

Trắc nghiệm 4 đáp án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Khẳng định nào sau đây *sai*?

- A. $\int 0 dx = C$ B. $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$ *C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ D. $\int e^x dx = e^x + C$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \Rightarrow C$ sai.Câu 2. Tìm nguyên hàm $F(x) = \int \pi^2 dx$

- *A. $F(x) = \pi^2 x + C$ B. $F(x) = 2\pi x + C$ C. $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$ D. $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$

Lời giải

Ta có $F(x) = \int \pi^2 dx = \pi^2 x + C$ Câu 3. Cho $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó với $a \neq 0$, a , b là hằng số ta có $\int f(ax+b) dx$ bằng

- *A. $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$ B. $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a+b} F(ax+b) + C$
C. $\int f(ax+b) dx = F(ax+b) + C$ D. $\int f(ax+b) dx = aF(ax+b) + C$

Lời giải

Chọn A

Theo công thức nguyên hàm mở rộng ta có: $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$ Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C$ C. $6x + C$ *D. $x^3 + x + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int (3x^2 + 1) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + x + C = x^3 + x + C$ Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là

- A. $F(x) = x^3 + x^2 + 5$ B. $F(x) = x^3 + x + C$
*C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + C$ D. $F(x) = x^3 + x^2 + C$

Lời giải

Chọn C

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + C$ Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$ là

A. $\frac{-x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$

B. $\frac{-2}{x^2} - 2x + C$

C. $-\frac{x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$

*D. $\frac{-x^3}{3} - \frac{1}{x} - \frac{x}{3} + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \left(\frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3} \right) dx = \int \left(x^{-2} - x^2 - \frac{1}{3} \right) dx = -\frac{1}{x} - \frac{x^3}{3} - \frac{x}{3} + C$

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e \cdot x^e + 4$ là

A. 101376.

B. $e^2 \cdot x^{e-1} + C$

C. $\frac{x^{e+1}}{e+1} + 4x + C$

*D. $\frac{e \cdot x^{e+1}}{e+1} + 4x + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (e \cdot x^e + 4) dx = \frac{e \cdot x^{e+1}}{e+1} + 4x + C$

Câu 8. Hàm số nào sau đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+1)^5$?

A. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18} + 8$

B. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18} - 2$

C. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18}$

*D. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{6}$

Lời giải

Chọn D

Áp dụng $\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ với $\alpha \neq -1$ và C là hằng số.

Vậy hàm số ở phương án D thỏa yêu cầu đề.

Câu 9. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

A. $20x^3 - 12x + C$

*B. $x^5 - 2x^3 + x + C$

C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$

D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (5x^4 - 6x^2 + 1) dx = x^5 - 2x^3 + x + C$

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2018}$, ($x \in \mathbb{R}$) là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $F(x) = 2017 \cdot x^{2018} + C$, ($C \in \mathbb{R}$)

*B. $F(x) = \frac{x^{2019}}{2019} + C$, ($C \in \mathbb{R}$)

C. $F(x) = x^{2019} + C$, ($C \in \mathbb{R}$)

D. $F(x) = 2018 \cdot x^{2017} + C$, ($C \in \mathbb{R}$)

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int x^{2018} dx = \frac{x^{2019}}{2019} + C$

Câu 11. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ thỏa mãn $F(0) = 2$, giá trị của $F(1)$ bằng

A. 4.

*B. $\frac{13}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int x^2 - 2x + 3 dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + C$

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ có $F(0) = 2 \Rightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 2 \Rightarrow F(1) = \frac{13}{3}$

Câu 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$ là

A. $x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x$

B. $x^7 + \ln|x| + \frac{1}{x} - 2x + C$

C. $x^7 + \ln x + \frac{1}{x} - 2x + C$

*D. $x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x) dx = x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$$

Câu 13. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là:

*A. $\ln|x+2| + C$

B. $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C$

C. $\ln(x+2) + C$

D. $\frac{1}{2} \ln(x+2) + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x) dx = -2 \ln|1-2x| + C$

B. $\int f(x) dx = 2 \ln|1-2x| + C$

*C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$

D. $\int f(x) dx = \ln|1-2x| + C$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{1}{1-2x} dx = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{(1+x)^2}$

A. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{2}{(x+1)^3} + C$

*B. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = -\frac{1}{x+1} + C$

C. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{1}{x+1} + C$

D. $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-2}{(x+1)^3} + C$

Lời giải

Chọn B

$$\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \int (x+1)^{-2} dx = - (x+1)^{-1} + C = \frac{-1}{x+1} + C$$

Câu 16. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$

*A. $\int f(x) dx = x - \ln|x+1| + 1$

B. $\int f(x) dx = \ln|x+1| + x + 1$

C. $\int f(x) dx = x - \ln(x+1)$

D. $x + \ln(x+1)$

Lời giải

Chọn A

$$\int \frac{x}{x+1} dx = \int \frac{x+1-1}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = x - \ln|x+1| + C$$

Vậy $\int f(x) dx = x - \ln|x+1| + 1$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Câu 17. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2$

*B. $2 + \ln 2$

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \quad \text{mà } F(0) = 2 \quad \text{nên } F(x) = \ln|x+1| + 2$$

Do đó $F(1) = 2 + \ln 2$

Câu 18. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, biết $F\left(\frac{e-1}{2}\right) = \frac{3}{2}$ là:

A. $F(x) = 2 \ln|2x+1| - \frac{1}{2}$

B. $F(x) = 2 \ln|2x+1| + 1$

*C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 1$

D. $F(x) = \ln|2x+1| + \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức nguyên hàm mở rộng

$$F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{e-1}{2}\right) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln\left|2\left(\frac{e-1}{2}\right) + 1\right| + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = 1$$

Câu 19. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

A. $x + \frac{1}{x-1} + C$

B. $1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C$

*C. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$

D. $x^2 + \ln|x-1| + C$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x - 1}$$

$$\Rightarrow \int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$$

Câu 20. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a+2b=8$. B. $a+b=8$. C. $2a-b=8$. *D. $a-b=8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 5 \int \frac{1}{x+1} dx - 3 \int \frac{1}{x-2} dx = 5 \ln|x+1| - 3 \ln|x-2| + C$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a-b=8.$$

Câu 21. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0)=0$, $F(1)=a+\frac{b}{c}\ln 3$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng.

- *A. 4. B. 9. C. 3. D. 12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int \left(3x^2 + \frac{1}{2x+1} \right) dx = x^3 + \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$$

$$\text{Do } F(0)=0 \Rightarrow C=0 \Rightarrow F(x) = x^3 + \frac{1}{2} \ln|2x+1|$$

$$\text{Vậy } F(1) = 1 + \frac{1}{2} \ln 3 \Rightarrow a=1; b=1; c=2 \Rightarrow a+b+c=4.$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0)=1$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

- A. $4 + \ln 15$. B. $3 + \ln 15$. *C. $2 + \ln 15$. D. $\ln 15$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \int \frac{2 \cdot \frac{1}{2} d(2x-1)}{2x-1} = \ln|2x-1| + c$$

$$f(0)=1 \Leftrightarrow c=1 \Leftrightarrow f(x) = \ln|2x-1| + 1$$

$$\begin{cases} f(-1) = \ln 3 + 1 \\ f(3) = \ln 5 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow f(-1) + f(3) = 2 + \ln 15$$

Câu 23. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} - 1$ trên $(0; +\infty)$.

- A. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt[3]{x^2} - x + 1$ *B. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - x + 2$

C. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

D. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - x$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int (\sqrt{x} - 1) dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - x + C$

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sqrt{x} + x^{2018}$ là

A. $\sqrt{x} + \frac{x^{2019}}{673} + C$

*B. $2\sqrt{x^3} + \frac{x^{2019}}{2019} + C$

C. $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x^{2019}}{673} + C$

D. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6054x^{2017} + C$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\int (3\sqrt{x} + x^{2018}) dx = \int \left(3x^{\frac{1}{2}} + x^{2018} \right) dx = 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^{2019}}{2019} + C = 2\sqrt{x^3} + \frac{x^{2019}}{2019} + C$$

Câu 25. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{1-2x}$ là:

A. $\frac{3}{2}(2x-1)\sqrt{1-2x}$
 $-\frac{1}{3}(1-2x)\sqrt{1-2x}$

B. $-\frac{3}{2}(1-2x)\sqrt{1-2x}$

C. $\frac{3}{4}(2x-1)\sqrt{1-2x}$

*D.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int \sqrt{1-2x} dx = -\frac{1}{2} \int \sqrt{1-2x} d(1-2x)$, với $x \leq \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{(1-2x)^3} + C = -\frac{1}{3} (1-2x) \sqrt{1-2x} + C$$

Câu 26. Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$

*A. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$

B. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$

C.

$f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{88}{3}$

D. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x^2}{2} + 1$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + C$

$$f(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{8 \cdot 4 \sqrt{4}}{3} - \frac{4^2}{2} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{40}{3} = \int (4\sqrt{x} - x) dx$$

Vậy $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$

Câu 27. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F(3) = 7$. Khi đó, giá trị của tham số m bằng

A. -2.

*B. 3.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x) = \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1 \right) dx = \sqrt{x+1} + (m-1)x + C$

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} F(0)=0 \\ F(3)=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C+1=0 \\ C+3m=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=-1 \\ m=3 \end{cases}$

Vậy $F(x) = \sqrt{x+1} + 2x - 1$

Câu 28. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2\sqrt{4+x^3}$ là

- *A. $\frac{2}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$ B. $2\sqrt{4+x^3} + C$ C. $\frac{1}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$ D. $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int x^2\sqrt{4+x^3} dx = \frac{1}{3} \int \sqrt{4+x^3} d(4+x^3) \rightarrow \frac{1}{3} \int (4+x^3)^{\frac{1}{2}} d(4+x^3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} (4+x^3)^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C$

Chú ý: Trong lời giải viết dấu “ $\rightarrow$ ” thay cho dấu “ $=$ ” vì $\sqrt{4+x^3} \neq (4+x^3)^{\frac{1}{2}}$ nhưng ta mượn tạm công thức nguyên hàm của $(4+x^3)^{\frac{1}{2}}$ để tính nguyên hàm của $\sqrt{4+x^3}$.

Câu 29. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-1}}$ thỏa mãn $F(5)=7$.

- A. $F(x) = 2\sqrt{2x-1}$ *B. $F(x) = 2\sqrt{2x-1} + 1$
C. $F(x) = \sqrt{2x-1} + 4$ D. $F(x) = \sqrt{2x-1} - 10$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \frac{2}{\sqrt{2x-1}} dx = 2 \int \frac{d(2x-1)}{2\sqrt{2x-1}} = 2\sqrt{2x-1} + C$;

Do $F(5)=7$ nên $6+C=7 \Rightarrow C=1$.

Câu 30. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- *A. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$ B. $\int \sin \frac{x}{2} dx = 2\cos \frac{x}{2} + C$
C. $\int \cot x dx = -\ln|\sin x| + C$ D. $\int \cos \frac{x}{2} dx = -2\sin \frac{x}{2} + C$

Lời giải

Xét $(-\ln|\cos x| + C)' = -\frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$.

Suy ra khẳng định A đúng.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$$

Câu 31. Tính tích phân

- *A. $I = \frac{\pi+2}{8}$ B. $I = \frac{\pi+2}{4}$ C. $I = \frac{1}{3}$ D. $I = \frac{2}{3}$

Lời giải

Cách giải: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi + 2}{8}$

Câu 32. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x}$.

*A. $\int f(x) dx = -\cot x + \cos x + C$

B. $\int f(x) dx = -\tan x + \cos x + C$

C. $\int f(x) dx = -\cot x - \cos x + C$

D. $\int f(x) dx = -\tan x - \cos x + C$

Lời giải

$$\int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx - \int \sin x dx = -\cot x + \cos x + C$$

Câu 33. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$

A. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

*D. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

Lời giải

$$\begin{aligned} \int (\sin x + \cos x)^2 dx &= \int (\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x) dx \\ &= \int (1 + \sin 2x) dx = x - \frac{1}{2} \cos 2x + C \end{aligned}$$

Câu 34. Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A. $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos^2 x$

B. $f(x) = \tan^2 x$ và $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x^2}$

C. $f(x) = e^x$ và $g(x) = e^{-x}$

*D. $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \sin^2 x$

Lời giải

Vì $(\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$

Câu 35. Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{1 + \cos 2x}$.

A. $I = \frac{1}{2} \tan x + C.$

B. $I = -\tan x + C.$

C. $I = \tan x + C.$

*D. $I = -\frac{1}{2} \tan x + C.$

Lời giải

Ta có $I = \int \frac{1}{2 \cos^2 x} dx = \frac{1}{2} \tan x + C.$

Câu 36. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x \sin 2x$ thì:

A. $F(x) = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\cos 7x}{14} + C.$

*B. $F(x) = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\sin 7x}{14} + C.$

C. $F(x) = \frac{\cos 3x}{6} + \frac{\cos 7x}{14} + C.$

D. $F(x) = \frac{\cos 3x}{6} - \frac{\cos 7x}{14} + C.$

Lời giải

Ta có $2f(x) = 2 \sin 5x \sin 2x = \cos 3x - \cos 7x$

Suy ra $2 \int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 7x}{7} + C \Leftrightarrow \int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\sin 7x}{14} + C$

Câu 37. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^3 x \sin x$.

A. $\int f(x) dx = -\cos^4 x + C.$

*B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4}\cos^4 x + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}\sin^4 x + C.$

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4}\sin^4 x + C.$

Lời giải

Ta có: $\int (\cos x)^3 \sin x dx = -\int (\cos x)^3 d(\cos x) = -\frac{1}{4}\cos^4 x + C.$

Câu 38. Nguyên hàm $I = \int \frac{8\cos^2 x - \sin 2x - 3}{\sin x - \cos x} dx$ bằng

A. $I = 4\cos x - 5\sin x + C.$

B. $I = 3\cos x - 4\sin x + C.$

C. $I = 3\cos x - 6\sin x + C.$

*D. $I = 3\cos x - 5\sin x + C.$

Lời giải

$$I = \int \frac{8\cos^2 x - \sin 2x - 3}{\sin x - \cos x} dx = \int \frac{(1 - 2\sin x \cos x) + 4(2\cos^2 x - 1)}{\sin x - \cos x} dx$$

$$\int \frac{(\sin x - \cos x)^2 + 4\cos 2x}{\sin x - \cos x} dx = \int [\sin x - \cos x - 4(\sin x + \cos x)] dx$$

$$= 3\cos x - 5\sin x + C.$$

Câu 39. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} + \frac{2\cot^2 x}{\sin^2 x}.$

A. $F(x) = \frac{\tan^3 x}{3} + \frac{2\cot^3 x}{3} + C.$

*B. $F(x) = \frac{\tan^3 x}{3} - \frac{2\cot^3 x}{3} + C.$

C. $F(x) = -\frac{\tan^3 x}{3} + \frac{2\cot^3 x}{3} + C.$

D. $F(x) = -\frac{\tan^3 x}{3} - \frac{2\cot^3 x}{3} + C.$

Lời giải

$$\int \left(\frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} + \frac{2\cot^2 x}{\sin^2 x} \right) dx = \int \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} dx + \int \frac{2\cot^2 x}{\sin^2 x} dx$$

$$= \int \tan^2 x d(\tan x) + \int 2\cot^2 x d(-\cot x) = \frac{\tan^3 x}{3} - \frac{2\cot^3 x}{3} + C.$$

Câu 40. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x \cdot \cos 3x.$

*A. $-\frac{\cos 8x}{16} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $-\frac{\cos 4x}{8} - \frac{\cos x}{4} + C.$

C. $\frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos x}{2} + C.$

D. $-\frac{\cos 8x}{16} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \sin 5x \cdot \cos 3x = \frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 2x) \Rightarrow \int f(x) dx = \frac{1}{2} \int (\sin 8x + \sin 2x) dx$

Suy ra $\int f(x) dx = -\frac{\cos 8x}{16} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Câu 41. Biết $\int \frac{\cos x}{5\sin x - 9} dx = \frac{a}{b} \ln |5\sin x - 9| + C, (a, b \in \mathbb{Z}^+)$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $2a - b$ là

A. 10.

B. -4.

C. 7.

*D. -3.

Lời giải

Chọn D

$$\int \frac{\cos x}{5\sin x - 9} dx = \frac{1}{5} \int \frac{d(5\sin x - 9)}{5\sin x - 9} = \frac{1}{5} \ln|5\sin x - 9| + C$$

Vậy $a=1, b=5$. Nên $2a - b = -3$.

Câu 42. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$

A. $\int e^{2x} dx = -\frac{1}{2}e^{2x} + C.$

*B. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

C. $\int e^{2x} dx = 2e^{2x} + C.$

D. $\int e^{2x} dx = -2e^{2x} + C.$

Lời giải

Theo công thức nguyên hàm cơ bản $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$. Suy ra $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Câu 43. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 12^{12x}$.

A. $\int 12^{2x} dx = 12^{12-4x} \ln 12 + C$

B. $\int 12^{2x} dx = 12^{12x} \ln 12 + C$

C. $\int 12^{2x} dx = \frac{12^{12x}}{\ln 12} + C$

*D. $\int 12^{2x} dx = \frac{12^{12x-1}}{\ln 12} + C$

Lời giải

Ta có $\int 12^{12x} dx = \frac{1}{12} \int 12^{12x} d(12x) = \frac{12^{12x}}{12 \cdot \ln 12} + C = \int 12^{12x} dx = \frac{12^{12x-1}}{\ln 12} + C$

Câu 44. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $F(e) - F(1)$

A. $I = e$.

B. $I = \frac{1}{e}$.

*C. $I = \frac{1}{2}$.

D. $I = 1$.

Lời giải

$$F(x) = \int \frac{\ln(x)}{x} dx = \int \ln(x) d \ln(x) = \frac{1}{2} \ln(x)^2$$

$$\Rightarrow F(e) - F(1) = \frac{1}{2}$$

Câu 45. Biết F là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2016e^{2016x}$ và $F(0) = 2018$. Giá trị của F là

A. $F(1) = 2016$.

B. $F(1) = 2016e^{2016}$.

C. $F(1) = 2016e^{2016} + 2$.

*D.

$F(1) = e^{2016} + 2017$.

Lời giải

$$F(x) = \int 2016e^{2016x} dx = e^{2016x} + C \rightarrow F(0) = 1 + C = 2018 \rightarrow C = 2017$$

$$\rightarrow F(x) = e^{2016x} + 2017 \rightarrow F(1) = e^{2016} + 2017.$$

Câu 46. Kí hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$, biết $F(0) = -\ln 2$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 3$.

A. $S = [-3; 3]$

*B. $S = \{3\}$

C. $S = \emptyset$

D. $S = \{-3\}$

Lời giải

$$\int \frac{1}{e^x + 1} dx = \int dx - \int \frac{e^x}{e^x + 1} dx = x - \ln(e^x + 1) + C$$

Vì $F(0) = -\ln 2 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = x - \ln(e^x + 1)$

Xét phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 3 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 47. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$, thỏa mãn $F(0) = 2020$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$

*A. $T = \frac{e^{2020} - 1}{e - 1} + 2019 \cdot 2020$

B. $T = \frac{e^{2019} - 1}{e - 1} + 2018 \cdot 2019$

C. $T = \frac{e^{2020} - 1}{e - 1} + 2020^2$

D. $T = \frac{e^{2019} - 1}{e - 1} + 2019^2$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x) dx = \int e^x dx = e^x + C$

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$, ta có $F(x) = e^x + C$ mà $F(0) = 2020$
 $\Rightarrow C = 2019 \Rightarrow F(x) = e^x + 2019$

$$T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019) = 1 + e + e^2 + \dots + e^{2018} + e^{2019} + 2019 \cdot 2020 = \frac{e^{2020} - 1}{e - 1} + 2019 \cdot 2020$$

Câu 48. Biết rằng $x e^x$ là một nguyên hàm của $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x) e^x$ thỏa mãn $F(0) = 1$, giá trị của $F(-1)$ bằng

*A. $\frac{7}{2}$

B. $\frac{5 - e}{2}$

C. $\frac{7 - e}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(-x) = (x e^x)' = e^x + x e^x \quad \forall x \in (-\infty; +\infty)$

Do đó $f(-x) = e^{-(x)} - (-x) e^{-(x)} \quad \forall x \in (-\infty; +\infty)$

Suy ra $f(x) = e^{-x}(1 - x) \quad \forall x \in (-\infty; +\infty)$

Nên $f'(x) = [e^{-x}(1 - x)]' = e^{-x}(x - 2) \Rightarrow f'(x) e^x = e^{-x}(x - 2) \cdot e^x = x - 2$

Bởi vậy $F(x) = \int (x - 2) dx = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + C$

Từ đó $F(0) = \frac{1}{2}(0 - 2)^2 + C = C + 2$; $F(0) = 1 \Rightarrow C = -1$

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 1 \Rightarrow F(-1) = \frac{1}{2}(-1 - 2)^2 - 1 = \frac{7}{2}$

Câu 49. Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f(x) = f'(x) \sqrt{3x + 1}$ với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $4 < f(5) < 5$.

B. $1 < f(5) < 2$.

*C. $3 < f(5) < 4$.

D. $2 < f(5) < 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x+1} + C. \quad \text{Vi} \quad f(1)=1 \Rightarrow C + \frac{4}{3} = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{4}{3}.$$

$$\Rightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{3x+1} - \frac{4}{3} \Leftrightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1} - \frac{4}{3}} \Rightarrow f(5) = e^{\frac{4}{3}} \approx 3,8. \quad \text{Vậy} \quad 3 < f(5) < 4.$$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = x^2$ và $f(1) = -1$. Giá trị của $f\left(\frac{3}{2}\right)$ bằng

*A. $\frac{1}{96}$.

B. $\frac{1}{64}$.

C. $\frac{1}{48}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = x^2 \Leftrightarrow xf'(x) + f(x) = x^3 \Leftrightarrow [xf(x)]' = x^3 \Rightarrow xf(x) = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

$$f(1) = -1 \Rightarrow C = -\frac{5}{4}. \quad \text{Khi đó} \quad f(x) = \frac{x^4 - 5}{4x} \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{96}$$

Câu 51. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$ bằng

A. $\frac{2019}{2020}$.

B. $\frac{2019 \cdot 2021}{2020}$.

*C. $2018 \frac{1}{2020}$.

D. $-\frac{2019}{2020}$.

Lời giải**Chọn C**

$$F(x) = \int \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2} dx = \int \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$$

Ta có:

Suy ra: $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + C$ mà $F(1) = \frac{1}{2}$ nên $C = 1$. Hay $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + 1$.

Ta có: $S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$

$$S = \left(-\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + 1 \right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 \right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 1 \right) + \dots + \left(-\frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} + 1 \right)$$

$$S = -1 + \frac{1}{2020} + 2019 \cdot 1 = 2018 + \frac{1}{2020} = 2018 \frac{1}{2020}$$

Câu 52. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3x-1}{x+2}$, $f(0) = 1$ và $f(-4) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(2) + f(-3)$ bằng

*A. 12.

B. $\ln 2$.

C. $10 + \ln 2$.

D. $3 - 20 \ln 2$.

Lời giải**Chọn A**

$f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{3x-1}{x+2} dx = \int \left(3 - \frac{7}{x+2} \right) dx = 3x - 7 \ln|x+2| + C, \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
 Ta có:
 Xét trên khoảng $(-2; +\infty)$ ta có: $f(0) = 1 \Leftrightarrow -7 \ln 2 + C = 1 \Rightarrow C = 1 + 7 \ln 2$.
 Do đó, $f(x) = 3x - 7 \ln|x+2| + 1 + 7 \ln 2$, với mọi $x \in (-2; +\infty)$.
 Suy ra $f(2) = 7 - 7 \ln 4 + 7 \ln 2 = 7 - 7 \ln 2$.
 Xét trên khoảng $(-\infty; -2)$ ta có: $f(-4) = 2 \Leftrightarrow -12 - 7 \ln 2 + C = 2 \Rightarrow C = 14 + 7 \ln 2$.
 Do đó, $f(x) = 3x - 7 \ln|x+2| + 14 + 7 \ln 2$, với mọi $x \in (-\infty; -2)$. Suy ra $f(-3) = 5 + 7 \ln 2$.
 Vậy $f(2) + f(-3) = 7 - 7 \ln 2 + 5 + 7 \ln 2 = 12$.

---HẾT---