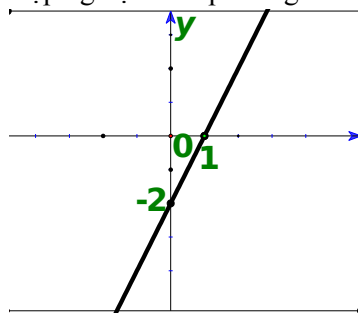


DẠNG 1. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

DẠNG 1.1 BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



- A. $x - y - 2 = 0$ B. $x + y + 2 = 0$ C. $2x + y + 2 = 0$ D. $2x - y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn D.

Gọi sử đường thẳng có phương trình $y = ax + b$. Đường thẳng đi qua 2 điểm $(1; 0), (0; -2)$ nên

tọa độ 2 điểm này thỏa mãn phương trình. Từ đó ta có hệ
$$\begin{cases} a + b = 0 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$$

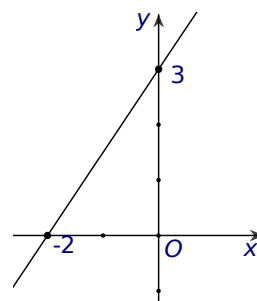
Vậy đường thẳng có phương trình: $y = 2x - 2 \Leftrightarrow 2x - y - 2 = 0$

Ta chọn đáp án **D.**

Câu 2. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?

- A. $3x - 2y + 6 = 0$ B. $3x + 2y + 6 = 0$
C. $-3x - 2y + 6 = 0$ D. $3x - 2y + 3 = 0$

Lời giải



Chọn A.

Gọi sử đường thẳng có phương trình $y = ax + b$. Đường thẳng đi qua 2 điểm $(-2; 0), (0; 3)$ nên

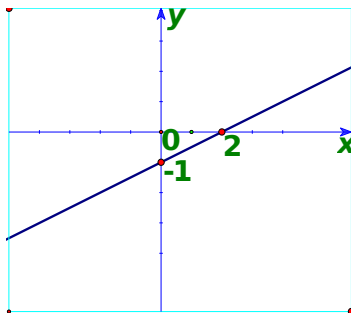
tọa độ 2 điểm này thỏa mãn phương trình. Từ đó ta có hệ
$$\begin{cases} -2a + b = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng có phương trình: $y = \frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0$

Vậy đường thẳng có phương trình:

Ta chọn đáp án **A.**

Câu 3. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $x - 2y - 2 = 0$

B. $x + 2y - 2 = 0$

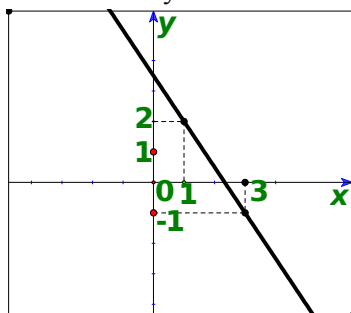
C. $2x + y - 2 = 0$

D. $2x - y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $3x + 2y + 7 = 0$

B. $3x + 2y - 7 = 0$

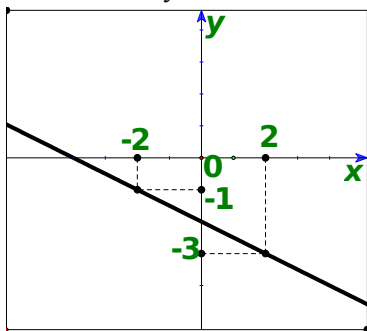
C. $-3x + 2y - 7 = 0$

D. $3x - 2y - 7 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Câu 5. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $x + 2y = 4$

B. $x + 2y = -4$

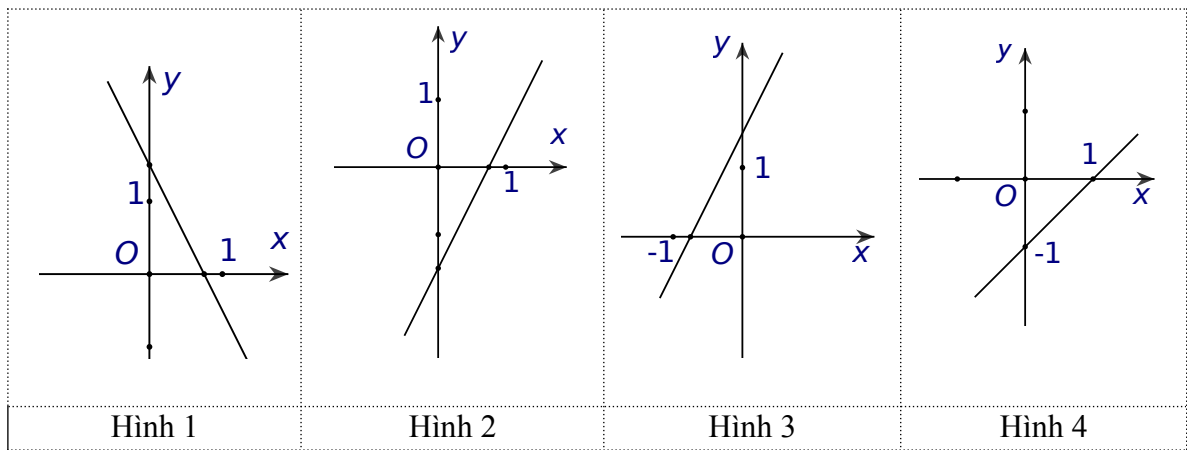
C. $-x + 2y = 4$

D. $x - 2y = 4$

Lời giải

Chọn B.

Câu 6. Cho các hình sau:



Trong các hình trên, hình nào biểu diễn tập nghiệm của phương trình $4x - 2y - 3 = 0$?

- A. Hình 1. B. Hình 3. C. Hình 2. D. Hình 4.

Lời giải

Chọn C.

DẠNG 1.2 XÁC ĐỊNH NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 7. Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x - y - 4 = 0$?

- A. $(x; y) = (2; 1)$ B. $(x; y) = (1; -2)$ C. $(x; y) = (3; -2)$ D. $(x; y) = (1; 2)$

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy $2 \cdot 1 - (-2) - 4 = 0$ nên cặp số $(x; y) = (1; -2)$ là nghiệm của phương trình $2x - y - 4 = 0$.

Câu 8. Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $3x - 2y - 6 = 0$?

- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ B. $(-2; -6)$ C. $(3; -2)$ D. $(2; 6)$

Lời giải

Chọn B.

Lấy các cặp số lần lượt thay vào phương trình, cặp số nào thỏa mãn thì đó là nghiệm của phương trình.

Câu 9. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $-2x + 5y - 3 = 0$?

- A. $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ B. $(1; 1)$ C. $\left(\frac{-3}{2}; 0\right)$ D. $(6; 3)$

Lời giải

Chọn A.

Lấy các cặp số lần lượt thay vào phương trình, cặp số nào không thỏa mãn thì đó không phải là nghiệm của phương trình.

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x + 2y - 3 = 0$?

- A. $\left(0; \frac{-3}{2}\right)$. B. $(1;1)$. C. $(5;1)$. D. $(3;-3)$.

Lời giải

Chọn B.

- Câu 11. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} - 1 = 0$?
A. $(0;3)$. B. $(2;3)$. C. $(2;0)$. D. $(-2;-3)$.

Lời giải

Chọn C.

- Câu 12. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $-4x + 5y = -2$?
A. $\left(\frac{-1}{4}; \frac{1}{5}\right)$. B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{5}\right)$. C. $\left(\frac{-1}{4}; \frac{-1}{5}\right)$. D. $\left(\frac{1}{4}; \frac{-1}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

- Câu 13. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $x + y = -2$?
A. $(-1;-1)$. B. $(-2;0)$. C. $(-3;1)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D.

- Câu 14. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $\frac{-3x}{2} + 2y = \frac{1}{2}$?
A. $(-1;1)$. B. $(1;1)$. C. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. D. $\left(\frac{-1}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn A.

- Câu 15. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x + y - 1 = 0$?
A. $(x_0; 1 - 2x_0)$. B. $(x_0 + 1; -2x_0)$. C. $(-2 - x_0; 2x_0 + 3)$. D. $(-1 - x_0; 1 + 2x_0)$.

Lời giải

Chọn A.

- Câu 16. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x - 2y + 3 = 0$?
A. $(2a - 3; a)$. B. $(2a - 2; a + 1)$. C. $(-5 - 2a; a - 1)$. D. $(-1 - 2a; 1 + a)$.

Lời giải

Chọn A.

- Câu 17. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{5}{6} = 0$?
A. $(2b + 1; 3b - 1)$. B. $(2b - 1; 3b + 1)$. C. $(2b - 1; -3b + 1)$. D. $(-2b - 1; 3b - 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 18. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $3x + y - 4 = 0$?

- A. $(t; 4 - 3t)$ B. $(t + 1; 1 - 3t)$ C. $(-t; -4 + 3t)$ D. $(2t; 4 - 6t)$

Lời giải

Chọn C.

DẠNG 2. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

DẠNG 2.1 KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 19. (HK1 - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 2.2y + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Nhận xét: Loại bài này bấm máy tính bỏ túi cho nhanh.

Câu 20. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ 7x - 9y = 8 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $\left(\frac{5}{17}; \frac{19}{17}\right)$ B. $\left(-\frac{5}{7}; -\frac{19}{17}\right)$ C. $\left(-\frac{5}{17}; -\frac{19}{17}\right)$ D. $\left(\frac{5}{17}; -\frac{19}{17}\right)$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ 7x - 9y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45x - 36y = 27 \\ 28x - 36y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x = -5 \\ 28x - 36y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{17} \\ 28 \cdot \left(-\frac{5}{17}\right) - 36y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{17} \\ y = -\frac{19}{17} \end{cases}$$

Câu 21. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ -5x + 3y = 4 \end{cases}$ là

- A. $(-2; 2)$ B. $(2; -2)$ C. $(-2; -2)$ D. $(2; 2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ -5x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$

Câu 22. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$

- A. $(x; y) = \left(\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$ B. $(x; y) = (2; 1)$ C. $(x; y) = \left(-\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$ D. $(x; y) = (-2; -1)$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ -x + 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$$

Ta có:

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = \left(-\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$

Câu 23. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019) Tìm nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$$

- A. $(x; y) = \left(\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$ B. $(x; y) = (2; 1)$ C. $(x; y) = \left(-\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$ D. $(x; y) = (-2; -1)$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ -x + 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$$

Ta có:

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = \left(-\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$

Câu 24. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x - 6y = -2 \end{cases}$$

- A. $(x; y) = (1; 2)$ B. $(x; y) = (2; 1)$ C. $(x; y) = (1; 1)$ D. $(x; y) = (-1; -1)$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x - 6y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 25. Nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ 4x + 2y = 7 \end{cases}$$

là

- A. $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$ B. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ 4x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 20y = 8 \\ 12x + 6y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 26y = 13 \\ x = \frac{2+5y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Lưu ý: Bài này có thể dùng Casio để tìm nghiệm.

- Câu 26.** Nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$ là
- A.** (2;1) **B.** (1;2) **C.** (-2;-1) **D.** (-1;-2)

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 3x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

- Câu 27.** Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{2}{3}y = 16 \\ \frac{5}{2}x - \frac{3}{5}y = 11 \end{cases}$. Tính $2x_0^2 + y_0^3$
- A.** 8 **B.** 15 **C.** 3503 **D.** 3439

Lời giải

Đáp án sai : Giải hệ PT ta được $\begin{cases} x = 8 \\ y = 15 \end{cases}$. **Do đó đáp án đúng là C.**

- Câu 28.** Hệ phương trình: $\begin{cases} |x-1| + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là?
- A.** $x = -3; y = 2$. **B.** $x = 2; y = -1$. **C.** $x = 4; y = -3$. **D.** $x = -4; y = 3$.
- Chọn B.**

Lời giải

Từ phương trình 2, rút y theo x, rồi thay vào phương trình 1.

Ta có : $|x-1| + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 5 - 2x \geq 0 \cap \begin{cases} x-1 = 5-2x \\ x-1 = -5+2x \end{cases} \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=-1$. Chọn **B.**

- Câu 29.** Gọi $(x_0; y_0)$ là cặp nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$. Tính $\frac{x_0}{y_0}$.

A. $\frac{x_0}{y_0} = \frac{-3}{2}$.

B. $\frac{x_0}{y_0} = 3$.

C. $\frac{x_0}{y_0} = \frac{1}{3}$.

D. $\frac{x_0}{y_0} = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 30. Biết hệ phương trình $\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 3 \\ \frac{9}{x} - \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$ có 1 nghiệm $(x; y)$. Hiệu $y - x$ là

A. -2.

B. $-\frac{2}{15}$.

C. 2.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x \neq 0, y \neq 0$.

Đặt $a = \frac{1}{x}, y = \frac{1}{y}$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6a + 5b = 3 \\ 9a - 10b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a + 10b = 6 \\ 9a - 10b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21a = 7 \\ 9a - 10b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{5} \end{cases} \text{ Suy ra } \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy $y - x = 2$.

Câu 31. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y} = 3 \end{cases}$ là:

A. $(x; y) = (3; 11)$.

B. $(x; y) = (-3; 1)$.

C. $(x; y) = (13; 1)$.

D. $(x; y) = (3; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq 0 \end{cases}$.

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-2} = 1 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} (TM)$$

Vậy nghiệm HPT là $(x; y) = (3; 1)$.

DẠNG 2.2 CHỨA THAM SỐ

- Câu 32.** Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \\ 2mx + 5y - m = 0 \end{cases}$$
 có duy nhất một nghiệm
- A.** $m = 10$ **B.** $m = -10$ **C.** $m = -\frac{10}{3}$ **D.** $m = \frac{10}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \\ 2mx + 5y - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ 2m \cdot 2 + 5 \cdot 2 - m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 10$$

Vậy $m = 10$.

- Câu 33.** Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (m+1)x + y = 2m+2 \\ x + (m+1)y = m+2 \end{cases}$$
. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hệ phương trình có nghiệm nguyên duy nhất. Tổng các phần tử của S là
- A.** -4 **B.** -2 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$D = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 1 & m+1 \end{vmatrix} = m^2 + 2m = m(m+2)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2m+2 & 1 \\ m+2 & m+1 \end{vmatrix} = 2m^2 + 3m = m(2m+3)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m+1 & 2m+2 \\ 1 & m+2 \end{vmatrix} = m^2 + m = m(m+1)$$

$$D \neq 0 \Leftrightarrow m(m+2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì

Khi đó hệ phương trình có nghiệm

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{2m+3}{m+2} = 2 - \frac{1}{m+2} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{m+1}{m+2} = 1 - \frac{1}{m+2} \end{cases}$$

Để hệ phương trình có nghiệm nguyên thì $\frac{1}{m+2}$ nguyên $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 = 1 \\ m+2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$

Do đó $S = \{-1; -3\}$. Vậy Tổng các phần tử của S là -4 .

- Câu 34.** cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = m \\ x + my = m \end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi
A. $m \neq 1$. **B.** $m \neq -1$. **C.** $m \neq \pm 1$. **D.** $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn **C.**

Cách 1:

Ta có: $D = m^2 - 1$.

Hệ có nghiệm duy nhất khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Cách 2:

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{m} \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

- Câu 35.** Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có đúng một nghiệm: $\begin{cases} 3x - my = 1 \\ -mx + 3y = m - 4 \end{cases}$
A. $m \neq 3$ hay $m \neq -3$. **B.** $m \neq 3$ và $m \neq -3$.
C. $m \neq 3$. **D.** $m \neq -3$.

Lời giải

Chọn **B.**

Cách 1:

Ta có : $D = \begin{vmatrix} 3 & -m \\ -m & 3 \end{vmatrix} = 9 - m^2$

Phương trình có đúng một nghiệm khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

Cách 2:

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{3}{-m} \neq \frac{-m}{3} \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

- Câu 36.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau cắt nhau
 $(d_1): (m^2 - 1)x - y + 2m + 5 = 0$ và $(d_2): 3x - y + 1 = 0$

- A.** $m = -2$. **B.** $m = 2$.
C. $m = 2$ hay $m = -2$. **D.** $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn **D.**

Cách 1:

Để hai đường thẳng cắt nhau thì hệ phương trình $\begin{cases} (m^2 - 1)x - y = -2m - 5 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow D \neq 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2.$$

Cách 2:

Ta có : Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi $\frac{m^2 - 1}{3} \neq \frac{-1}{-1} \Leftrightarrow m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$.

- Câu 37.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2|x| - y = 1 \\ mx + y = m + 1 \end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi
A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m \neq -2$ **D.** $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn **A.**

Cách 1:

$$\text{Hệ tương đương } \begin{cases} \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x - y = 1 \\ mx + y = m + 1 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} x < 0 \\ -2x - y = 1 \\ mx + y = m + 1 \end{cases} & (2) \end{cases}$$

Hệ tương đương

Tập nghiệm của hệ ban đầu là tập hợp hai tập nghiệm của hai hệ (1) và (2).

Hệ (1) có: $D_1 = 2 + m$; $D_{1x} = m$; $D_{1y} = 1$.

Hệ (2) có: $D_2 = -2 + m$; $D_{2x} = 3m + 2$; $D_{2y} = -3m - 2$.

Hệ ban đầu có nghiệm duy nhất khi: $\begin{cases} (1) \text{ có nghiệm duy nhất} \\ (2) \text{ VN} \\ (1) \text{ VN} \\ (2) \text{ có nghiệm duy nhất} \end{cases}$ giải ta được $m = 2$.

Vậy $m = 2$ thì hệ có nghiệm duy nhất.

Cách 2:

- Thử thấy $m = 2$ thì hệ có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ loại D, A phù hợp.
- Kiểm tra thấy $m = -2$ thì hệ có vô số nghiệm $\Rightarrow$ loại **B.**
 - Kiểm tra đáp án **C.** Ta thử lấy m tùy. VD lấy $m = 1$ hoặc $m = 0, \dots$ thấy hai hệ (1) và (2) đều có nghiệm duy nhất và khác nhau, nên hệ ban đầu có 2 nghiệm $\Rightarrow$ loại **C.**
- Vậy $m = 2$ thì hệ có nghiệm duy nhất.

- Câu 38.** Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ mx + y = 1 - m \end{cases}$ có nghiệm

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m \neq \frac{1}{2}$.

D. $m > \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

$$D = 1 - 2m.$$

$$D_x = m + 1; D_y = -4m + 1.$$

Xét $D = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$, khi đó $D_x = \frac{3}{2} \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $m = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn.

Cách 2:

Bấm máy tính, thử với $m = \frac{1}{2}$ hệ vô nghiệm, các giá trị khác của m hệ có nghiệm.

Câu 39. Hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$ vô nghiệm khi giá trị m bằng

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $D = \begin{vmatrix} m - 1 \\ 4 - m \end{vmatrix} = 4 - m^2$; $D_x = \begin{vmatrix} 2m & -1 \\ m + 6 & -m \end{vmatrix} = -2m^2 + m + 6$; $D_y = \begin{vmatrix} m & 2m \\ 4 & m + 6 \end{vmatrix} = m^2 - 2m$

$$D = 0 \Leftrightarrow 4 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Xét

Khi $m = 2 \Rightarrow D_x = D_y = 0$ hệ phương trình có vô số nghiệm

Khi $m = -2 \Rightarrow D_x = -4 \neq 0$ hệ phương trình vô nghiệm

Câu 40. Gọi m_0 là giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = m \\ mx + y = m - \frac{2}{9} \end{cases}$ có vô số nghiệm. Khi đó:

A. $m_0 \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

D. $m_0 \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ m & 1 \end{vmatrix} = 1 - 3m$

Để hệ phương trình vô số nghiệm thì $D = D_x = D_y = 0$

Ta có $D = 0 \Leftrightarrow 1 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$

Thay $m = \frac{1}{3}$ vào hệ phương trình ta có:
$$\begin{cases} x + 3y = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}x + y = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}x + y = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = \frac{1}{3} \\ x + 3y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{1}{3}$ hệ phương trình vô số nghiệm.

- Câu 41.** cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = m \\ x + my = m \end{cases}$, m là tham số. Hệ vô nghiệm khi
A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn **C.**

Cách 1:

$$\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m^2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Hệ vô nghiệm khi

Vậy $m = -1$ thì hệ vô nghiệm.

Cách 2:

Hệ vô nghiệm khi: $\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{m}{m} \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$ thì hệ vô nghiệm.

Cách 3:

Dùng máy tính thử các đáp án, thấy đáp án C đúng.

Vậy $m = -1$ thì hệ vô nghiệm.

- Câu 42.** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + (m+4)y = 2 \\ m(x+y) = 1 - y \end{cases}$. Để hệ này vô nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số m là:
A. $m = 0$ **B.** $m = 1$ hay $m = 2$.
C. $m = -1$ hay $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = -\frac{1}{2}$ hay $m = 3$.

Lời giải

Chọn **A.**

Cách 1:

Ta có: Hệ tương đương
$$\begin{cases} mx + (m+4)y = 2 \\ mx + (m+1)y = 1 \end{cases}$$

$$D = m(m+1) - m(m+4) = -3m$$

$$D_x = m - 2; D_y = -2m.$$

Xét $D = 0 \Leftrightarrow m = 0$, khi đó $D_x = -2 \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm.

Vậy $m = 0$ hệ vô nghiệm.

Cách 2:

Ta có: Hệ trở thành
$$\begin{cases} mx + (m+4)y = 2 \\ mx + (m+1)y = 1 \end{cases} \Rightarrow D = m(m+1) - m(m+4) = -3m$$

Hệ vô nghiệm $\Rightarrow D = 0 \Rightarrow m = 0$

Thử lại thấy $m = 0$ thỏa điều kiện.

Vậy $m = 0$ hệ vô nghiệm.

- Câu 43.** Tìm a để hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + y = a^2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$
 vô nghiệm:
- A.** $a = 1$. **B.** $a = 1$ hoặc $a = -1$. **C.** $a = -1$. **D.** Không có a .
- Lời giải**

Chọn **C.**

Cách 1:

$$D = a^2 - 1.$$

$$D_x = a^3 - 1; D_y = a - a^2.$$

Xét $D = 0 \Leftrightarrow a = \pm 1$.

$a = 1$ khi đó $D_x = D_y = 0 \Rightarrow$ hệ vô số nghiệm. $a = 1$ không thỏa mãn.

$a = -1$ khi đó $D_x = -2 \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $a = -1$ thỏa mãn.

Vậy $a = -1$ thì hệ vô nghiệm.

Cách 2:

Bấm máy tính thử kết quả, thấy $a = -1$ thì hệ vô nghiệm.

- Câu 44.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song với nhau

$$(d_1): (m^2 - 1)x - y + 2m + 5 = 0 \quad \text{và} \quad (d_2): 3x - y + 1 = 0$$

- A. $m = -2$. B. $m = 2$.
 C. $m = 2$ hay $m = -2$. D. $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

Để hai đường thẳng song song với nhau thì hệ phương trình
$$\begin{cases} (m^2 - 1)x - y = -2m - 5 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$$
 vô nghiệm.

$$\Leftrightarrow D = 0; D_x \neq 0 \text{ hoặc } D_y \neq 0.$$

$$\text{Có } D = -m^2 + 4; D_x = 2m + 4; D_y = m^2 + 6m + 16.$$

$$D = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

- $m = 2$ thì $D_x = 8 \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $m = 2$ thỏa mãn.
- $m = -2$ thì $D_x = 0; D_y \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $m = -2$ thỏa mãn.

Vậy $m = \pm 2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Cách 2:

Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song khi $\frac{m^2 - 1}{3} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{-2m - 5}{-1} \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Vậy $m = \pm 2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Câu 45. Tìm m để hệ vô số nghiệm

$$\begin{cases} 2m^2x + 3(m-1)y = 3 \\ m(x+y) - y = 2 \end{cases}$$

- A. $m = 2$ và $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 3$ và $m = \frac{1}{2}$. C. $m \neq 1, m \neq \frac{1}{3}$. D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Hệ phương trình tương đương với
$$\begin{cases} 2m^2x + 3(m-1)y = 3 \\ mx + (m-2)y = 2 \end{cases}$$

Ta có hệ vô số nghiệm khi: $\frac{2m^2}{m} = \frac{3(m-1)}{m-2} = \frac{3}{2}$

$$\begin{cases} \frac{3(m-1)}{m-2} = \frac{3}{2} \\ \frac{2m^2}{m} = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{4} \\ m = 0 \end{cases}$$

Không có giá trị nào để hệ vô số nghiệm

- Câu 46.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} mx + 3y = m - 1 \\ 2x + (m - 1)y = 3 \end{cases}$ vô số nghiệm ?
- A.** $m = -2$. **B.** $m \neq 3$ và $m \neq -2$
C. $m = -2, m = 4$ **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có hệ vô số nghiệm khi: $\frac{m}{2} = \frac{3}{m-1} = \frac{m-1}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} = \frac{3}{m-1} \\ \frac{3}{m-1} = \frac{m-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

- Câu 47.** Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm
- A.** $m \neq 4$. **B.** $m \neq -2$. **C.** $m \neq 2$. **D.** $m \neq -4$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} mx - 2y = 1 \quad (1) \\ 2x + y = 2 \quad (2) \end{cases}$$

Từ pt (2) $\Leftrightarrow y = 2 - 2x$. Thế vào pt (1) ta được:

$$mx - 2(2 - 2x) = 1 \Leftrightarrow (m + 4)x = 5 \quad (3)$$

$\Rightarrow m \neq -4$ thì pt (3) có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ Hệ đã cho có nghiệm duy nhất.

- Câu 48.** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - (m+1)y = 3m \\ x - 2my = m + 2 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$. Biết hệ phương trình có nghiệm khi tham số $m = m_0$. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** $m_0 \in (2; 4)$. **B.** $m_0 \in (-4; -2]$. **C.** $m_0 \in [-1; 2]$. **D.** $m_0 \in (-2; -1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} mx - (m+1)y = 3m & (1) \\ x - 2my = m+2 & (2) \\ x + 2y = 4 & (3) \end{cases}$$

Xét hệ

Trừ theo vế hai phương trình (2) và (3) ta được: $2(m+1)y = 2 - m$ (4)

Nếu $m = -1$ thì (4) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.

Nếu $m \neq -1$ thì (4) $\Leftrightarrow y = \frac{2-m}{2(m+1)}$, thay vào (3) được $x = \frac{5m+2}{m+1}$.

Thế các giá trị x, y tìm được vào (1) ta được phương trình:

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{5m+2}{m+1} - (m+1) \cdot \frac{2-m}{2(m+1)} &= 3m \\ \Leftrightarrow 2m(5m+2) - (m+1)(2-m) &= 6m(m+1) \\ \Leftrightarrow 5m^2 - 3m - 2 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-\frac{2}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $m_0 = 1$ hoặc $m_0 = -\frac{2}{5}$ thuộc $[-1; 2]$.

Câu 49. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m+1 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ với $x; y$ là các số nguyên?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $D = m^2 - 1 = (m-1)(m+1)$; $D_x = m-1$; $D_y = 2m^2 + m - 3 = (m-1)(2m+3)$.

Với $m = 1$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán m nguyên âm).

Với $m = -1$ ta có $D = 0$, $D_x = -2 \neq 0$ nên hệ vô nghiệm.

Với $m \neq \pm 1$, hệ có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x = \frac{1}{m+1} \\ y = \frac{2m+3}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{m+1} \\ y = 2 + \frac{1}{m+1} \end{cases}$.

$x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z}$ khi và chỉ khi $\frac{1}{m+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 = -1 \\ m+1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 0 \end{cases}$. Vì m nguyên âm nên chỉ có giá trị $m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn đáp án **B**.

Câu 50. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - (m+1)y = 3m \\ x - 2my = m+2 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$
. Biết hệ phương trình có nghiệm khi tham số $m = m_0$. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** $m_0 \in (2; 4)$ **B.** $m_0 \in [-4; -2]$
C. $m_0 \in [-1; 2]$ **D.** $m_0 \in (-2; -1)$

Lời giải

Chọn C

Hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - (m+1)y = 3m, (1) \\ x - 2my = m+2, (2) \\ x + 2y = 4, (3) \end{cases}$$

Từ $(3) \Rightarrow x = 4 - 2y$ thay vào $(1), (2)$ ta được
$$\begin{cases} (3m+1)y = m, (4) \\ (2m+2)y = 2 - m, (5) \end{cases}$$

$+) m = -\frac{1}{3}: (4)$ vô nghiệm $\Rightarrow m = -\frac{1}{3}$ loại.

$+) m = -1: (5)$ vô nghiệm $\Rightarrow m = -1$ loại.

$+) \begin{cases} m \neq -\frac{1}{3} \\ m \neq -1 \end{cases}$ hệ phương trình có nghiệm
$$\Leftrightarrow \frac{m}{3m+1} = \frac{2-m}{2m+2} \Leftrightarrow 5m^2 - 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Câu 51. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hệ phương trình
$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+2 \\ mx - (m+1)y = -2 \end{cases}$$
 có nghiệm là $(2; y_0)$. Tổng các phần tử của tập S bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$D = -(m+1)^2 + m = -m^2 - m - 1 \neq 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$D_x = -(m+1)(m+2) - 2 = -m^2 - 3m - 4$$

$$D_y = -2(m+1) - m(m+2) = -m^2 - 4m - 2$$

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{m^2 + 3m + 4}{m^2 + m + 1} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{m^2 + 4m + 2}{m^2 + m + 1} \end{cases}$$

Suy ra với mọi giá trị của m thì hệ có nghiệm duy nhất:

$$\text{Đề } (2; y_0) \text{ là nghiệm của hệ thì } \frac{m^2 + 3m + 4}{m^2 + m + 1} = 2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{-1; 2\}$$

Câu 52. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0^2 + y_0^2 = 10$.

A. $m \in \left\{0; -\frac{4}{3}\right\}$

B. $m = \frac{4}{3}$

C. $m = 0$

D. $m \in \left\{\frac{4}{3}; 0\right\}$

Lời giải

Chọn A.

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Khi đó

$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ x + m(3 - mx) = 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ x = \frac{1 - m}{1 - m^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{m + 1} \\ y = \frac{2m + 3}{m + 1} \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: } \begin{cases} x_0 = \frac{1}{m + 1} \\ y_0 = \frac{2m + 3}{m + 1} \end{cases}$$

$$\text{Nên: } x_0^2 + y_0^2 = 10 \Leftrightarrow 1 + (2m + 3)^2 = 10(m + 1)^2 \Leftrightarrow 6m^2 + 8m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{4}{3} \text{ (TM)} \end{cases}$$

Câu 53. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 - a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases}$. Gọi a_0 là giá trị của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $a_0 \in (-10; 0)$

B. $(5; 8)$

C. $a_0 \in (0; 5)$

D. $[8; 12]$

Lời giải

Chọn C.

Ta có :
$$\begin{cases} 2x - y = 2 - a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 4 - 2a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5-a}{5} \\ y = \frac{3a}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{5-a}{5}\right)^2 + \frac{9a^2}{25} = \frac{10a^2 - 10a + 25}{25} = \frac{1}{5}(2a^2 - 2a + 5) = \frac{1}{5}\left(\left(\sqrt{2}a - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{9}{2}\right) \geq \frac{9}{10}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = \frac{1}{2}$.

- Câu 54.** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số m để hệ phương trình có nghiệm nguyên là:
- A.** $m = 0, m = -2$. **B.** $m = 1, m = 2, m = 3$.
C. $m = 0, m = 2$. **D.** $m = 1, m = -3, m = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

Ta có : $D = m^2 - 1$, $D_x = m - 1$, $D_y = 2m^2 + m - 3$

$$D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \text{ thì hệ có nghiệm } \left(\frac{1}{m+1}; \frac{2m+3}{m+1}\right), \text{ phân tích ta được } \left(\frac{1}{m+1}; 2 + \frac{1}{m+1}\right)$$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên khi $m+1$ là ước của 1

$$\Rightarrow m = 0; m = -2, \text{ thỏa mãn } m \neq \pm 1.$$

Vậy $m = 0; m = -2$ thì hệ có nghiệm nguyên.

Cách 2:

Sử dụng máy tính, thử các đáp án $\Rightarrow$ chọn **A.**

- Câu 55.** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 - a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $a = 1$. **B.** $a = -1$. **C.** $a = \frac{1}{2}$. **D.** $a = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có :
$$\begin{cases} 2x - y = 2 - a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 4 - 2a \\ x + 2y = a + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5-a}{5} \\ y = \frac{3a}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{5-a}{5}\right)^2 + \frac{9a^2}{25} = \frac{10a^2 - 10a + 25}{25} = \frac{1}{5}(2a^2 - 2a + 5) = \frac{1}{5}\left(\left(\sqrt{2}a - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{9}{2}\right) \geq \frac{9}{10}$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = \frac{1}{2}$.

Câu 56. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$$

- A. $m \neq 2$ và $m \neq -2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{2m+3}{2+m}; -\frac{m}{2m+1}\right)$
- B. $m = 2$ hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (t; 2t - 4), t \in \mathbb{R}$.
- C. $m = -2$ hệ phương trình vô nghiệm.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta có
$$D = \begin{vmatrix} m & -1 \\ 4 & -m \end{vmatrix} = 4 - m^2 = (2-m)(2+m)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2m & -1 \\ m+6 & -m \end{vmatrix} = -2m^2 + m + 6 = (2-m)(2m+3)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m & 2m \\ 4 & m+6 \end{vmatrix} = m^2 - 2m = m(m-2)$$

* Với $D \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$: Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$(x; y) = \left(\frac{D_x}{D}; \frac{D_y}{D}\right) = \left(\frac{2m+3}{2+m}; -\frac{m}{2m+1}\right)$$

* Với $D = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$:

+ Khi $m = 2$ ta có $D = D_x = D_y = 0$ nên hệ phương trình có nghiệm là nghiệm của phương trình $2x - y = 4 \Leftrightarrow y = 2x - 4$. Do đó hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (t; 2t - 4), t \in \mathbb{R}$.

+ Khi $m = -2$ ta có $D = 0, D_x \neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

DẠNG 3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

DẠNG 3.1 KHÔNG CHỨA THAM SỐ

- Câu 57.** Hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 7y - z = 5 \\ 2z = 4 \end{cases}$$
 có nghiệm là:
- A.** (2; 1; 2). **B.** (- 2; - 1; - 2). **C.** (- 2; - 1; 2). **D.** (2; - 1; - 2).

Lời giải

Chọn **A.**

Giải tự luận:

Từ phương trình cuối suy ra $z = 2$. thay giá trị này của z vào phương trình thứ hai, ta được $y = 1$. Cuối cùng, thay các giá trị của y và z vừa tìm được vào phương trình đầu ta tìm được $x = 2$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y; z) = (2; 1; 2)$

Giải trắc nghiệm:

Bấm máy tính $\Rightarrow$ Chọn **A.**

- Câu 58.** Hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 2z = -3 \\ x - 3y - 3z = -5 \end{cases}$$
 có nghiệm là:
- A.** (1; 3; -1) **B.** (1; 3; -2) **C.** (1; 2; -1) **D.** (1; -3; -1)

Lời giải

Chọn **A.**

Giải tự luận:

Cách 1:

Cộng phương trình thứ nhất và thứ hai theo vế, ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 3z = 0 \\ x - 3y - 3z = -5 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình đầu với 3, xong đem cộng theo vế với phương trình cuối, ta được hệ

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + z = 0 \\ 4x = 4 \end{cases}$$

Từ phương trình cuối ta có $x=1$, thay vào phương trình hai tính được $z=-1$. thay đồng thời x, z vào phương trình đầu thì $y=3$. Vậy nghiệm của hệ là $(1; 3; -1)$.

Cách 2: Rút ẩn từ một phương trình thay vào hai phương trình còn lại.

$z=3-x-y$, đem thay vào hai phương trình còn lại ta được hệ:

Từ phương trình đầu ta rút được

$$\begin{cases} z=3-x-y \\ 2x-y+2z=-3 \\ x-3y-3z=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=3-x-y \\ -3y=-9 \\ 4x=4 \end{cases}$$

Thế phương trình đầu vào hai phương trình sau ta có hệ

Từ hai phương trình cuối dễ tính được $x=1, y=3$. Thay vào phương trình đầu được $z=-1$.

Vậy nghiệm của hệ là $(1; 3; -1)$.

Giải trắc nghiệm:

Bấm máy tính $\Rightarrow$ Chọn **A**.

- Câu 59.** Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ x-3y=-1 \\ y-3z=-2 \end{cases}$ có nghiệm là
- A.** $(2; 1; 1)$ **B.** $(-2; 1; 1)$ **C.** $(2; -1; 1)$ **D.** $(2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn **A**.

- Câu 60.** Gọi $(x_0; y_0; z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0^2+y_0^2+z_0^2$.
- A.** $P=2$. **B.** $P=14$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn **C**.

giải được $(x_0; y_0; z_0)=(1; 1; 1)$ thay vào P được kết quả $P=3$.

Câu 61. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2z=2 \\ z+2x=3 \end{cases}$$
 có nghiệm là $(x_0; y_0; z_0)$ thì giá trị của biểu thức $F=2x_0+y_0+3z_0$ là:

A. 4

B. 5

C. 2

D. 6

Lời giải

Chọn B.

Câu 62. Gọi $(x; y; z)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} -3x+2y-z=-2 \\ 5x-3y+2z=10 \\ 2x-2y-3z=-9 \end{cases}$$
. Tính giá trị của biểu thức $M=x+y+z$.

A. -1

B. 35

C. 15

D. 21

Lời giải

Chọn B.

Câu 63. Gọi $(x_0; y_0; z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{cases}$$
. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0y_0z_0$.

A. $P=-40$.

B. $P=40$.

C. $P=1200$.

D. $P=-1200$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 64. Nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2x-1} + \frac{3}{\sqrt{x-y}} - 4\sqrt{z+1} = 1 \\ \sqrt{2x-1} - \frac{3}{\sqrt{x-y}} + \sqrt{z+1} = -1 \\ 4\sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} - 2\sqrt{z+1} = 3 \end{cases}$$
 là:

A. (1; 0; 0).

B. (1; 1; 1).

C. (1; 0; 1).

D. (1; 0; -1).

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện:
$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x > y \\ z \geq -1 \end{cases}$$
. Đặt
$$\begin{cases} a = \sqrt{2x-1} \\ b = \frac{1}{\sqrt{x-y}} \\ c = \sqrt{z+1} \end{cases}$$
. Hệ trở thành
$$\begin{cases} 2a+3b-4c=1 \\ a-3b+c=-1 \\ 4a+b-2c=3 \end{cases}$$
.

Giải hệ ta được $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1}=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \\ \sqrt{z+1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy hệ có nghiệm $(1;0;0)$.

Câu 65. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - 2y + z = -2 \end{cases}$ có 1 nghiệm là

A. $(x; y; z) = (-8; -1; 12)$.

B. $(x; y; z) = (8, 1, -12)$.

C. $(x; y; z) = (-4, -1, 8)$.

D. $(x; y; z) = (-4, -1, -6)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - 2y + z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -1 \\ z = 12 \end{cases}$$

Vậy nghiệm duy nhất của hệ phương trình là $(x; y; z) = (-8; -1; 12)$

Câu 66. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y + 2z = \frac{1}{2} \\ -y + z = -3 \\ 10z = -5 \end{cases}$ ta được nghiệm $(x_0; y_0; z_0)$. Tính giá trị biểu thức $T = x_0 - y_0 + z_0$.

A. $T = \frac{11}{2}$.

B. $T = -\frac{13}{2}$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = \frac{1}{2} \\ -y + z = -3 \\ 10z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = \frac{1}{2} \\ -y - \frac{1}{2} = -3 \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \cdot \frac{5}{2} + 2 \cdot (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{2} \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x, y, z) = \left(-\frac{7}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, suy ra $T = -\frac{13}{2}$.

- Câu 67.** Gọi $(x_0; y_0; z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = -3 \\ 2x - 2y + z = -2 \end{cases}$$
. Tính $x_0 + 2y_0 + z_0$.
- A. 0. B. -4. **C. 2** D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x + y + z = 3 & (1) \\ 2x - y + z = -3 & (2) \\ 2x - 2y + z = -2 & (3) \end{cases}$$

Ta có

Lấy (2) - (3) ta được $y = -1$.

Lấy 2.(1) - (2) ta được $3y + z = 9$.

Vì $y = -1$ nên $z = 12$. Do đó $x = -8$; suy ra $(x_0; y_0; z_0) = (-8; -1; 12)$.

Vậy $x_0 + 2y_0 + z_0 = -8 - 2 + 12 = 2$.

Cách khác: Sử dụng máy tính; tìm nghiệm $(x_0; y_0; z_0)$.

- Câu 68.** (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn đồng thời các biểu thức $x + 2y + 3z - 10 = 0; 3x + y + 2z - 13 = 0; 2x + 3y + z - 13 = 0$. Tính $T = 2(x + y + z)$.
- A. T=12. B. -12. C. T=-6. D. T=6.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 10 = 0 \\ 3x + y + 2z - 13 = 0 \\ 2x + 3y + z - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

Khi đó: Tính $T = 2(x + y + z) = 2(3 + 2 + 1) = 12$.

Cách 2:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 10 = 0 \\ 3x + y + 2z - 13 = 0 \\ 2x + 3y + z - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x + 2y + 3z) + (3x + y + 2z) + (2x + 3y + z) = 6(x + y + z) = 36$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow 2(x + y + z) = 12$$

Câu 69. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Bộ $(x; y; z) = (2; -1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ 2x+6y-4z=-6 \\ x+2y=5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y+z=-2 \\ 2x-y+z=6 \\ 10x-4y-z=2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Sử dụng máy tính ta được kết quả.

DẠNG 3.2 CHỨA THAM SỐ

Câu 70. Cho $(x; y; z)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} mx+ny+pz=6 \\ 2mx-3ny+pz=-1 \\ mx+7ny-10pz=-15 \end{cases}$ (trong đó $m; n; p$ là các tham số). Tính tổng $S=m+n+p$ biết hệ có nghiệm $(x; y; z) = (1; 2; 3)$.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Hệ phương trình $\begin{cases} mx+ny+pz=6 \\ 2mx-3ny+pz=-1 \\ mx+7ny-10pz=-15 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y; z) = (1; 2; 3)$ nên ta có

$$\begin{cases} m+2n+3p=6 \\ 2m-6n+3p=-1 \\ m+14n-30p=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ p=1 \end{cases}$$

Vậy $S=m+n+p=1+1+1=3$.

Câu 71. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} x+y+(m+1)z=2 & (1) \\ 3x+4y+2z=m+1 & (2) \\ 2x+3y-z=1 & (3) \end{cases}$ vô số nghiệm?

A. $m=2$ B. $m=-3$ C. $m=1$ D. $m \neq 2$

Chọn A

Lời giải

Cách 1: Giải bằng phương pháp tự luận

Từ (3) suy ra $z=2x+3y-1$. Thế vào hai PT (1) và (2) ta được

$$\begin{cases} x+y+(m+1)(2x+3y-1)=2 \\ 3x+4y+2(2x+3y-1)=m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+3)x+(3m+4)y=m+3 \\ 7x+10y=m+3 \end{cases}$$

Ta có:

$$D = \begin{vmatrix} 2m+3 & 3m+4 \\ 7 & 10 \end{vmatrix} = 2 - m;$$

$$D_x = \begin{vmatrix} m+3 & 3m+4 \\ m+3 & 10 \end{vmatrix} = 3(m+3)(2-m);$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2m+3 & m+3 \\ 7 & m+3 \end{vmatrix} = -2(m+3)(2-m)$$

$$\Leftrightarrow D = D_x = D_y = 0 \Leftrightarrow m = 2$$

Hệ phương trình có vô số nghiệm

Cách 2: Giải bằng phương pháp trắc nghiệm: Lấy lần lượt các giá trị của m ở 3 đáp án A, B, C thay vào hệ và sử dụng MTCT để giải. Chọn đáp án **A.**

- Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ
$$\begin{cases} x + y - z = 1 & (1) \\ 2x + 3y + mz = 3 & (2) \\ x + my + 3z = 2 & (3) \end{cases}$$
 vô nghiệm?
- A.** $m = 2$ **B.** $m = -3$ **C.** $m = 1$ **D.** $m \neq 2, m \neq -3$
- Chọn** **B.**

Lời giải

Cách 1: Giải bằng phương pháp tự luận

Từ (1) suy ra $z = x + y - 1$. Thay vào (2) và (3) ta được

$$\begin{cases} 2x + 3y + m(x + y - 1) = 3 \\ x + my + 3(x + y - 1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x + (m+3)y = m+3 \\ 4x + (m+3)y = 5 \end{cases}$$

Ta có:

$$D = \begin{vmatrix} m+2 & m+3 \\ 4 & m+3 \end{vmatrix} = (m+3)(m-2), D_x = \begin{vmatrix} m+3 & m+3 \\ 5 & m+3 \end{vmatrix} = (m+3)(m-2), D_y = \begin{vmatrix} m+2 & m+3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = m-2$$

Hệ vô nghiệm khi $D = 0, D_x \neq 0$ hoặc $D = 0, D_y \neq 0$

$$D=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-3 \end{cases}$$

Với

+ Khi $m = 2$ ta có $D = D_x = D_y = 0$ nên hệ phương trình có nghiệm là nghiệm của phương trình $4x + 5y = 5 \Leftrightarrow y = \frac{-4}{5}x + 1$

Do đó hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (5t; -4t + 1), t \in \mathbb{R}$

+ Khi $m = -3$ ta có $D = 0, D_y \neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm

Chọn đáp án **B.**

Cách 2: Giải bằng phương pháp trắc nghiệm: Lấy lần lượt các giá trị của m ở 3 đáp án A, B, C thay vào hệ và sử dụng MTCT để giải. Chọn đáp án **B**.

Câu 73.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ
$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ my + z = 1 \\ x + mz = 1 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất?

A. $m \neq 1$.

B. $m = 1$

C. $m = -1$

D. $m \neq -1$

Chọn D.

Lời giải

Cách 1: Giải bằng phương pháp tự luận

Từ (2) suy ra $z = 1 - my$. Thay vào (3) ta được

$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ x - m^2y = 1 - m \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{-m^2} \Leftrightarrow m \neq -1$

Chọn đáp án **D**.

Cách 2: Giải bằng phương pháp trắc nghiệm: Lấy lần lượt các giá trị của m ở 3 đáp án B, C thay vào hệ và sử dụng MTCT để giải. Chọn đáp án **B**.

DẠNG 4. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

DẠNG 4.1 KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 74.

Số nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3 \\ x + xy + y = -1 \end{cases}$$
 là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)^2 - xy = 3 \\ (x+y) + xy = -1 \end{cases}$$

Đặt $S = x + y, P = x.y$ $(S^2 \geq 4P)$

$$\begin{cases} S^2 - P = 3 \\ S + P = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = S^2 - 3 \\ S^2 + S - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = S^2 - 3 \\ S = 1 \\ P = -2 \end{cases}$$

Ta được hệ mới

Với $S = 1, P = -2$ (loại)

$$\text{Với } S = -2 \text{ và } P = 1 \quad \text{P} \quad \begin{cases} x+y=-2 \\ x.y=1 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x=-2-y \\ x^2+2x+1=0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} y=-1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (-1; -1)$.

- Câu 75.** (THPT Yên Dũng 3 - Bắc Giang lần 1- 18-19) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y-3=0 \\ xy-2x+2=0 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$.

A. 2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ xy-2x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x(3-x)-2x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x^2-x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \\ x=2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow x_1+x_2=1$$

- Câu 76.** Gọi $(x; y)$ là nghiệm dương của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 4 \\ x^2 + y^2 = 128 \end{cases}$. Tổng $x+y$ bằng.

A. 12.

B. 8.

C. 16.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x \geq y > 0$

Ta có: $\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - y^2} = 8 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ y^2 = 16x - 64 \end{cases}$

Thay $y^2 = 16x - 64$ vào PT $x^2 + y^2 = 128$ ta được PT: $x^2 + 16x - 192 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -24 \end{cases}$.

Suy ra PT có nghiệm $\begin{cases} x = 8 \\ y = 8 \end{cases}$. Vậy $x+y=16$

- Câu 77.** Biết hệ phương trình $\begin{cases} y+2x=4xy \\ 2y-x=3xy \end{cases}$ có nghiệm $(x_0; y_0)$ với $x_0 \neq 0$. Tỉ số $\frac{y_0}{x_0}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} y + 2x = 4xy & (1) \\ 2y - x = 3xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 6x = 12xy \\ 8y - 4x = 12xy \end{cases} \Rightarrow 3y + 6x = 8y - 4x \Leftrightarrow 10x - 5y = 0 \Leftrightarrow y = 2x$$

$$2x + 2x = 4x \cdot 2x \Leftrightarrow 4x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow y = 1$$

Thay vào (1) ta được:

Hệ phương trình có nghiệm là $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Vậy tỉ số

- Câu 78.** Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm thực:
- $$\begin{cases} x^2 - y = y^2 - x & (1) \\ x^2 - 6y = 7 & (2) \end{cases}$$
- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình (1): $x^2 - y = y^2 - x \Leftrightarrow x^2 - y^2 + x - y = 0 \Leftrightarrow (x - y)(x + y + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = -x - 1 \end{cases}$

➤ Với $x = y$ thay vào phương trình (2) ta được: $x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$

Hệ phương trình có hai nghiệm là: $(-1; -1), (7; 7)$

➤ Với $y = -x - 1$ thay vào phương trình (2) ta được:

$$x^2 - 6(-x - 1) = 7 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + \sqrt{10} \\ x = -3 - \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\text{Với } x = -3 + \sqrt{10} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{10}$$

$$\text{Với } x = -3 - \sqrt{10} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{10}$$

Vậy hệ phương trình có tất cả các nghiệm là: $(-1; -1)$, $(7; 7)$, $(-3 + \sqrt{10}; 2 - \sqrt{10})$, $(-3 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$

- Câu 79.** Hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 2019y = x \\ y^3 - 2019x = y \end{cases}$ có số nghiệm là:

- A.** 4. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Trừ hai phương trình theo vế ta được: $x^3 - 2019y - y^3 + 2019x = x - y$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 + 2018) = 0 \Leftrightarrow (x - y) \left(\left(x + \frac{1}{2}y \right)^2 + 2018 + \frac{3}{4}y^2 \right) = 0 \Leftrightarrow x = y \text{ vì biểu}$$

thức $\left(x + \frac{1}{2}y \right)^2 + 2018 + \frac{3}{4}y^2 > 0, \forall x, y$

Với $y = x$ ta được: $x^3 - 2020x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2020) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow y = 0 \\ x = \sqrt{2020} & \Rightarrow y = \sqrt{2020} \\ x = -\sqrt{2020} & \Rightarrow y = -\sqrt{2020} \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có 3 nghiệm.

Câu 80. Hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 - 2x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$ có số nghiệm là:

A. 1

B. 2

C. 4

D. 0

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x + y = 1 & (1) \\ x^2 - 2x + 2y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Ta có: (1) $\Leftrightarrow y = 1 - x$

Thế vào phương trình (2); ta được :

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 2(1 - x) + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \end{aligned}$$

Với $x = 2 \Rightarrow y = -1$

Hệ có 1 nghiệm : $(x; y) = (2; -1)$

Câu 81. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - xy = 2 \\ 2x^2 + xy - y^2 = 9 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 > 1$. Tổng $S = x_0 + y_0$ bằng

A. 4

B. 5

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn D

Đặt $y = tx$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x^2(1 - t) = 2 & (1) \\ x^2(2 + t - t^2) = 9 & (2) \end{cases}$

$$\frac{2+t-t^2}{1-t} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow 2t^2 - 11t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Do $t=1$ không thỏa mãn (1) nên suy ra

+ Với $t=5$ thay vào (1) ta được $-4x^2=2$ (phương trình vô nghiệm).

$$\text{+ Với } t=\frac{1}{2} \text{ thay vào (1) ta được } x^2=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2>1 \\ x=-2<1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_0=2 \Rightarrow y_0=1 \Rightarrow S=x_0+y_0=3$$

Câu 82. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Giả sử $(x; y)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$$

 Tính $x-2y$

A. 2.

B. -3

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{. Điều kiện: } \begin{cases} xy \geq 0 \\ x \geq -1 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ x+y+2\sqrt{x+y+xy+1}=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=x+y \\ b=\sqrt{xy} \end{cases} (a \geq -2, b \geq 0) \quad \text{ta được hệ phương trình: } \begin{cases} a-b=3 \\ a+2\sqrt{a+b^2+1}=14 \end{cases}$$

Đặt

$$\Rightarrow a+2\sqrt{a+(a-3)^2+1}=14 \Leftrightarrow 2\sqrt{a^2-5a+10}=14-a \Leftrightarrow \begin{cases} 14-a \geq 0 \\ 4(a^2-5a+10)=(14-a)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 14 \\ 3a^2+8a-156=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 14 \\ a=6 \\ a=-\frac{26}{3} \end{cases} \xrightarrow{a \geq -2} a=6 \Rightarrow b=3.$$

$$\begin{cases} a=6 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ \sqrt{xy}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ xy=9 \end{cases}$$

$$x, y \text{ là nghiệm của phương trình: } X^2-6X+9=0 \Leftrightarrow X=3 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy $x - 2y = -3$.

- Câu 83.** Hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 + 5y^2 = 2 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm thực?
A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Có $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 + 5y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{7}{11} \\ y^2 = \frac{3}{11} \end{cases}$. Vậy phương trình đã cho có 4 bộ nghiệm $(x; y)$ là

$$\left(\sqrt{\frac{7}{11}}; \sqrt{\frac{3}{11}} \right), \left(-\sqrt{\frac{7}{11}}; \sqrt{\frac{3}{11}} \right), \left(\sqrt{\frac{7}{11}}; -\sqrt{\frac{3}{11}} \right), \left(-\sqrt{\frac{7}{11}}; -\sqrt{\frac{3}{11}} \right).$$

DẠNG 4.2 CHỨA THAM SỐ

- Câu 84.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 2m^2 \end{cases}$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ trên có nghiệm.
A. $m \in [-1; 1]$ **B.** $m \in [1; +\infty)$ **C.** $m \in [-1; 2]$ **D.** $m \in (-\infty; -1]$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy(x + y) = 2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = m^2 \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình $t^2 - 2t + m^2 = 0$ (1).

Hệ trên có nghiệm khi phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow 1 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 1]$.

- Câu 85.** (TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12) Tìm a để biểu thức $F = xy + 2(x + y)$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = a \\ x^2 + y^2 = 6 - a^2 \end{cases}$.
A. $a = 0$ **B.** $a = 3$ **C.** $a = -1$ **D.** $a = -2$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x + y = a \\ x^2 + y^2 = 6 - a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = a \\ (x + y)^2 - 2xy = 6 - a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = a \\ xy = a^2 - 3 \end{cases}$

Điều kiện tồn tại x, y : $(x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow a^2 \geq 4(a^2 - 3) \Leftrightarrow a^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq a \leq 2$.

Khi đó: $F = a^2 + 2a - 3 = (a+1)^2 - 4 \geq -4$

$\Rightarrow \min F = -4 \Leftrightarrow a = -1 (t/m)$

Do đó chọn đáp án C

Câu 86. Gọi $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy + x + y = 8 \\ xy + 3(x+y) = 1 \end{cases}$. Tính $|x_1 - x_2|$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy + x + y = 8 \\ xy + 3(x+y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 3xy + x + y = 8 \\ xy + 3(x+y) = 1 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} x+y=S \\ xy=P \end{cases}; S^2 \geq 4P$, hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} S^2 + S - 3P = 8 \\ 3S + P = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2 + S - 3(1-3S) = 8 \\ P = 1-3S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2 + 10S - 11 = 0 \\ P = 1-3S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=1 \\ P=-2 \end{cases}^{(N)} \quad \begin{cases} S=-11 \\ P=34 \end{cases}^{(L)}$$

Với $S=1; P=-2$ ta có x, y là nghiệm của phương trình $t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(1; -2); (-2; 1) \Rightarrow |x_1 - x_2| = |1 - (-2)| = |-2 - 1| = 3$, chọn **A**.

Câu 87. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 6x^4 - (x^3 - x)y^2 - (y+12)x^2 = -6 \\ 5x^4 - (x^2 - 1)^2 \cdot y^2 - 11x^2 = -5 \end{cases}$. Biết hệ có 2 nghiệm là: $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$. Đặt $S = y_1 + y_2$. Khi đó S bằng:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} 6x^4 - (x^3 - x)y^2 - (y+12)x^2 = -6 \\ 5x^4 - (x^2 - 1)^2 \cdot y^2 - 11x^2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x^2 - 1)^2 = xy[y(x^2 - 1) + x] \\ 5(x^2 - 1)^2 = y^2(x^2 - 1)^2 + x^2 \end{cases}$

Dễ thấy $x=0$ hoặc $y=0$ đều không là nghiệm của hệ phương trình.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6(x^2 - 1)^2}{x^2 y^2} = \frac{x^2 - 1}{x} + \frac{1}{y} \\ \frac{5(x^2 - 1)^2}{x^2 y^2} = \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2} + \frac{1}{y^2} \end{cases}$$

Với $x \neq 0; y \neq 0$ ta có: Hệ

Đặt $u = \frac{x^2 - 1}{x}; v = \frac{1}{y}$ (ĐK: $u \neq 0; v \neq 0$ do $x = \pm 1$ không là nghiệm của hệ).

Khi đó hệ trở thành: $\begin{cases} 6u^2 v^2 = u + v \\ 5u^2 v^2 = u^2 + v^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2 v^2 = u + v \\ 5u^2 v^2 = (u + v)^2 - 2uv \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2 v^2 = u + v \\ 5u^2 v^2 = 36u^4 v^4 - 2uv \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2 v^2 = u + v \\ 5uv = 36u^3 v^3 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2 v^2 = u + v \\ (2uv - 1)(\underbrace{36u^2 v^2 + 9uv + 2}_{>0; \forall u, v}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = \frac{3}{2} \\ uv = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Giải hệ được $(u; v) \in \left\{ \left(1; \frac{1}{2} \right); \left(\frac{1}{2}; 1 \right) \right\}$. Khi đó $y_1 = 2; y_2 = 1 \Rightarrow S = y_1 + y_2 = 3$.

Câu 88. Tìm các giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 4m^2 - 2m \end{cases}$ có nghiệm:

A. $\left[-1; \frac{1}{2} \right]$ B. $\left[-\frac{1}{2}; 1 \right]$ C. $\left[0; \frac{1}{2} \right]$ D. $[1; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 y + xy^2 = 4m^2 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 2m^2 - m \end{cases}$$

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $4 \geq 4(2m^2 - m) \Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

Câu 89. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x + xy + y = m + 2 \\ x^2 y + xy^2 = m + 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất ?

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện cần: Nhận xét rằng nếu hệ có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $(y_0; x_0)$ cũng là nghiệm của hệ, do đó hệ có nghiệm duy nhất khi: $x_0 = y_0$.

$$\begin{cases} x_0^2 + 2x_0 = m + 2 \\ 2x_0^3 = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0^3 - x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \\ 2x_0^3 - 1 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \\ m = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Khi đó

Điều kiện đủ:

$$\begin{cases} x + y + xy = 3 \\ xy(x + y) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = 2 \end{cases} (VN) \\ \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$$

$m = 1$ hệ phương trình

+) Với

$$\begin{cases} x + y + xy = -1 \\ xy(x + y) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \end{cases}.$$

$m = -3$ hệ phương trình

+) Với

$$\begin{cases} x + y + xy = \frac{5}{4} \\ xy(x + y) = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = \frac{1}{4} \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = \frac{1}{4} (VN) \\ xy = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}.$$

$m = -\frac{3}{4}$ hệ phương trình

+) Với

$m = 1; m = -\frac{3}{4}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Vậy với

Câu 90. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - x^2y + xy^2 + x - y = 0 & (1) \\ \sqrt{2x^2 + y + 9} + \sqrt{2y^2 - x + 1} = x + 4 & (2) \end{cases}$$
. Gọi nghiệm dương của hệ

phương trình là $\left(\frac{a}{b}; \frac{c}{d}\right)$ trong đó $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Khi đó biểu thức $P = (a - b)^{2018} + (c - d)^{2019}$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $2x^2 + y + 9 \geq 0; 2y^2 - x + 1 \geq 0$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2)-xy(x-y)+x-y=0$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x^2+y^2+1)=0$$

$$\Leftrightarrow x=y \text{ (Do } x^2+y^2+1>0 \text{ } \forall x, y).$$

Thế $x=y$ vào (2) ta được $\sqrt{2x^2+x+9}+\sqrt{2x^2-x+1}=x+4$ (3)

Đặt $\sqrt{2x^2+x+9}=u$; $\sqrt{2x^2-x+1}=v$ thì $u+v=x+4$ (Do $u, v \geq 0$ nên $x > -4$).

Mặt khác $u^2-v^2=2(x+4)=2(u+v)$.

Suy ra $(u+v)(u-v-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=0 \\ u-v=2 \end{cases}$

Với $u+v=0$. Suy ra $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow$ (3) vô nghiệm.

Với $u-v=2$ ta có $\begin{cases} u+v=x+4 \\ u-v=2 \end{cases} \Rightarrow 2u=x+6$

Khi đó ta được phương trình $2\sqrt{2x^2+x+9}=x+6$

$$\Leftrightarrow 4(2x^2+x+9)=(x+6)^2$$

$$\Leftrightarrow 7x^2-8x=0 \Leftrightarrow x(7x-8)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{8}{7} \end{cases}$$

Với $x=0 \Rightarrow y=0$; $x=\frac{8}{7} \Rightarrow y=\frac{8}{7}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm là $(x; y) = \left\{ (0; 0), \left(\frac{8}{7}; \frac{8}{7} \right) \right\}$.

Do đó $a=8; b=7; c=8; d=7 \Rightarrow P=2$

Câu 91. (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn

điều kiện $\begin{cases} x-y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=5 \end{cases}$. Hỏi biểu thức $P=\frac{x+y-2}{z+2}$ có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Để biết biểu thức P có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên với x, y, z thỏa điều kiện của đề bài, ta cần đi tìm tập giá trị của P .

Ta có:
$$x^2 + y^2 + z^2 = 5 \Leftrightarrow 5 - z^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow 5 - z^2 = \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2}$$

Lại có: $x - y + z = 3 \Leftrightarrow x - y = 3 - z$

Do đó:
$$5 - z^2 = \frac{(x+y)^2 + (3-z)^2}{2} \Leftrightarrow (x+y)^2 = -3z^2 + 6z + 1$$

Khi đó:
$$P = \frac{x+y-2}{z+2} \Leftrightarrow (z+2)P + 2 = x+y \quad \text{với } z \neq -2$$

$$\Leftrightarrow (zP + 2P + 2)^2 = (x+y)^2 \Leftrightarrow (zP + 2P + 2)^2 = -3z^2 + 6z + 1$$

$$\Leftrightarrow (P^2 + 3)z^2 + 2(2P^2 + 2P - 3)z + 4P^2 + 8P + 3 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm z khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$

Hay
$$(2P^2 + 2P - 3)^2 - (P^2 + 3)(4P^2 + 8P + 3) \geq 0 \Leftrightarrow 23P^2 + 36P \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{36}{23} \leq P \leq 0$$

Vậy trên tập giá trị của P ta nhận thấy P nhận được hai giá trị nguyên là $-1; 0$.

DẠNG 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ

Câu 92. Hai vật chuyển động trên một đường tròn có đường kính 20m, xuất phát cùng một lúc từ cùng một điểm. Nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây lại gặp nhau. Nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

A. $3\pi(m/s); 2\pi(m/s)$.

B. $3\pi(m/s); \pi(m/s)$.

C. $3\pi(m/s); 4\pi(m/s)$.

D. $3\pi(m/s); \frac{\pi}{2}(m/s)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi vận tốc của Vật I là $x(m/s)$. ($x > 0$)

Gọi vận tốc của Vật II là $y(m/s)$. ($y > 0; y < x$)

- Sau 20 s hai vật chuyển động được quãng đường là $20x, 20y$ (m).

Vì nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây lại gặp nhau do đó ta có phương trình:

$$20x - 20y = 20\pi.$$

- Sau 4 s hai vật chuyển động được quãng đường là $4x, 4y$ (m).

Vì nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây lại gặp nhau do đó ta có phương trình:

$$4x + 4y = 20\pi.$$

Từ hai phương trình trên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 20x - 20y = 20\pi \\ 4x + 4y = 20\pi \end{cases}$$

Giải hệ PT ta được:
$$\begin{cases} x = 3\pi \\ y = 2\pi \end{cases}$$
; Vậy vận tốc của hai vật là: $3\pi(m/s)$ và $2\pi(m/s)$.

- Câu 93.** Một công ty có 85 xe chở khách gồm 2 loại, xe chở được 4 khách và xe chở được 7 khách. Dùng tất cả số xe đó, tối đa công ty chở một lần được 445 khách. Hỏi công ty đó có mấy xe mỗi loại?
- A. 35 xe 4 chỗ và 50 xe 7 chỗ. B. 55 xe 4 chỗ và 30 xe 7 chỗ.
C. 30 xe 4 chỗ và 55 xe 7 chỗ. D. 50 xe 4 chỗ và 35 xe 7 chỗ.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số xe loại 4 chỗ là x , số xe loại 7 chỗ là y . ($x, y \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra ta có hệ PT
$$\begin{cases} x + y = 85 \\ 4x + 7y = 445 \end{cases}$$

Giải hệ ta được:
$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 35 \end{cases}$$

Vậy có 50 xe loại 4 chỗ và 35 xe loại 7 chỗ.

- Câu 94.** Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Số học sinh dự thi của trường A và B lần lượt là
- A. 200;100. B. 200;150. C. 150;100. D. 150;120.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số thí sinh tham dự của trường A và trường B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 350$). Ta có hệ

phương trình
$$\begin{cases} x + y = 350 \\ \frac{97}{100}x + \frac{96}{100}y = 338 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

Vậy số học sinh dự thi của trường A là 200, trường B là 150 học sinh.

- Câu 95.** Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Khối lượng (tấn) quặng A và quặng B ban đầu lần lượt là
- A. 10;15. B. 10;20. C. 10;14. D. 10;12.

Lời giải

Chọn B.

Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y) \\ \frac{60}{100}(x + 10) + \frac{50}{100}(y - 10) = \frac{17}{30}(x + 10 + y - 10) \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy khối lượng quặng A và B đem trộn ban đầu lần lượt là 10 tấn và 20 tấn.

- Câu 96.** Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?
- A. 20 lít dung dịch loại 1 và 80 lít dung dịch loại 2
 B. 80 lít dung dịch loại 1 và 20 lít dung dịch loại 2.
 C. 30 lít dung dịch loại 1 và 70 lít dung dịch loại 2.
 D. 70 lít dung dịch loại 1 và 30 lít dung dịch loại 2.

Lời giải

Chọn A.

Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 ($x, y > 0$).

Lượng axit nitric chứa trong dung dịch loại 1 là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được: $x = 20; y = 80$.

- Câu 97.** Tìm vận tốc và chiều dài của 1 đoàn tàu hoả biết đoàn tàu ấy chạy ngang qua văn phòng ga từ đầu máy đến hết toa cuối cùng mất 7 giây. Cho biết sân ga dài 378m và thời gian kể từ khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga là 25 giây.
- A. Vận tốc của tàu là 21m/s và chiều dài đoàn tàu là 147m.
 B. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m.
 C. Vận tốc của tàu là 21 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m.
 D. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 147 m.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $x(m/s)$ là vận tốc của đoàn tàu khi vào sân ga ($x > 0$)

Gọi $y(m)$ là chiều dài của đoàn tàu ($y > 0$)

- Tàu chạy ngang văn phòng ga mất 7 giây nghĩa là với vận tốc $x(m/s)$, tàu chạy quãng đường $y(m)$ mất 7 giây.

Ta có phương trình: $y = 7x$.

- Khi đầu máy bắt đầu vào sân ga dài 378m cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga mất 25 giây nghĩa là với vận tốc $x(m/s)$ tàu chạy quãng đường $(y + 378)(m)$ mất 25 giây.

Ta có phương trình: $y + 378 = 25x$.

- Từ hai phương trình trên ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x - y = 0 \\ 25x - y = 378 \end{cases}$$

- Giải hệ ta được: $x = 21; y = 147$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của đoàn tàu là $21(m/s)$ và chiều dài của đoàn tàu là $147m$.

- Câu 98.** Có ba lớp học sinh $10A, 10B, 10C$ gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp $10A$ trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp $10B$ trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp $10C$ trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?
- A. $10A$ có 40 em, $10B$ có 43 em, $10C$ có 45 em
 B. $10A$ có 45 em, $10B$ có 43 em, $10C$ có 40 em.

C. $10A$ có 45 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 43 em.

D. $10A$ có 43 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 45 em.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số học sinh của lớp $10A, 10B, 10C$ lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

Giải hệ ta được $x = 40, y = 43, z = 45$. $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 99. Một khách sạn có 102 phòng gồm 3 loại: phòng 3 người, phòng 2 người và phòng 1 người. Nếu đầy khách tất cả các phòng thì khách sạn đón được 211 khách. Còn nếu cải tạo lại các phòng bằng cách: sửa các phòng 2 người thành 3 người, còn phòng 3 người sửa lại thành phòng 2 người và giữ nguyên các phòng 1 người thì tối đa một lần có thể đón đến 224 khách.

Vậy số phòng từng loại hiện nay của khách sạn là

A. 25 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 45 phòng 1 người.

B. 32 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

C. 25 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 32 phòng 1 người.

D. 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số phòng 3 người, 2 người, 1 người ban đầu lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

$$\begin{cases} x + y + z = 102 \\ 3x + 2y + z = 221 \\ 2x + 3y + z = 224 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

Giải hệ ta được $x = 32, y = 45, z = 25$

$\Rightarrow$ số phòng từng loại sau khi sửa là: 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

Câu 100. Ba cô Lan, Hương và Thúy cùng thuê một loại áo giống nhau. Số áo của Lan thuê trong 1 giờ ít hơn tổng số áo của Hương và Thúy thuê trong 1 giờ là 5 áo. Tổng số áo của Lan thuê trong 4 giờ và Hương thuê trong 3 giờ nhiều hơn số áo của Thúy thuê trong 5 giờ là 30 áo. Số áo của Lan thuê trong 2 giờ cộng với số áo của Hương thuê trong 5 giờ và số áo của Thúy thuê trong 3 giờ tất cả được 76 áo. Hỏi trong 1 giờ mỗi cô thuê được mấy áo?

A. Lan thuê được 9 áo, Hương thuê được 8 áo, Thúy thuê được 6 áo

B. Lan thuê được 8 áo, Hương thuê được được 9 áo, Thúy thuê được 6 áo

C. Lan thuê được 6 áo, Hương thuê được được 8 áo, Thúy thuê được 9 áo

D. Lan thuê được 6 áo, Hương thuê được được 9 áo, Thúy thuê được 8 áo.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số áo thuê trong một giờ của Lan, Hương và Thúy lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

$$\begin{cases} x = y + z - 5 \\ 4x + 3y = 5z + 30 \\ 3x + 5y + 3z = 76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - z = -5 \\ 4x + 3y - 5z = 30 \\ 3x + 5y + 3z = 76 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

Giải hệ ta được $x=9, y=8, z=6$

Vậy số áo của Lan, Hương và Thúy thêu được trong một giờ lần lượt là $x=9, y=8, z=6$

- Câu 101.** Một số có ba chữ số. Nếu lấy số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 17 và dư 7. Nếu đổi hai chữ số hàng chục và hàng trăm cho nhau thì được số mới mà chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 54 và dư 8. Nếu đổi hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị của số mới này cho nhau thì được một số mà chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 15 và dư là 14. Vậy số đã cho ban đầu là:
A. 172. **B.** 296. **C.** 124. **D.** 587.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số có ba chữ số cần tìm có dạng $\overline{xyz}$

Điều kiện: $x > 0; y, z \geq 0; x, y, z \in \mathbb{N}$

- Số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 17 và dư 5 nên ta có phương trình:

$$\frac{100x + 10y + z}{x + y + z} = 17 + \frac{7}{x + y + z} \Leftrightarrow 83x - 7y - 16z = 7.$$

- Tương tự ta có phương trình: $-44x + 46y - 53z = 8$ và $85x - 14y - 5z = 14.$

$$\begin{cases} 83x - 7y - 16z = 7 \\ -44x + 46y - 53z = 8 \\ 85x - 14y - 5z = 14 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

Giải hệ ta được $x=2, y=9, z=6$

- Câu 102.** Có 12 người ăn 12 cái bánh. Mỗi người đàn ông ăn 2 chiếc, mỗi người đàn bà ăn 1/2 chiếc và mỗi em bé ăn 1/4 chiếc. Hỏi có bao nhiêu người đàn ông, đàn bà và trẻ em?
A. 5 đàn ông, 1 đàn bà, 6 trẻ em. **B.** 5 đàn ông, 6 đàn bà, 1 trẻ em.
C. 6 đàn ông, 1 đàn bà, 5 trẻ em. **D.** 6 đàn ông, 5 đàn bà, 1 trẻ em.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số đàn ông, đàn bà và trẻ em lần lượt là $x, y, z.$

Điều kiện: x, y, z nguyên dương và nhỏ hơn 12.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 24 \quad (1) \\ 8x + 2y + z = 48 \quad (2) \end{cases}$$

Lấy (2) trừ (1) theo vế ta được: $6x - z = 24 \Leftrightarrow z = 6x - 24.$

Do $0 < z < 12 \Leftrightarrow 0 < 6x - 24 < 12 \Leftrightarrow 4 < x < 6 \Rightarrow x = 5.$

Thay x vào hệ trên ta tính được $y=1; z=6.$

Vậy có 5 đàn ông, 1 đàn bà và 6 trẻ em.

Câu 103. (TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12) Một khách hàng vào cửa hàng bách hóa mua một đồng hồ treo tường, một đôi giày và một máy tính bỏ túi. Đồng hồ và đôi giày giá 420.000 đ; máy tính bỏ túi và đồng hồ giá 570.000 đ; máy tính bỏ túi và đôi giày giá 750.000 đ. Hỏi mỗi thứ giá bao nhiêu?

- A. Đồng hồ giá 170.000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 300.000 đ.
 B. Đồng hồ giá 120.000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 350.000 đ.
 C. Đồng hồ giá 140.000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 320.000 đ.
 D. Đồng hồ giá 120.000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 300.000 đ.

Lời giải

Chọn D

Gọi giá của đồng hồ, máy tính bỏ túi và đôi giày lần lượt là x, y, z .

$$\begin{cases} x + z = 420.000 \\ x + y = 570.000 \\ y + z = 750.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 120.000 \\ y = 450.000 \\ z = 300.000 \end{cases}$$

Khi đó ta có hệ phương trình . Giải hệ này ta được

Câu 104. Hiện nay tuổi của mẹ gấp 7 lần tuổi con. Sau 2 năm nữa tuổi của mẹ gấp 5 lần tuổi con. Hỏi mẹ sinh con lúc đó mẹ bao nhiêu tuổi?

- A. 26 . B. 28 . C. 24 . D. 22 .

Lời giải

Chọn B

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là tuổi mẹ hiện nay, y ($y \in \mathbb{N}^*$) là tuổi con hiện nay.

Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} x = 7y \\ x + 2 = 5(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = 0 \\ x - 5y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 4 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy mẹ sinh con năm $28 - 4 = 24$ tuổi.

Câu 105. Một đoàn xe chở 290 tấn xi măng cho một công trình xây đập thủy điện. Đoàn xe có 57 chiếc gồm 3 loại: loại chở 3 tấn, xe chở 5 tấn và xe chở 7,5 tấn. Nếu dùng tất cả xe loại 7,5 tấn chở ba chuyến thì được số xi măng bằng tổng số xi măng do loại xe 5 tấn chở ba chuyến và loại xe 3 tấn chở hai chuyến. Hỏi số xe mỗi loại?

- A. 20 xe loại chở 3 tấn, 19 xe loại chở 5 tấn và 18 xe loại 7,5 tấn.
 B. 18 xe loại chở 3 tấn, 19 xe loại chở 5 tấn và 20 xe loại 7,5 tấn.
 C. 19 xe loại chở 3 tấn, 20 xe loại chở 5 tấn và 18 xe loại 7,5 tấn.
 D. 20 xe loại chở 3 tấn, 18 xe loại chở 5 tấn và 19 xe loại 7,5 tấn.

Lời giải

Chọn A

Gọi x, y, z lần lượt là số xe loại chở 3 tấn, loại chở 5 tấn loại 7,5 tấn.

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ 3x + 5y + 7,5z = 290 \\ 3 \cdot (7,5) \cdot z = 3 \cdot 5 \cdot y + 2 \cdot 3 \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 19 \\ z = 18 \end{cases}$$

Ta có hệ

- Câu 106.** Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800 đồng. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt và mỗi quả cam là bao nhiêu?
- A. Quýt 1400 đồng; cam 800 đồng. B. Quýt 700 đồng; cam 200 đồng.
C. Quýt 800 đồng; cam 1400 đồng. D. Quýt 600 đồng; cam 800 đồng.
Chọn C

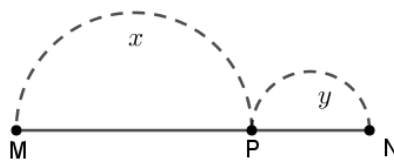
Gọi giá tiền mỗi quả quýt là: x (đồng; $x > 0$) và giá tiền mỗi quả cam là: y (đồng; $y > 0$)

Theo bài ra, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x + 7y = 17800 \\ 12x + 6y = 18000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 \text{ (TM)} \\ y = 1400 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy; giá tiền mỗi quả quýt là 800 đồng và giá tiền mỗi quả cam là 1400 đồng.

- Câu 107.** Cho hai người A và B xuất phát cùng một lúc ngược chiều từ thành phố M và N. Khi họ gặp nhau, người ta nhận thấy A đã đi nhiều hơn B là 6km. Nếu mỗi người tiếp tục đi theo hướng cũ với cùng vận tốc ban đầu thì A sẽ đến N sau 4,5 giờ, còn B đến M sau 8 giờ tính từ thời điểm họ gặp nhau. Gọi v_A, v_B lần lượt là vận tốc của người A và người B. Tính tổng $v_A + v_B$.
- A. 8. B. 7. C. 10. D. 9.
Lời giải

Chọn B



Gọi P là điểm mà hai người A và B gặp nhau. Gọi đoạn $MP = x$ là quãng đường A đi được, $NP = y$ là quãng đường B đi được.

Khi họ gặp nhau, người ta nhận thấy A đã đi nhiều hơn B 6km có nghĩa là đoạn MP dài hơn NP là 6km và thời gian đi của hai người cho đến lúc gặp nhau là bằng nhau. Ta có hệ

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ \frac{x}{v_A} = \frac{y}{v_B} \end{cases} \quad (1)$$

Nếu mỗi người tiếp tục đi theo hướng cũ với cùng vận tốc ban đầu thì A sẽ đến N sau 4,5 giờ,

còn B đến M sau 8 giờ tính từ thời điểm họ gặp nhau nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{y}{v_A} = 4,5 \\ \frac{x}{v_B} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4,5v_A \\ x = 8v_B \end{cases} \quad (2)$$

Thế (2) vào (1) ta có hệ:

$$\begin{cases} 8v_B - 4,5v_A = 6 \\ \frac{8v_B}{v_S} = \frac{4,5v_A}{v_B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8v_B - 4,5v_A = 6 \\ \sqrt{8v_B} = \sqrt{4,5v_A} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_B = 3 \\ v_A = 4 \end{cases}$$

Vậy $v_A + v_B = 7$.