**ĐỀ 74**

**HSG TOÁN 9 QUẢNG NAM 2023-2024**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho biểu thức A = với và x 1.

Rút gọn biểu thức A và tìm x để A x = − 3 .

1. Tìm giá trị của tham số m để phương trình

có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn + =

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình
2. Giải hệ phương trình

**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông cân tại A , AB = 4cm . Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, AC, BN. Điểm D thuộc đoạn thẳng AM sao cho AM = 4AD

1. Tính diện tích tam giác DMN.
2. Chứng minh tam giác DIN vuông cân

**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC), nội tiếp trong đường tròn (O) . Dựng các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC . Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M và N ( M, N lần lượt nằm trên cung nhỏ AB và AC ). Gọi I là giao điểm của BM và DF, J là giao điểm của CN và DE .

1. Chứng minh EB là tia phân giác của
2. Chứng minh AM = AN
3. Chứng minh tứ giác MNJI nội tiếp trong đường tròn.

**Câu 5. (5,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho tổng của số đó với tổng các chữ số của nó bằng 2023.
2. Cho ba số thực dương x, y, x thỏa mãn xyz = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biếu thức

H =

**------HẾT------**

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho biểu thức A = với và x 1.

Rút gọn biểu thức A và tìm x để A x = − 3 .

1. Tìm giá trị của tham số m để phương trình

có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn + =

**Lời giải**

**a)** Ta có A =

=

=

=

=

A =

Đối chiếu điều kiện ta được

b) Ta có:

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi > 0

Theo hệ thức Vi-ét ta có: + = = (1)

Ta có

Khi đó + = (2)

Thay (1) và (2) ta có:

Đối chiếu điều kiện ta được m = 3

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình
2. Giải hệ phương trình

**Lời giải**

a) Ta có ĐK:

Đặt (t 0)

Phương trình đã cho trở thành:

(vì

Khi đó ta có:

Đối chiếu điều kiện ta được ;

b) Giải hệ phương trình

Cộng từng vế hai phương trình của hệ ta được:

\* Thay vào phương trình (1) ta được:

\* Thay vào phương trình (1) ta được:

+) Nếu

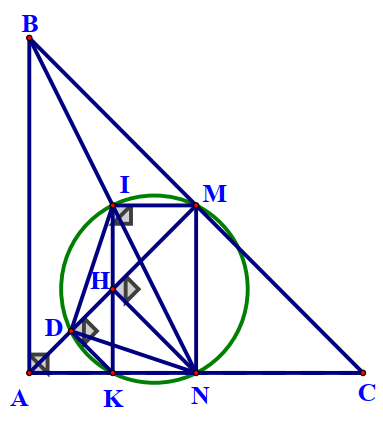
+) Nếu

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm là:

**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông cân tại A , AB = 4cm . Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, AC, BN. Điểm D thuộc đoạn thẳng AM sao cho AM = 4AD

1. Tính diện tích tam giác DMN.
2. Chứng minh tam giác DIN vuông cân

**Lời giải**

****

**a)** Ta có BC = (cm); AMBC = (cm); DM = .AM = (cm)

Gọi H là trung điểm của AM HN AM và HN = .MC = (cm)

Suy ra = = = ()

b) Gọi K là trung điểm của AN.

Ta có IM//KN, IK KN và IM = KN nên tứ giác MNKI là hình chữ nhật.

Lại có = = KD//CM.

Mà CM AM CM KD

Suy ra M, N, K, D, I cùng thuộc đường tròn đường kính KM cũng là đường tròn đường kính IN.

° (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Mặt khác °

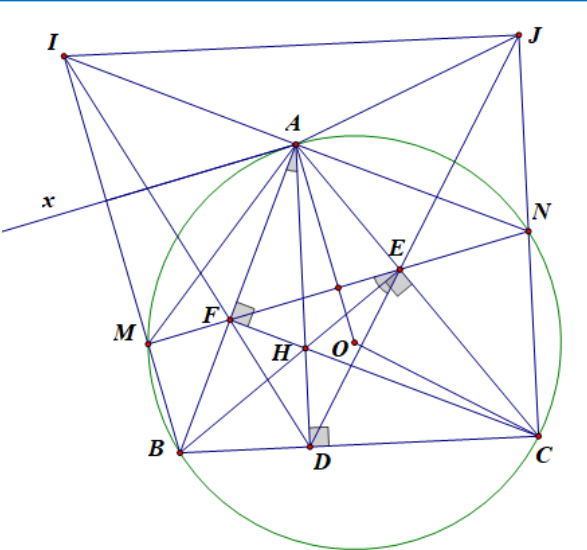
Do đó tam giác DIN vuông cân tại D

**Câu 4. (4,0 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC), nội tiếp trong đường tròn (O) . Dựng các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC . Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M và N ( M, N lần lượt nằm trên cung nhỏ AB và AC ). Gọi I là giao điểm của BM và DF, J là giao điểm của CN và DE .

1. Chứng minh EB là tia phân giác của
2. Chứng minh AM = AN
3. Chứng minh tứ giác MNJI nội tiếp trong đường tròn.

**Lời giải**

****

**a)** Chứng minh EB là tia phân giác của

Xét tứ giác ABDE có: ° (BE và AD là đường cao của )

Hai đỉnh E và D kề nhau cùng nhìn cạnh AB dưới cùng góc ° nên tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn

= (hai góc nội tiếp cùng chắn )

Gọi H là trực tâm của

Xét tứ giác AEHF có: + ° + ° ° (BE và CF là đường cao của ) nên tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn

= (hai góc nội tiếp cùng chắn )

Vậy EB là tia phân giác của

b) Chứng minh AM = AN

Vẽ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O)

Ta có: = (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây và góc nội tiếp cùng chắn )

Xét tứ giác AFEC có: ° (BE và CF là đường cao của )

Hai đỉnh E và F kề nhau cùng nhìn cạnh BC dưới cùng góc ° nên tứ giác BEFC nội tiếp được đường tròn

Mà + ° (hai góc kề bù) tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn

+ °

Do đó: =

Do hai góc này so le trong nên Ax//MN

Ta lại có AxMN AOMN

A là điểm chính giữa của

=

AM = AN (cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau)

c) Chứng minh tứ giác MNJI nội tiếp trong đường tròn.

Xét tứ giác AFDC có: ° (AD và CF là đường cao của )

Hai đỉnh F và D kề nhau cùng nhìn cạnh AD dưới cùng góc ° nên tứ giác AFDC nội tiếp đường tròn

+ ° (hai góc nội tiếp cùng chắn )

Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn + °

Suy ra (hai góc đối đỉnh)

+

Xét BFI và BFN có:

BF là cạnh chung

(hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau là )

(Cmt)

Do đó: BFI = BFN (g.c.g)

BI = BN; FI = FN

BF là đường trung trực của IN hay BA là đường trung trực của IN

AN = AI

Chứng minh tương tự, ta được AJ = AM

Khi đó: AN = AM = AI = AJ

Vậy tứ giác MNJI nội tiếp đường tròn

**Câu 5. (5,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho tổng của số đó với tổng các chữ số của nó bằng 2023.
2. Cho ba số thực dương x, y, x thỏa mãn xyz = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biếu thức

H =

**Lời giải**

**a)** Gọi n là số tự nhiên cần tìm, S(n) là tổng các chữ số của nó

Theo đề bài, ta có

Ta có 0 < n < 2023 S(n)

(Khi )

2023

Hay 1995 nên a = 1 hoặc a = 2

* Xét a = 1, ta có n =

Mà n + S(n) = 2023

Do 0 nên b = 9, 11c + 2d = 1133 c = 9; d = 7

Ta được n = 1997

* Xét a = 2, ta có n =

Mà n + S(n) = 2023

21

Do 0 nên b = 0, 11c + 2d = 21 c = 1; d = 5

Ta được n = 2015

Vậy có hai số thỏa mãn đề bài là 1997; 2015

b)

= =

= =

= =

=

= =

Tương tự: ;

Khi đó

H

H

H

Ta lại có: ; ;

H

H

Dấu bằng xảy ra khi

Vậy H đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi

**------HẾT------**