩn tại ngày thứ x có số lượng là $N(x)$. Biết rằng $N'(x) = \frac{2000}{1+x}$ và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con. Vậy ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn là?

- A. 10130.
- B. 5130.
- C. 3154.

D. 10129.

Lời giải

Đáp án: 1013

Theo đề ta có:

$$\int N'(x)dx = \int \frac{2000}{x+1} dx = 2000 \ln|x+1| + C$$

Ta có:

$$N(x) = 2000 \ln 1 + C = 5000$$

$$\Rightarrow C = 5000$$

$$\Rightarrow N(x) = 2000 \ln|x+1| + 5000$$

Ngày thứ 12: $N(12) = 2000 \ln 13 + 5000 = 10129,9 \approx 1013$

Đáp án: [img:\$img_252\$]

Câu 18. Số lượng đám vi trùng ở ngày thứ t xác định bởi $N(t)$ với $N'(t) = \frac{1000}{2t+8}$. Biết rằng ngày đầu tiên đám vi trùng có 2500 con. Tính số lượng đám vi trùng ở ngày thứ 20 (làm tròn kết quả đến hàng trăm).

Lời giải

Đáp án: 3284

Ta có: $N(t) = \int \frac{1000}{2t+8} dt = 500 \ln|2t+8| + C$. Ở ngày thứ nhất có 2500 con vi trùng nên $N(1) = 500 \ln|2 \cdot 1 + 8| + C \Rightarrow C = 1348$

Do đó: $N(20) = 500 \ln|2 \cdot 20 + 8| + 1348 = 3284$ con.

Đáp án: [img:\$img_257\$]

Câu 19. Người ta tổ chức thực hành nghiên cứu thí nghiệm bằng cách như sau. Họ tiến hành quan sát một tia lửa điện bắn từ mặt đất bắn lên với vận tốc 15m/s. Hỏi sau 2,5 giây thì tia lửa điện đạt có chiều cao là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 6,88

Tia lửa điện chịu tác động của trọng lực hướng xuống nên ta có gia tốc $a = -9,8(m/s^2)$.

Ta có biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc a là:

$$v = \int a \cdot dt = \int -9,8 dt = -9,8t + C$$

Ở đây, với $t = 0, v = 15 m/s \Rightarrow C = 15$

Vậy ta được biểu thức vận tốc có dạng:

$$v = -9,8t + 15$$

Lấy tích phân biểu thức vận tốc ta sẽ được biểu thức quãng đường: $s = \int v dt = \int (-9,8t + 15) dt = -4,9t^2 + 15t + K$

Theo đề bài ta được khi $t = 0 \Rightarrow s = 0 \Rightarrow K = 0$

Vậy biểu thức tọa độ của quãng đường là:

$$s = -4,9t^2 + 15t$$

Khi $t = 2,5(s)$, ta sẽ được $s = 6,875 \approx 6,88(m)$.

Đáp án: [img:\$img_261\$]

Câu 20. Một vật chuyển động có phương trình $v = 5 + at(m/s)$. Hỏi sau thời gian 5 giây thì vật chuyển động quãng đường là?

Lời giải

Đáp án: 148

Quãng đường là nguyên hàm của vận tốc,

Ta có: $s = \int v dt = \int (v_0 + at) dt = \int (5 + at) dt$

Do đó, quãng đường có biểu thức là: $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + C$ (1).

Khi $t = 0 \Rightarrow s = 0 \Rightarrow C = 0$.

Theo đề bài: $t = 5(s), a = 9,8(m/s^2)$, thay vào phương trình (1) ta được

$$5,5 + \frac{1}{2} 9,8 \cdot 5^2 = 147,5(m) \approx 148(m)$$

Đáp án: [img:\$img_272\$]

Câu 21. Trong mạch máy vi tính, cường độ dòng điện (đơn vị mA) là một hàm số theo thời gian t như sau: $i = 0,3 - 0,2t$. Hỏi tổng điện tích đi qua một điểm trong mạch trong 0.05(s) là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,01

Ta có biểu thức tọa độ q như sau:

$$q = \int i dt = \int (0,3 - 0,2t) dt = 0,3t - 0,1t^2 + K$$

Khi $t = 0 \Rightarrow q = 0 \Rightarrow K = 0$.

Vậy ta có: $q = 0,3t - 0,1t^2$

$$q_{t=0,05} = 0,3 \times 0,05 - 0,1 \times (0,05)^2 = 0,01475(\text{mC}) \approx 0,01$$

(Đơn vị đo là mili-coulomb vì cường độ dòng điện i là mA)

Đáp án: [img:\$img_279\$]

Câu 22. Hiệu điện thế đi qua tụ điện có điện dung 8.5(nF) đặt trong mạch thu sóng FM gần bằng 0. Nếu cường độ dòng điện $i = 0,042t(\text{mA})$ nạp vào tụ. Tìm hiệu điện thế sau $2\mu\text{s}$.

A. 9.22(nV).

B. 9.88(nV).

C. 9.55(nV).

D. 9.44(nV).

Lời giải

Đáp án: 9,88

Ta có: hiệu điện thế V_C có biểu thức như sau:

$$V_C = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$\begin{cases} 1\text{nF} = 10^{-9}\text{F} \\ 1\mu\text{s} = 10^{-6}\text{s} \\ 0,042t(\text{mA}) = 0,042 \times 10^{-3}t(\text{A}) \end{cases}$$

Ta lưu ý các đại lượng vật lý sau:

Ta có:

$$V_C = \frac{0,042 \times 10^{-3}}{8,5 \times 10^{-9}} \int t dt = 4,94 \times 10^3 \frac{t^2}{2} + K = 2,47 \times 10^3 t^2 + K$$

Theo giả thiết: $t = 0 \Rightarrow V_C = 0 \Rightarrow K = 0$.

Do đó $V_C = 2,47 \times 10^3 t^2$

Khi $t = 2\mu\text{s}$, ta sẽ được:

$$V_C = 2,47 \times 10^3 (2 \times 10^{-6})^2 = 9,882 \times 10^{-9} = 9,88(\text{nV})$$

Đáp án: [img:\$img_286\$]

Câu 23. Trong mạch các máy tivi, cường độ dòng điện (đơn vị mA) là một biểu thức hàm số theo thời gian t cho như sau: $i = 0,5 - 0,1t$. Hỏi điện tích đi qua một điểm trong mạch trong thời gian 0.03(s) là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,02

Ta có: biểu thức điện tích q là:

$$q = \int i dt = \int (0,5 - 0,1t) dt = 0,5t - 0,05t^2 + K$$

Khi $t = 0, q = 0 \Rightarrow K = 0$

Vậy ta được:

$$q = 0,5t - 0,05t^2$$

$$q_{t=0,03} = 0,5 \times 0,03 - 0,05 \times (0,03)^2 = 0,015(\text{mC}) \approx 0,02(\text{mC})$$

Đáp án: [img:\$img_296\$]

Câu 24. Công ty Acos một dự án đầu tư, sau thời gian t (năm) kể từ khi bắt đầu dự án cho lợi nhuận $K(t)$ và tốc độ sinh lợi nhuận là $K'(t) = 100(t^3 + t^2)$ (triệu đồng/năm). Tính lợi nhuận công ty A thu về từ dự án này ở năm thứ 10 (đơn vị nghìn triệu).

Lời giải

Đáp án: 283

Ta có: $K(t) = \int 100(t^3 + t^2) dt = 25t^4 + \frac{100}{3}t^3 + C$, lúc bắt đầu dĩ nhiên lợi nhuận bằng 0 nên $K(0) = 0$ suy ra $C = 0$, do đó:

$$K(t) = \int 100(t^3 + t^2) dt = 25t^4 + \frac{100}{3}t^3$$

Lợi nhuận mà công ty A thu về kể từ khi bắt đầu đến năm thứ 10 là $K(10) = 283333$ triệu.

Đáp án: [img:\$img_302\$]

Câu 25. Một người bán tạp hóa nhận một kiện hàng gồm 10.000 kg gạo và số gạo sẽ bán hết trong vòng 5 tháng, với tốc độ 2000 kg/tháng. Nếu chi phí lưu trữ của 1 cent/kg/tháng, thì người đó phải trả bao nhiêu chi phí lưu trữ trong vòng 5 tháng.

Lời giải

Đáp án: 25

Gọi $S(t)$ là tổng chi phí lưu trữ (đô la) sau t tháng. Vì gạo được bán với tốc độ không đổi 2000kg/tháng, số kg gạo được lưu trữ sau t tháng là $10000 - 2000t$.

Vì chi phí lưu trữ là 1 cent/kg/ tháng, nên tốc độ thay đổi chi phí theo thời gian:

$$S'(t) = \text{(chi phí hằng tháng/kg)}. (\text{Số kg}) = 0,01(10000 - 2000t).$$

Do đó, $S(t)$ là một nguyên hàm của:

$$0,01(10000 - 2000t) = 100 - 20t, \text{ tức là:}$$

$$S(t) = \int S'(t) dt = \int (100 - 20t) dt = 100t - 10t^2 + C.$$

Ta lại có, thời điểm hàng gửi tới (khi $t = 0$) thì không có chi phí lưu trữ, vì vậy: $0 = 100 \times 0 - 10 \times 0^2 \Rightarrow C = 0$

Vậy $S(t) = 100t - 10t^2$.

Do đó tổng chi phí trong 5 tháng tới là:

$$S(5) = 100 \times 5 - 10 \times 5^2 = 25 \text{ đô la.}$$

Đáp án: [img:\$img_305\$]

----HẾT----