# CHUYÊN ĐỀ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

1. **Trường hợp hai cạnh góc vuông**

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp cạnh – góc – cạnh).

***B E***

***A C D F***

# Trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp góc – cạnh – góc).

***B E***



1. ***C D F***



# Trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau ( theo trường hợp g-c-g)

1. ***E***



1. ***C D F***



# Trường hợp cạnh huyền và cạnh góc vuông

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

1. ***E***

***A C D F***

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

# Phương pháp giải:

+) Xét hai tam giác vuông.

+) Kiểm tra các điều kiện bằng nhau cạnh – góc – cạnh, góc – cạnh – góc, cạnh huyền – góc nhọn, cạnh huyền – cạnh góc vuông.

+) Kết luận hai tam giác bằng nhau.

# Bài toán.

**Bài 1.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình dưới đây?

***A***

***D B***



***C***

# Lời giải:

**Bài 2.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***C***

***A***

***B***

***D***

# Lời giải:

**Bài 3.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình dưới đây?

***B***

***A C***



***D***

# Lời giải:

**Bài 4.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***F***



***E***

***M***

***N***

# Lời giải:

**Bài 5.** Cho hình vẽ sau:

***A***



***D***

***E***

Chứng minh rằng:

***B H C***

1. *ABH*  *ACH* ;
2. *ADH*  *AEH* ;
3. *DBH*  *ECH* .

# Lời giải:

**Bài 6.** Cho *xOy* . Tia *Oz* là tia phân giác *xOy* . Lấy điểm *A* thuộc tia *Oz* ( *A*  *O*) . Kẻ *AB*

vuông góc với *Ox*, *AC* vuông góc với *Oy* (*B* *Ox*, *C**Oy*) . Chứng minh

# Lời giải:

**Bài 7.** Cho hình vẽ sau. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình?

*OAB*

 *OAC* .

***A***

***B D E C***



***F***

***G***

# Lời giải:

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *D* là trung điểm của cạnh *BC* . Kẻ *DE*  *AB* ,

*DF*  *AC* . Chứng minh:

1. *DEB*  *DFC* ;
2. *DEA*  *DFA* .

# Lời giải:

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Qua *A* kẻ đường thẳng *d* cắt *BC* . Vẽ

*BM* ,*CN* vuông góc với *d* . Chứng minh rằng : *BAM*  *ACN* .

# Lời giải:

**Bài 10.** Cho

*ABC*

có *B*  *C* . Trên tia đối của tia *BC* lấy điểm

*M* , trên tia đối tia của tia *CB*

lấy điểm *N* sao cho *BM*  *CN*. Kẻ *BE*  *AM* (*E*  *AM* ), *CF*  *AN* (*F*  *AN* ) .

Chứng minh rằng

*BME*  *CNF* .

# Lời giải:

**Bài 11.** Cho *ABC* . Từ *A* vẽ cung tròn có bán kính bằng *BC* , từ *C* vẽ cung tròn có bán kính

bằng *AB* . Hai cung tròn này cắt nhau tại *D* ( *D* nằm khác phía của *B* đối với *AC* ). Kẻ

*AH*  *BC*

(*H*  *BC*)

và *CK*  *AD* (*K*  *AD*) .

1. Chứng minh
2. Chứng minh

*AHC*  *CKA*;

*AHB*  *CKD* .

# Lời giải:

**Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.**

# Phương pháp giải:

+ Chọn hai tam giác vuông có cạnh (góc) là đoạn thẳng (góc) cần tính hoặc chứng minh bằng nhau.

+ Tìm thêm hai điều kiện bằng nhau, trong đó có một điều kiện về cạnh, để kết luận hai tam giác bằng nhau.

+ Suy ra các cạnh (góc) tương ứng bằng nhau và kết luận.

# Bài toán.

**Bài 1.** Cho hình vẽ sau. Chứng minh *OK* là phân giác của góc *BOA* .

***B***

***O K***



***A***

# Lời giải:

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ *AD*  *BC* . Chứng minh *AD* là tia phân giác của *BAC* .

***A***

***B D C***

# Lời giải:

**Bài 3.** Cho *ABC* có *BA*  *BC* . Qua *A* kẻ đường vuông góc với *AB* , Qua *C* kẻ đường vuông

góc với *CB* , chúng cắt nhau ở *K* . Chứng minh *BK* là phân giác của góc *B* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm cạnh *BC* . Vẽ *BI* , *CK* vuông góc với *AM* . Chứng minh *BI*  *CK* .

# Lời giải:

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* vuông tại

*MD*  *BC* (*D*  *BC*).

*A*. Tia phân giác góc *B* cắt cạnh *AC* tại điểm

*M* . Kẻ

1. Chứng minh *BA*  *BD*;
2. Gọi *E* là giao điểm của hai đường thẳng *DM* và

# Lời giải:

*BA*. Chứng minh

*ABC*  *DBE* .

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Trên cạnh

*AB*, *AC* lần lượt lấy các điểm

*M* , *N* sao cho

*AM*  *AN* . Các đường thẳng vuông góc với

*H* . Chứng minh:

*AB*, *AC* tại

*M* , *N* cắt nhau ở *O* . *AO* cắt *BC* tại

1. *AMO*  *ANO* ;
2. *HB*  *HC*

và *AH*  *BC* .

# Lời giải:

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Đường thẳng vuông góc với *AB* tại *B* cắt đường thẳng vuông góc với *AC* tại *C* ở *D* . Gọi *M* là trung điểm cạnh *BC* . Chứng minh:

1. *DAB*  *DAC* ;
2. *A*, *M* , *D* thẳng hàng.

# Lời giải:

**Bài 8.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Tính số đo góc

# Lời giải:

*B*, *C* ?

**Bài 9.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* . Từ điểm *K* trên cạnh *AC* , vẽ *KH*  *BC* , biết *KH*  *KA* .

Chứng minh rằng *BK*  *AH* .

# Lời giải:

**Bài 10.** Cho

*ABC*

vuông tại A  *AB*  *AC* 

và các điểm *M* thuộc cạnh *AC* , *H* thuộc cạnh

*BC* sao cho *MH*  *BC*

và *MH*  *HB* . Chứng minh rằng *AH* là tia phân giác của góc *A* .

# Lời giải:

**Bài 11.** Cho tam giác *ABC* . Các tia phân giác của góc *B* và *C* cắt nhau ở *I* . Kẻ

*ID*  *AB*; *IE*  *AC* *D*  *AB*; *E*  *AC*  . Chứng minh rằng *AD*  *AE* .

# Lời giải:

**Bài 12.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* có *AB*  *AC* . Vẽ

*AH*  *BC*(*H*  *BC*) . *D* là điểm trên cạnh *AC*

sao cho *AD*  *AB* . Vẽ

*DE*  *BC*(*E*  *BC*). Chứng minh *HA*

# Lời giải:

 *HE* .

**Bài 13 .** Cho tam giác *ABC* có *M* là trung điểm của *BC* và *AM* là tia phân giác của góc *A* . Chứng minh *AB*  *AC* .

# Lời giải:

**Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

# Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* nhọn có *AB*  *AC* , vẽ *BD*  *AC*

giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh:

tại *D* , *CE*  *AB*

tại *E* . Gọi *M* là

1. *DBA*  *ECA* ;
2. *EBC*  *DCB* ;
3. *EAM*  *DAM* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa *A* lần lượt vẽ các tia

*Bx*, *Cy* sao cho *Bx*  *BA* và *Cy* *CA* . Gọi *D* là giao điểm của các tia *Bx*, *Cy* .

Chứng minh *ABD*  *ACD*.

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho

*ABC*

nhọn có *AB*  *AC* . Vẽ

*BH*  *AC* *H*  *AC*  , *CK*  *AB* *K*  *AB* .

1. Chứng minh: *AH*  *AK* .
2. Gọi *I* là giao điểm của *BH* và *CK* . Chứng minh *AI* là tia phân giác của *A* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . *D* là một điểm trên cạnh *AB* , *E* là một điểm trên cạnh *AC* sao

cho *AD*  *AE* . Từ *D* và *E* hạ các đường

1. *B*  *C* ;
2. *BM*  *CN* .

*DM* , *EN* cùng vuông góc với *BC* . Chứng minh rằng:

**Bài 3.** Cho *xOy* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* . Gọi *M* là trung điểm của

đoạn thẳng *AB* . Từ *A* và *B* kẻ các đường thẳng Chứng minh : *AE*  *BF* .

*AE*, *BF* cùng vuông góc với tia *OM* .

**Bài 4.** Cho góc *xOy* . Trên tia phân giác của góc đó lấy một điểm *M* , từ *M* hạ các đường thẳng

vuông góc *MA*, *MB* xuống cạnh *Ox*,*Oy* .Chứng minh :

1. *MAO*  *MBO* ;
2. *AB* vuông góc với *OM* .

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau Bài 1.**

# Bài 2.

**Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.**

# Bài 1 .

**Bài 2 .**

# Bài 3 .

**Bài 4 .**

# PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau Bài 1.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***A***

***D B***



***C***

**Bài 2.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***C***

***A***

***B***

***D***

**Bài 3.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***B***

***A C***



***D***

**Bài 4.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:

***F***



***E***

***M***

***N***

**Bài 5.** Cho hình vẽ sau:

***A***



***D***

***E***

Chứng minh rằng :

***B H C***

1. *ABH*  *ACH*
2. *ADH*  *AEH*
3. *DBH*  *ECH*

**Bài 6.** Cho *xOy* . Tia *Oz* là tia phân giác *xOy* . Lấy điểm *A* thuộc tia *Oz* ( *A*  *O*) . Kẻ *AB*

vuông góc với *Ox*, *AC* vuông góc với *Oy* (*B* *Ox*, *C**Oy*) . Chứng minh

**Bài 7.** Cho hình vẽ sau. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình?

*OAB*

 *OAC* .

***A***

***B D E C***



***F***

***G***

**Bài 8.MD3.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *D* là trung điểm của cạnh *BC* . Kẻ

*DE*  *AB*, *DF*  *AC* . Chứng minh:

1. *DEB*  *DFC*
2. *DEA*  *DFA*

**Bài 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Qua *A* kẻ đường thẳng *d* cắt *BC* . Vẽ

*BM* ,*CN* vuông góc với *d* . Chứng minh rằng : *BAM*  *ACN* .

**Bài 10.** Cho

*ABC*

có *B*  *C* . Trên tia đối của tia *BC* lấy điểm *M* ,

trên tia đối tia của tia *CB*

lấy điểm *N* sao cho *BM*  *CN*. Kẻ *BE*  *AM* (*E*  *AM* ), *CF*  *AN* (*F*  *AN* ), *AI*  *BC*(*I*  *BC*).

Chứng minh rằng *BME*  *CNF* .

**Bài 11.** Cho *ABC* . Từ *A* vẽ cung tròn có bán kính bằng *BC* , từ *C* vẽ cung tròn có bán kính

bằng *AB* . Hai cung tròn này cắt nhau tại *D* ( *D* nằm khác phía của *B* đối với *AC* ). Kẻ

*AH*  *BC*(*H*  *BC*) và *CK*  *AD*(*K*  *AD*) .

1. Chứng minh
2. Chứng minh

*AHC*  *CKA*

*AHB*  *CKD*

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho hình vẽ sau. Chứng minh *OK* là phân giác của góc *BOA*

***B***

***O K***



***A***

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ *AD*  *BC* . Chứng minh *AD* là tia phân giác của *BAC* .

**Bài 3.** Cho *ABC* có *BA*  *BC* . Qua *A* kẻ đường vuông góc với *AB* , Qua *C* kẻ đường vuông

góc với *CB* , chúng cắt nhau ở *K* . Chứng minh *BK* là phân giác của góc *B* ?

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm cạnh *BC* . Vẽ *BI* , *CK* vuông góc với *AM* . Chứng minh *BI*  *CK* .

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* vuông tại

*MD*  *BC* (*D*  *BC*).

*A*. Tia phân giác góc *B* cắt cạnh *AC* tại điểm

*M* . Kẻ

1. Chứng minh *BA*  *BD*;
2. Gọi *E* là giao điểm của hai đường thẳng *DM* và

*BA*. Chứng minh

*ABC*  *DBE* .

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Trên cạnh

*AB*, *AC* lần lượt lấy các điểm

*M* , *N* sao cho

*AM*  *AN* . Các đường thẳng vuông góc với

*H* . Chứng minh

*AB*, *AC* tại

*M* , *N* cắt nhau ở *O* . *AO* cắt *BC* tại

1. *AMO*  *ANO*
2. *HB*  *HC* và *AH*  *BC* .

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Đường thẳng vuông góc với *AB* tại *B* cắt đường thẳng vuông góc với *AC* tại *C* ở *D* . Gọi *M* là trung điểm cạnh *BC* . Chứng minh:

1. *DAB*  *DAC* ;
2. *A*, *M* , *D* thẳng hàng.

**Bài 8.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* và *AB*  *AC* . Tính số đo góc

*B*, *C* ?

**Bài 9.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* . Từ điểm *K* trên cạnh *AC* , vẽ *KH*  *BC* , biết *KH*  *KA* .

Chứng minh rằng *BK*  *AH* .

**Bài 10.** Cho

*ABC*

vuông tại A  *AB*  *AC* 

và các điểm *M* thuộc cạnh *AC* , *H* thuộc cạnh

*BC* sao cho *MH*  *BC* và *MH*  *HB* . Chứng minh rằng *AH* là tia phân giác của góc *A* .

**Bài 11.** Cho tam giác *ABC* . Các tia phân giác của góc *B* và *C* cắt nhau ở *I* . Kẻ

*ID*  *AB*; *IE*  *AC* *D*  *AB*; *E*  *AC*  . Chứng minh rằng *AD*  *AE* .

**Bài 12.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* có *AB*  *AC* . Vẽ

*AH*  *BC*(*H*  *BC*) . *D* là điểm trên cạnh *AC*

sao cho *AD*  *AB* . Vẽ

*DE*  *BC*(*E*  *BC*). Chứng minh *HA*

 *HE*

**Bài 13 .** Cho tam giác *ABC* có *M* là trung điểm của *BC* và *AM* là tia phân giác của góc *A* . Chứng minh *AB*  *AC*

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

**Bài 1.** Cho tam giác *ABC* nhọn có *AB*  *AC* , vẽ *BD*  *AC*

giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh:

tại *D* , *CE*  *AB*

tại *E* . Gọi *M* là

1. *DBA*  *ECA* ;
2. *EBC*  *DCB* ;
3. *EAM*  *DAM* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa *A* lần lượt vẽ các tia

*Bx*, *Cy* sao cho *Bx*  *BA* và *Cy* *CA* . Gọi *D* là giao điểm của các tia *Bx*, *Cy* .

Chứng minh *ABD*  *ACD*.

# Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho

*ABC*

nhọn có *AB*  *AC* . Vẽ

*BH*  *AC* *H*  *AC*  , *CK*  *AB* *K*  *AB* .

1. Chứng minh: *AH*  *AK* .
2. Gọi *I* là giao điểm của *BH* và *CK* . Chứng minh *AI* là tia phân giác của *A* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . *D* là một điểm trên cạnh *AB* , *E* là một điểm trên cạnh *AC* sao

cho *AD*  *AE* . Từ *D* và *E* hạ các đường

1. *B*  *C*

*DM* , *EN* cùng vuông góc với *BC* . Chứng minh rằng:

1. *BM*  *CN* .

**Bài 3.** Cho *xOy* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* . Gọi *M* là trung điểm của

đoạn thẳng *AB* . Từ *A* và *B* kẻ các đường thẳng Chứng minh : *AE*  *BF*

*AE*, *BF* cùng vuông góc với tia *OM* .

**Bài 4.** Cho góc *xOy* . Trên tia phân giác của góc đó lấy một điểm *M* , từ *M* hạ các đường thẳng

vuông góc *MA*, *MB* xuống cạnh *Ox*,*Oy* .Chứng minh:

1. *MAO*  *MBO* .
2. *AB* vuông góc với *OM* .