

## §1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN A-TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  là hệ thức dạng  $ax + by = c$  (1), trong đó  $a, b, c$  là các số đã biết ( $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ ).

Nếu  $x_0; y_0$  thỏa mãn (1) thì cặp số  $(x_0; y_0)$  được gọi là một nghiệm của phương trình (1)

2. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  luôn có vô số nghiệm.

Tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$ , kí hiệu là (d)

3. Nếu  $a \neq 0$  và  $b \neq 0$  thì đường thẳng (d) chính là đồ thị của hàm số  $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ .

Nếu  $a \neq 0$  và  $b = 0$  thì phương trình trở thành  $x = \frac{c}{a}$ , và đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục tung.

Nếu  $a = 0$  và  $b \neq 0$  thì phương trình trở thành  $y = \frac{c}{b}$ , và đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục hoành.

### B-CÁC DẠNG BÀI TẬP

**Dạng 1. XÉT CÁC CẶP SỐ  $(x_0; y_0)$  CÓ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH  $ax + by = c$  KHÔNG?**

**Câu 1.** Xem xét cặp số  $(2; -1)$  có là nghiệm của mỗi phương trình sau không?

a)  $2x + 3y = 1$

b)  $2x - 3y = 1$

c)  $\frac{3}{2}x + 4y = -1$

**Dạng 2. TÌM NGHIỆM TỔNG QUÁT CỦA PHƯƠNG TRÌNH  $ax + by = c$  VÀ VẼ ĐƯỜNG THẲNG BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA NÓ.**

#### #Lời giải

a) Thay  $x = 2, y = -1$  vào phương trình  $2x + 3y = 1$  ta được :  
 $2.2 + 3.(-1) = 4 - 3 = 1$  nên  $(2; -1)$  là nghiệm của phương trình  $2x + 3y = 1$ .

b) Thay  $x = 2; y = -1$  vào phương trình  $2x - 3y = 1$  ta được :  
 $2.2 - 3.(-1) = 4 + 3 = 7 \neq 1$  nên  $(2; -1)$  không là nghiệm của phương trình  $2x - 3y = 1$ .

c) Thay  $x = 2; y = -1$  vào phương trình  $\frac{3}{2}x + 4y = -1$  ta được

$$\frac{3}{2}.2 + 4.(-1) = 3 - 4 = -1 \text{ nên } (2; -1) \text{ là nghiệm của phương trình } \frac{3}{2}x + 4y = -1.$$

~**Câu 2.** Cho phương trình  $5x - 3y = 2$  (1)

a) Tìm công thức nghiệm tổng quát của phương trình (1).

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình.

**#Lời giải**

a) Ta tính  $y$  theo  $x$  :  $5x - 3y = 2 \Leftrightarrow 3y = 5x - 2$

$$\Leftrightarrow y = \frac{5x - 2}{3}$$

phương trình có vô số nghiệm  $\left(x; \frac{5x - 2}{3}\right)$  với  $x$  là một số thực tùy ý.

**Chú ý :** Ta cũng có thể viết nghiệm của phương trình là  $\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = \frac{5x - 2}{3}. \end{cases}$

b) Ta có  $y = \frac{5x - 2}{3} = 2x - 1 + \frac{1 - x}{3}$ .

Để  $y \in \mathbf{Z}$  thì  $\frac{1 - x}{3} \in \mathbf{Z}$ .

Đặt  $\frac{1 - x}{3} = t$  ( $t \in \mathbf{Z}$ )  $\Rightarrow x = 1 - 3t$ , từ đó  $y = 2(1 - 3t) - 1 + t$  hay  $y = 1 - 5t$ .

Vậy nghiệm nguyên tổng quát của phương trình là  $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 - 5t \end{cases}, t \in \mathbf{Z}$ .

~**Câu 3.** Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình sau và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

a)  $2x + 3y = 6$

b)  $3x + 0y = 2$

**Dạng 3. XÁC ĐỊNH THAM SỐ  $m$  KHI BIẾT  $(x_0; y_0)$  LÀ MỘT NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH**

**#Lời giải**

a)  $2x + 3y = 6$  ;

b)  $3x + 0.y = 2$ .

**Giải.**

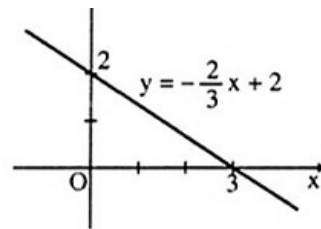
a)  $2x + 3y = 6 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$ .

Nghiệm tổng quát của phương trình là :

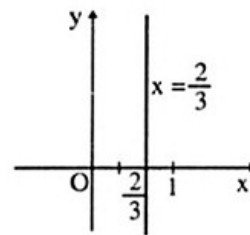
$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + 2 & \text{(h.1)} \\ x \in \mathbf{R}. \end{cases}$$

b) Nghiệm tổng quát của phương trình là :

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} & \text{(h.2)} \\ y \in \mathbf{R}. \end{cases}$$



Hình 1



Hình 2

~**Câu 4.** Nếu cặp số  $(1; -2)$  là một nghiệm của phương trình  $x - y - m = 0$  thì  $m$  có giá trị là bao nhiêu?

**#Lời giải**

Cặp số  $(1; -2)$  là một nghiệm của phương trình, nên :

$$1 - (-2) - m = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy giá trị  $m = 3$ .

### C-BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Cặp số  $(1; -3)$  là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

a)  $3x - 2y = -3$

b)  $3x + y = 0$

c)  $0.x - 3y = 9$

d)  $3x - y = 2$

2. Cho phương trình  $3x + 2y = 6$  (1).

a) Hãy biểu diễn tập nghiệm của phương trình (1) trên mặt phẳng tọa độ (gọi là (d)).

b) Tính diện tích tam giác tạo bởi (d) với trục Ox và Oy,

3. Tìm  $m$  biết  $(-1; -1)$  là một nghiệm của phương trình:

$$(m - 1)x - (2m - 1)y = -1 - m$$

4. Tính diện tích tứ giác tạo bởi

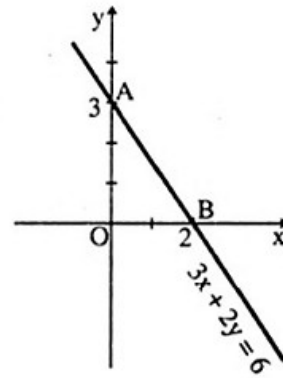
( $d_1$ ):  $0.x + 2y = 4$ ; ( $d_2$ ):  $-3x + 0.y = 3$ ; ( $d_3$ ):  $-x + y = -1$  và trục Ox

5. Cho phương trình  $3x + 5y = 501$ . Hỏi phương trình có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

**#Lời giải**

## HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Cặp  $(1; -3)$  là nghiệm của phương trình :
  - b)  $3x + y = 0$  ;
  - c)  $0.x - 3y = 9$ .
2. a) Tập nghiệm của phương trình  $3x + 2y = 6$  được biểu diễn như hình 3.
  - b)  $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$  (đvdt).
3.  $m = -\frac{1}{2}$ .
4.  $S = 6$  (đơn vị diện tích).
5. Phương trình có 33 nghiệm nguyên dương.



Hình 3

## §2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A-TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

$$(I) \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

1. Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Nếu hai phương trình ấy có nghiệm chung  $(x_0; y_0)$  thì  $(x_0; y_0)$  được gọi là một nghiệm của hệ (I).

Nếu hai phương trình đã cho không có nghiệm chung thì ta nói hệ (I) vô nghiệm.

Giải hệ phương trình là tìm tập nghiệm của nó.

2. Tập nghiệm của hệ phương trình (I) được biểu diễn bởi tập hợp các điểm chung của 2 đường thẳng (d):  $ax + by = c$  và (d'):  $a'x + b'y = c'$ .

Vậy:

Nếu (d) cắt (d') thì hệ (I) có một nghiệm duy nhất.

Nếu (d) // (d') thì hệ (I) vô nghiệm.

Nếu (d) trùng với (d') thì hệ (I) vô số nghiệm.

3. Hai hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

### B-CÁC DẠNG BÀI TẬP

#### Dạng 1. ĐOÁN NHẬN SỐ NGHIỆM CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH

~**Câu 5.** Không cần vẽ hình, hãy cho biết số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau đây và giải thích vì sao?

a) 
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x = 3y \\ x + 5y = -4 \end{cases}$$

#### Dạng 2. XÁC ĐỊNH NGHIỆM CỦA HỆ BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÌNH HỌC

#Lời giải

a) Đường thẳng  $y = 2x - 1$  có hệ số góc  $a = 2$  còn đường thẳng  $y = -x + 1$  có hệ số góc  $a' = -1$ ;  $a \neq a'$  nên hai đường thẳng này cắt nhau tại một điểm, do vậy hệ đã cho có một nghiệm.

b) Hệ tương đương với 
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \\ y = \frac{1}{2}x - 1. \end{cases}$$

Vì  $-\frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}$  nên hai đường thẳng  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$  và  $y = \frac{1}{2}x - 1$  cắt nhau tại một điểm, do vậy hệ đã cho có một nghiệm.

c) Hệ tương đương với 
$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -x + 2. \end{cases}$$

Vì  $-1 = -1$ ;  $2 = 2$  nên hai đồ thị trùng nhau. Vậy hệ đã cho có vô số nghiệm.

d) Hệ tương đương với 
$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ y = -\frac{x}{5} - \frac{4}{5}. \end{cases}$$

Vì  $\frac{2}{3} \neq -\frac{1}{5}$  nên hai đồ thị cắt nhau tại một điểm.

Do đó hệ đã cho có một nghiệm.

~**Câu 6.** Xác định nghiệm của hệ phương trình sau bằng phương pháp hình học;

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

b)

### Dạng 3. HAI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

#Lời giải

**Giải.**

a) (h.4) \* Vẽ  $(d_1) : 2x - y = 1$ .

• Cho  $x = 0 \Rightarrow y = -1$  ta được  $A(0 ; -1)$ .

• Cho  $y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$  ta được  $B\left(\frac{1}{2} ; 0\right)$ .

Đường thẳng AB là đồ thị  $2x - y = 1$ .

\* Vẽ  $(d_2) : x + y = 2$ .

• Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 2$  ta được  $C(0 ; 2)$ .

• Cho  $y = 0 \Rightarrow x = 2$  ta được  $D(2 ; 0)$ .

Đường thẳng CD là đồ thị  $x + y = 2$ .

Ta được  $(d_1)$  cắt  $(d_2)$  tại  $E(1 ; 1)$ .

Thử lại  $(1 ; 1)$  là nghiệm của hệ phương trình.

b) (h.5) Tương tự, đường thẳng  $3x + 2y = 5$

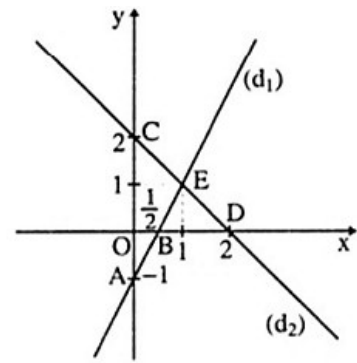
đi qua điểm  $A\left(0 ; \frac{5}{2}\right) ; B\left(\frac{5}{3} ; 0\right)$ .

Đường thẳng  $x + 2y = 1$  đi qua điểm

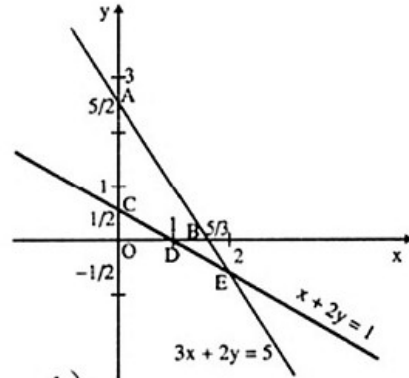
$C\left(0 ; \frac{1}{2}\right) ; D(1 ; 0)$ .

Toạ độ giao điểm của hai đường thẳng là  $E\left(2 ; -\frac{1}{2}\right)$ .

Thử lại  $\left(2 ; -\frac{1}{2}\right)$  là nghiệm của hệ phương trình.



Hình 4



~**Câu 7.** Xác định  $m$  để hai hệ phương trình sau tương đương:

$$(I) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases} \text{ và } (II) \begin{cases} mx + y = 2 \\ 3x + my = 3 \end{cases}$$

### #Lời giải

- Hệ (I) có nghiệm duy nhất  $(1 ; 0)$ .
- Để hai hệ đã cho tương đương nhau thì  $(1 ; 0)$  phải là nghiệm duy nhất của hệ (II).

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m \cdot 1 + 0 = 2 \\ 3 \cdot 1 + m \cdot 0 = 3 \end{cases} \text{ hay } m = 2.$$

- Thử lại với  $m = 2$  ta có (II)  $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$  có nghiệm  $(1 ; 0)$ .

Vậy  $m = 2$  thì hai hệ phương trình tương đương.

### C-BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Không vẽ đồ thị, hãy đoán số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + y \cdot 0 = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

$$c) \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

2. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình bằng đồ thị.

b) Nghiệm của hệ có phải là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = -1$  hay không?

3. Tìm a để hai hệ phương trình sau tương đương

a)  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$  và  $\begin{cases} ax + y = 0 \\ 2x - ay = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$  và  $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

4. Xác định a để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -2x + ay = a \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

5. Xét hệ phương trình  $\begin{cases} ax - y = b \\ a'x - y = b \end{cases}$

a) Chứng minh hệ đã cho luôn có nghiệm với mọi a, a', b;

b) Hệ đã cho có thể vô số nghiệm được không?

**#Lời giải**

## HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. a) Có một nghiệm duy nhất.                      b) Có một nghiệm duy nhất.

c) Vô nghiệm.    d) Vô số nghiệm.

2. a) Bạn đọc tự vẽ đồ thị.

Hệ có nghiệm duy nhất (1 ; 2).

b) Nghiệm của hệ có là nghiệm của phương trình  $3x - 2y = -1$ .

3. a)  $a = -1$ .

b)  $a = 1$ .

4. Xác định nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$

ta được nghiệm là (1 ; 2).

Thay vào phương trình  $-2x + ay = a$ , tìm được  $a = 2$ .

5. a) Hai đồ thị của hai phương trình luôn cắt nhau tại (0 ; -b) nên hệ đã cho luôn có nghiệm.

b) Hệ đã cho có thể vô số nghiệm khi  $a = a'$ .





### §3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ.

#### A-TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

##### 1. Quy tắc thế

Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc thế gồm 2 bước như sau:

*Bước 1:* Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

*Bước 2:* Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi hệ thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia có được ở bước 1)

##### 2. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

+ Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.

+ Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

#### B-CÁC DẠNG BÀI TẬP

##### Dạng 1. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ

~**Câu 8.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -x + 4y = 10 \end{cases}$$

b)

#Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3.(y + 3) - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3y + 9 - 4y = 4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 5. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là (8 ; 5).

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ -x + 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ -x + 4(7 - 2x) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ -x + 28 - 8x = 10 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là (2 ; 3).

~**Câu 9.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

$$\text{a) } \begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$$
$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{2}.x - \sqrt{3}.y = 1 \\ x + \sqrt{3}.y = \sqrt{2} \end{cases}$$

##### Dạng 2. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

#Lời giải

a) Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có  $y = 2\sqrt{2} - 5x\sqrt{3}$ ,  
thay vào phương trình thứ hai ta được :

$$x\sqrt{6} - (2\sqrt{2} - 5\sqrt{3}.x).\sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Từ đó :  $y = 2\sqrt{2} - 5 \cdot \frac{\sqrt{6}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ .

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là  $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ .

b) Từ phương trình thứ hai của hệ ta có  $x = \sqrt{2} - \sqrt{3}.y$ ,  
thay vào phương trình thứ nhất ta được :

$$\sqrt{2}.(\sqrt{2} - \sqrt{3}.y) - \sqrt{3}y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}.$$

Từ đó :  $x = \sqrt{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} = 1$ .

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là  $\left(1; \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}\right)$ .

~**Câu 10.** Giải các hệ phương trình

a) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{3}{2x-y} - \frac{6}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} - \frac{1}{x+y} = 0 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{5x}{x+1} + \frac{y}{y-3} = 27 \\ \frac{2x}{x+1} - \frac{3y}{y-3} = 4 \end{cases}$$

**Dạng 3. XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG**

**#Lời giải**

a) Điều kiện  $x \neq 0$ ;  $y \neq 0$ .

$$\text{Đặt } \frac{1}{x} = u; \frac{1}{y} = v, \text{ ta có hệ } \begin{cases} u + v = 2 \\ 3u - 4v = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v = 2 - u \\ 3u - 4(2 - u) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 2 - u \\ u = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 1. \end{cases}$$

$$\text{Trở lại ẩn } x; y \text{ ta có } \begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $(1; 1)$ .

b) Điều kiện  $y \neq 2x$ ;  $y \neq -x$ .

$$\text{Đặt } \frac{1}{2x - y} = u, \frac{1}{x + y} = v, \text{ ta có hệ } \begin{cases} 3u - 6v = -1 \\ u - v = 0. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được } \begin{cases} u = \frac{1}{3} \\ v = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$\text{Trở lại ẩn } x, y \text{ ta có: } \begin{cases} \frac{1}{2x - y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x + y} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3. \end{cases}$$

Giải hệ ta được phương trình có nghiệm duy nhất  $(2; 1)$ .

c) Điều kiện  $x \neq -1$ ;  $y \neq 3$ .

$$\text{Đặt } \frac{x}{x + 1} = u; \frac{y}{y - 3} = v, \text{ ta có hệ } \begin{cases} 5u + v = 27 \\ 2u - 3v = 4. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được } \begin{cases} u = 5 \\ v = 2. \end{cases}$$

$$\text{Trở lại ẩn } x, y \text{ ta có } \begin{cases} \frac{x}{x + 1} = 5 \\ \frac{y}{y - 3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{4} \\ y = 6. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $\left(-\frac{5}{4}; 6\right)$ .

~**Câu 11.** Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng.

a) (d):  $2x - y = 3$  và (d'):  $x + 2y = 4$

b) (d):  $2x + y = 2$  và (d'):  $x + \frac{1}{2}y = 1$

**#Lời giải**

a) Tọa độ giao điểm M của (d) và (d') là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4. \end{cases}$$

Giải hệ bằng phương pháp thế được nghiệm là (2 ; 1).

Vậy tọa độ giao điểm là M(2 ; 1).

$$\begin{aligned} \text{b) Xét hệ } \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2x \\ x + \frac{1}{2}(2 - 2x) = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2x \\ 0 \cdot x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2x \\ x \in \mathbf{R} \end{cases} \end{aligned}$$

hệ đã cho có vô số nghiệm.

Vậy (d) trùng (d'). Tọa độ giao điểm N(x ; 2 - 2x), x ∈ R.

~**Câu 12.** Tìm m để ba đường thẳng sau đồng quy

$$(d_1): 2x - y = 0 ; (d_2): x + y = 3 ; (d_3): 2x - 3y = m$$

#### Dạng 4: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

##### #Lời giải

• Tọa độ giao điểm M của (d<sub>1</sub>) và (d<sub>2</sub>) là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = 3. \end{cases}$$

Giải hệ bằng phương pháp thế được nghiệm là (1 ; 2).

• (d<sub>1</sub>) ; (d<sub>2</sub>) và (d<sub>3</sub>) đồng quy ⇔ (d<sub>3</sub>) đi qua (1 ; 2)

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = m \Leftrightarrow m = -4.$$

Vậy với m = -4 thì ba đường thẳng đồng quy.

~**Câu 13.** Giải và biện luận hệ phương trình sau

$$\begin{cases} mx - y = 2m & (1) \\ x - my = m + 1 & (2) \end{cases}$$

#### Dạng 5. XÁC ĐỊNH THAM SỐ m ĐỂ HỆ PHƯƠNG TRÌNH THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ THAM SỐ.

##### #Lời giải

• Từ (1) ta có  $y = mx - 2m$  thay vào phương trình (2) ta được :

$$x - m(mx - 2m) = m + 1$$

$$\Leftrightarrow (1 - m).(1 + m)x = (1 - m).(1 + 2m) \quad (3)$$

• Nếu  $m \neq \pm 1$  thì  $x = \frac{(1 - m)(1 + 2m)}{(1 - m)(1 + m)} = \frac{1 + 2m}{1 + m}$ .

$$\text{Khi đó } y = m \cdot \frac{1 + 2m}{1 + m} - 2m = \frac{-m}{1 + m}.$$

$\Rightarrow$  hệ có nghiệm duy nhất  $\left( \frac{1 + 2m}{1 + m}; \frac{-m}{1 + m} \right)$ .

• Nếu  $m = -1$  thì phương trình (3) có dạng :  $0.x = -2 \Rightarrow$  hệ vô nghiệm.

• Nếu  $m = 1$  thì phương trình (3) có dạng :  $0.x = 0 \Rightarrow$  hệ có vô số nghiệm  $(x; x - 2)$ .

Vậy : Với  $m = -1$  thì hệ vô nghiệm.

Với  $m = 1$  thì hệ có vô số nghiệm  $(x; x - 2)$ .

Với  $m \neq \pm 1$  thì hệ có nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} x = \frac{1 + 2m}{1 + m} \\ y = \frac{-m}{1 + m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+1)x - ay = 5 & (1) \end{cases}$$

~**Câu 14.** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} x + ay = a^2 + 4a & (2) \end{cases}$

Tìm giá trị của  $a \in \mathbb{Z}$  để cho hệ có nghiệm  $(x; y)$  với  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

**#Lời giải**

Từ phương trình (2) ta có  $x = a^2 + 4a - ay$ .

Thay vào (1):  $(a + 1).(a^2 + 4a - ay) - ay = 5$

$$\Leftrightarrow a(a + 2)y = a^3 + 5a^2 + 4a - 5 \quad (3)$$

- Nếu  $a = 0$  hoặc  $a = -2$  thì phương trình (3) vô nghiệm.
- Điều kiện để hệ có nghiệm duy nhất là  $a \neq 0$ ;  $a \neq -2$ .

$$\text{Khi đó } y = \frac{a^3 + 5a^2 + 4a - 5}{a(a + 2)}.$$

$$\text{Từ đó ta được } x = \frac{a^2 + 4a + 5}{a + 2}.$$

- Trước hết ta tìm  $a \in \mathbf{Z}$  để  $x \in \mathbf{Z}$

$$x = \frac{(a + 2)^2 + 1}{a + 2} = a + 2 + \frac{1}{a + 2}.$$

Để  $x \in \mathbf{Z}$  thì  $a + 2 \in U(1)$ .

Suy ra  $a + 2 = \pm 1 \Rightarrow a = -3$ ;  $a = -1$ .

- Với  $a = -3 \Rightarrow y = \frac{(-3)^3 + 5.(-3)^2 + 4.(-3) - 5}{-3.(-3 + 2)} = \frac{1}{3} \notin \mathbf{Z}$ .

- Với  $a = -1$  thì  $y = \frac{(-1)^3 + 5.(-1)^2 + 4.(-1) - 5}{-1.(-1 + 2)} = 5$ .

Vậy với  $a = -1$  thì hệ có nghiệm nguyên là  $(2 ; 5)$ .

### C-BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 14 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y - 2 = 0 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$$

2. Giải các hệ phương trình

a) 
$$\begin{cases} 6(x + y) = 8 + 2x - 3y \\ 5(y - x) = 5 + 3x + 2y \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} (x - 2)(y + 1) = xy \\ (x + 8)(y - 2) = xy \end{cases}$$

3. Giải các hệ phương trình

a) 
$$\begin{cases} \frac{7}{x+2} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{4}{x+2} - \frac{1}{y} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} - \sqrt{2y+1} = 1 \\ 2\sqrt{3x-1} + 3\sqrt{2y+1} = 12 \end{cases}$$

4. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng:

a)  $(d): y = x - 2$  và  $(d'): y = 2x + 1$ .

b)  $(d): x + y + 1 = 0$  và  $(d'): x - 2y + 4 = 0$ .

c)  $(d): x - 3y + 5 = 0$  và  $(d'): 2x + y - 18 = 0$ .

5. Cho ba đường thẳng

$(d_1): x - 2y = -3$

$(d_2): \sqrt{2}x + y = \sqrt{2} + 2$  và  $(d_3): mx - (1 - 2m)y = 5 - m$ .

a) Xác định  $m$  để ba đường đồng quy.

b) Chứng minh rằng  $(d_m)$  luôn đi qua một điểm cố định với mọi  $m$ .

6. Giải và biện luận hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x + ay = 5 \\ ax + 2y = 2a + 1 \end{cases}$$

7. Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m \\ x + my = 4 \end{cases}$$

a) Xác định các giá trị nguyên  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  sao cho  $x > 0; y > 0$

b) Tìm giá trị nguyên  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  với  $x, y$  là số nguyên dương.

**#Lời giải**

### HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. a)  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ ;

b)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ .



2. a) Hệ phương trình tương đương với 
$$\begin{cases} 4x + 9y = 8 \\ 8x - 3y = -5. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm  $\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$ .

b) Hệ phương trình tương đương với 
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 4y = -8. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm  $(12; 5)$ .

3. a) Đặt  $\frac{1}{x+2} = u; \frac{1}{y} = v$ . Hệ phương trình có dạng 
$$\begin{cases} 7u + 3v = 2 \\ 4u - v = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

Giải hệ ta được 
$$\begin{cases} u = \frac{1}{2} \\ v = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Suy ra 
$$\begin{cases} x + 2 = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(0; -2)$ .

b) Đặt  $\sqrt{3x-1} = u \geq 0; \sqrt{2y+1} = v \geq 0$ .

Hệ phương trình trở thành 
$$\begin{cases} u - v = 1 \\ 2u + 3v = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = 2. \end{cases}$$

Suy ra 
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} = 3 \\ \sqrt{2y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là  $\left(\frac{10}{3}; \frac{3}{2}\right)$ .

4. Tọa độ giao điểm M của d và d' là :

a)  $M(-3; -5)$ .                      b)  $M(-2; 1)$ .                      c)  $M(7; 4)$ .

5. a) Tọa độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ \sqrt{2} \cdot x + y = \sqrt{2} + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$  là  $M(1; 2)$ .

Để ba đường thẳng đồng quy thì  $M \in (d_m)$ .

$$\Leftrightarrow m - (1 - 2m) \cdot 2 = 5 - m \Leftrightarrow m = \frac{7}{6}.$$

Vậy với  $m = \frac{7}{6}$  thì ba đường thẳng đồng quy.

b) Đặt  $E(x_0; y_0)$  là điểm mà  $(d_m)$  đi qua với mọi  $m$

$$\Leftrightarrow mx_0 - (1 - 2m)y_0 = 5 - m \text{ đúng với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow (x_0 + 2y_0 + 1)m = y_0 + 5 \text{ đúng với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2y_0 + 1 = 0 \\ y_0 + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 9 \\ y_0 = -5. \end{cases}$$

Vậy điểm cố định mà  $(d_m)$  luôn đi qua là  $E(9; -5)$ .

6. •  $a = 2 \Rightarrow$  hệ vô số nghiệm  $\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = \frac{5 - 2x}{2}. \end{cases}$

•  $a = -2 \Rightarrow$  hệ vô nghiệm.

•  $a \neq \pm 2 \Rightarrow$  hệ có nghiệm duy nhất  $\left( \frac{5 + 2a}{2 + a}; \frac{1}{2 + a} \right)$ .

7. a) Điều kiện để hệ có nghiệm duy nhất là  $m \neq \pm 2$ .

Khi đó hệ có nghiệm  $\left( \frac{8 - m}{2 + m}; \frac{5}{2 + m} \right)$ .

• Điều kiện  $x > 0, y > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8 - m}{2 + m} > 0 \\ \frac{5}{2 + m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 8.$

Với  $m \in \mathbf{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2; \dots; 7\}$ .

b)  $m = \{-1; 3\}$ .

## §4. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ.

### A-TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Quy tắc cộng đại số

Quy tắc cộng đại số dùng để biến đổi một hệ phương trình thành hệ phương trình tương đương. Quy tắc cộng đại số gồm 2 bước sau:

Bước 1: Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới.

Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (và giữ nguyên phương trình kia)

#### 2. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.

Áp dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn).

Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

### B-CÁC DẠNG BÀI TẬP

#### Dạng 1. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG

~**Câu 15.** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

$$a) \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 3x + 2y = 32 \end{cases}$$

#### #Lời giải

a) Cộng từng vế hai phương trình của hệ ta có :

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là  $(1 ; -1)$ .

$$b) \begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 3x + 2y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 6x + 4y = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ 3x + 2y = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là  $(10 ; 1)$ .

~**Câu 16.** Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} (\sqrt{3} + 1)x + (\sqrt{3} - 1)y = \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}.x - 2y = 3\sqrt{3} + 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 1 \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{cases}$$

#### Dạng 2. XÁC ĐỊNH a, b ĐỂ ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b$ ĐI QUA HAI ĐIỂM A, B ĐÃ CHO

#### #Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} (\sqrt{3} + 1)x + (\sqrt{3} - 1)y = \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} \cdot x - 2y = 3\sqrt{3} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4 + 2\sqrt{3})x + 2y = 3 + \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} \cdot x - 2y = 3\sqrt{3} + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (4 + 4\sqrt{3})x = 4 + 4\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} \cdot x - 2y = 3\sqrt{3} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $\left(1; -\frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right)$ .

$$\text{b) } \begin{cases} x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 1 \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y\sqrt{6} = \sqrt{3} \\ 2x + y\sqrt{6} = \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \sqrt{3} + \sqrt{6} \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{5} \\ y = \frac{3 - \sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là  $\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{5}; \frac{3 - \sqrt{2}}{5}\right)$ .

~**Câu 17.** Xác định a, b của hàm số  $y = ax + b$  để đồ thị của nó đi qua:

a) A(2;1) và B(1;2)

b) A(3;-6) và B(-2;4)

### Dạng 3. XÁC ĐỊNH THAM SỐ m ĐỂ HỆ PHƯƠNG TRÌNH THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM SỐ

#### #Lời giải

a) Hai điểm A(2 ; 1) và B(1 ; 2) thuộc đường thẳng  $y = ax + b$  nên ta có hệ phương trình ẩn a ; b

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy với  $a = -1 ; b = 3$  thì đồ thị  $y = ax + b$  đi qua A(2 ; 1) ; B(1 ; 2).

a) Hai điểm A(3 ; -6) và B(-2 ; 4) thuộc đường thẳng  $y = ax + b$  nên ta có hệ phương trình ẩn a ; b

$$\begin{cases} 3a + b = -6 \\ -2a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = -10 \\ -2a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy với  $a = -2 ; b = 0$  thì đồ thị  $y = ax + b$  đi qua A(3 ; -6) ; B(-2 ; 4).

~**Câu 18.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

a) Tìm số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  mà  $x > 0; y < 0$ .

b) Tìm số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  mà x, y là các số nguyên.

#### #Lời giải

a) • Với  $m = 0$  thì hệ có nghiệm  $\left(2; -\frac{1}{2}\right)$  thoả mãn đề bài.

• Với  $m \neq 0$  thì 
$$\begin{cases} mx + m^2y = 2m \\ mx - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 2)y = 2m - 1 \\ mx - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2m - 1}{m^2 + 2} \\ x = \frac{m + 4}{m^2 + 2} \end{cases}$$

Ta có: 
$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m - 1}{m^2 + 2} < 0 \\ \frac{m + 4}{m^2 + 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 < 0 \\ m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < \frac{1}{2}$$

Vì  $m \in \mathbf{Z}$  nên  $m \in \{-3; -2; -1; 0\}$ .

Vậy với  $m \in \{-3; -2; -1; 0\}$  thì hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn  $x > 0; y < 0$ .

b) • Theo câu a,  $m = 0$  không thoả mãn.

•  $m \neq 0$  theo câu a, hệ có nghiệm duy nhất  $\left(\frac{m + 4}{m^2 + 2}; \frac{2m - 1}{m^2 + 2}\right)$ .

Trước hết tìm  $m \in \mathbf{Z}$  để  $x \in \mathbf{Z}$  thì  $m + 4 : m^2 + 2$

$$\Rightarrow m^2 + 4m : m^2 + 2 \Rightarrow 4m - 2 : m^2 + 2$$

$$\Rightarrow 4(m + 4) - (4m - 2) : m^2 + 2 \Rightarrow 18 : m^2 + 2$$

$$\text{mà } m^2 + 2 > 2 \text{ nên } m^2 + 2 \in \{3; 6; 9; 18\} \Rightarrow m^2 \in \{1; 4; 7; 16\}.$$

Vì  $m \in \mathbf{Z}$  nên  $m \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ .

Thử trực tiếp để  $x \in \mathbf{Z}$  và  $y \in \mathbf{Z}$  thì chỉ có  $m = -1$  thoả mãn.

### C-BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng

a) 
$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x + 3y = -1 \end{cases}$$

2. Giải các hệ phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} (x - 1)(y - 2) = (x + 1)(y - 3) \\ (x - 5)(y + 4) = (x - 4)(y + 1) \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x + 2)(y + 3) = \frac{1}{2}xy + 50 \\ \frac{1}{2}(x - 2)(y - 2) = \frac{1}{2}xy - 32 \end{cases}$$

3. Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} \sqrt{x - 2} + \sqrt{y - 3} = 3 \\ 2\sqrt{x - 2} - 3\sqrt{y - 3} = -4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3x}{x+1} + \frac{2}{y+4} = 4 \\ \frac{2x}{x+1} - \frac{5}{y+4} = 9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - 2\sqrt{y+1} + 7 = 0 \end{cases}$$

4. Xác định a; b của hàm số  $y = ax + b$  để đồ thị của nó đi qua:

a) A(1;3) và B(3;2)

b) A(3;4) và B(-1;-2)

5. Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m + 2) \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = -1$ .

b) Tìm m để hệ có nghiệm suy nhất  $(x; y)$  sao cho  $S = x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

6. Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = 1$ .

b) Tìm giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  sao cho biểu thức  $A = 3x - y$  nhận giá trị nguyên.

#Lời giải

### HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Đáp số :

a)  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2. \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3. \end{cases}$

2. a) Hệ phương trình tương đương với  $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 3x - y = 16. \end{cases}$

Giải ra ta được nghiệm của hệ là  $\left(7\frac{2}{5}; 6\frac{1}{5}\right)$ .

b) Hệ phương trình tương đương với  $\begin{cases} 3x + 2y = 94 \\ x + y = 34. \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là  $\begin{cases} x = 26 \\ y = 8. \end{cases}$

3. a) Đặt  $\sqrt{x-2} = u \geq 0$  ;  $\sqrt{y-3} = v \geq 0$ .

Hệ phương trình có dạng  $\begin{cases} u + v = 3 \\ 2u - 3v = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 2 \end{cases}$  thoả mãn.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \sqrt{x-2} = 1 \\ \sqrt{y-3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 7. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là (3 ; 7).

$$\text{b) Đặt } \frac{x}{x+1} = u ; \frac{1}{y+4} = v.$$

$$\text{Hệ phương trình có dạng } \begin{cases} 3u + 2v = 4 \\ 2u - 5v = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = -1. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{x}{x+1} = 2 \\ \frac{1}{y+4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -5. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là (-2 ; -5).

$$\text{c) Đặt } (x-1)^2 = u \geq 0 ; \sqrt{y+1} = v \geq 0.$$

$$\text{Hệ phương trình có dạng } \begin{cases} 2u + v = 2 \\ 3u - 2v = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 2. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là (1 ; 3).

$$4. \text{ a) } a = -\frac{1}{2} ; b = 3\frac{1}{2}.$$

$$\text{b) } a = \frac{3}{2} ; b = -\frac{1}{2}.$$

$$5. \text{ a) Khi } m = -1 \text{ hệ phương trình có dạng } \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm (2 ; -1).

$$\text{b) • Hệ phương trình luôn có nghiệm } \begin{cases} x = m + 3 \\ y = m. \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Ta có } S = (m+3)^2 + m^2$$

$$\Leftrightarrow S = 2 \cdot \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}.$$

$$\text{Vậy } S \text{ nhỏ nhất là } \frac{9}{2} \text{ khi } m = -\frac{3}{2}.$$

$$6. \text{ a) Khi } m = 1 \text{ hệ phương trình có dạng } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 9. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được nghiệm là (4 ; 1).

b) • Với mọi  $m$  hệ luôn có nghiệm  $\begin{cases} x = \frac{3m + 9}{m^2 + 2} \\ y = \frac{9m - 6}{m^2 + 2} \end{cases}$ .

• Xét  $A = 3x - y = \frac{33}{m^2 + 2}$ .

Để  $A \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow m^2 + 2 \in U(33)$  mà  $m^2 + 2 \geq 2$ ;  $m \in \mathbf{Z}$ .

Suy ra :  $m \in \{1; -1; 3; -3\}$ .



## §5. §6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

### A-TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Các bước giải toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bước 1. Lập hệ phương trình:

-Chọn các ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số.

-Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn số và các đại lượng đã biết.

-Từ đó lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải hệ phương trình.

Bước 3. Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không thỏa mãn, rồi trả lời.

### B-CÁC DẠNG BÀI TẬP

#### Dạng 1. TOÁN VỀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ

~**Câu 19.** Tỉ số của hai số là 3:4. Nếu giảm số lớn đi 100 và tăng số nhỏ thêm 200 thì tỉ số mới là 5:3. Tìm 2 số đó.

#### #Lời giải

• Gọi số bé là  $x$  và số lớn là  $y$  ( $y > x$ ).

Tỉ số của hai số là 3 : 4 thì ta có  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  (1).

Nếu giảm số lớn đi 100 và tăng số nhỏ thêm 200 thì tỉ số mới là 5 : 3, ta có phương trình:

$$\frac{x + 200}{y - 100} = \frac{5}{3} \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{x + 200}{y - 100} = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = -1100. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 300 \\ y = 400. \end{cases}$

Vậy hai số cần tìm là 300 và 400.

~**Câu 20.** Một thửa ruộng hình chữ nhật, nếu tăng chiều dài thêm 2 m, chiều rộng thêm 3, thì diện tích tăng thêm  $100 \text{ m}^2$ . Nếu giảm chiều dài và chiều rộng đi 2 m thì diện tích giảm đi  $68 \text{ m}^2$ . Tính diện tích của thửa ruộng đó.

#### #Lời giải

Gọi chiều dài thửa ruộng là  $x$  (m,  $x > 0$ ) và chiều rộng là  $y$  (m,  $y > 0$ ).

Nếu tăng chiều dài thêm 2 m, chiều rộng thêm 3 m thì diện tích tăng thêm  $100 \text{ m}^2$ .

Ta có phương trình :  $(x + 2).(y + 3) = xy + 100$  (1).

Nếu giảm chiều dài và chiều rộng đi 2 m thì diện tích giảm đi  $68 \text{ m}^2$ .

Ta có phương trình :  $(x - 2).(y - 2) = xy - 68$  (2).

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} (x + 2)(y + 3) = xy + 100 \\ (x - 2)(y - 2) = xy - 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 94 \\ -2x - 2y = -72. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được :  $\begin{cases} x = 22 \\ y = 14 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy diện tích thửa ruộng là  $22.14 = 308 \text{ (m}^2\text{)}$ .

~**Câu 21.** Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

### #Lời giải

**Giải.** Gọi số chi tiết máy của tổ I sản xuất được trong tháng thứ nhất là x (chi tiết,  $x \in \mathbb{N}$ ).

Gọi số chi tiết máy của tổ II sản xuất được trong tháng thứ nhất là y (chi tiết,  $y \in \mathbb{N}$ ).

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy ta có phương trình :

$$x + y = 900 \quad (1).$$

Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% nên đã sản xuất được 1010 chi tiết máy, ta có phương trình :

$$\frac{115x}{100} + \frac{110y}{100} = 1010 \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta được hệ  $\begin{cases} x + y = 900 \\ \frac{115x}{100} + \frac{110y}{100} = 1010 \end{cases}$ . Giải ra ta có  $\begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$  (thỏa mãn

điều kiện).

Vậy trong tháng thứ nhất tổ I sản xuất được 400 chi tiết máy, tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

~**Câu 22.** Hai kho chứa 450 tấn hàng. Nếu chuyển 50 tấn từ kho I sang kho II thì số hàng kho II bằng số hàng kho I. Tính số hàng trong mỗi kho.

## Dạng 2. TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CHỮ SỐ

### #Lời giải

Gọi số hàng trong kho I là x (tấn,  $x > 0$ ) ; số hàng trong kho II là y (tấn,  $y > 0$ ).

Hai kho chứa 450 tấn hàng nên ta có phương trình :

$$x + y = 450 \quad (1).$$

Nếu chuyển 50 tấn từ kho I sang kho II thì số hàng kho II bằng  $\frac{4}{5}$  số hàng

$$\text{kho I ta có phương trình : } y + 50 = \frac{4}{5} \cdot (x - 50) \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 450 \\ y + 50 = \frac{4}{5}(x - 50). \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được } \begin{cases} x = 300 \\ y = 150 \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện.}$$

Vậy trong kho I có 300 tấn hàng, kho II có 150 tấn hàng.

~**Câu 23.** Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 10 và nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị.

**#Lời giải**

Gọi chữ số hàng chục là x, chữ số hàng đơn vị là y :

$$0 < x ; y \leq 9 ; x, y \in \mathbf{N}.$$

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 10 \\ \overline{xy} = \overline{yx} + 18 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ 10x + y = 10y + x + 18 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện.} \end{aligned}$$

Vậy số cần tìm là 64.

~**Câu 24.** Một số tự nhiên có hai chữ số. Tỉ số giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị là  $\frac{2}{3}$ . Nếu viết thêm chữ số 1 xen vào giữa thì được số mới lớn hơn số đã cho là 370 đơn vị. Tìm số đã cho.

**Dạng 3. TOÁN LÀM CHUNG CÔNG VIỆC**

**#Lời giải**

Gọi chữ số hàng chục là x, chữ số hàng đơn vị là y :

$$0 < x \leq 9 ; 0 < y \leq 9 ; x, y \in \mathbf{N}.$$

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ \overline{x1y} = \overline{xy} + 370 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2y \\ 100x + 10 + y = 10x + y + 370 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện.} \end{aligned}$$

Vậy số đã cho là 46.

~**Câu 25.** Hai công nhân cùng làm một công việc trong 18h thì xong. Nếu người thứ nhất làm 6h và người thứ hai làm 12h thì chỉ hoàn thành 50% công việc; Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

**#Lời giải**

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc là  $x$  (giờ,  $x > 0$ ); người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc là  $y$  (giờ,  $y > 0$ ).

Trong 1h người thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  công việc, người thứ hai làm được  $\frac{1}{y}$  công việc.

Hai người làm chung 18h thì xong, ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \quad (1).$$

Nếu người thứ nhất làm trong 6h và người thứ hai làm trong 12h thì hoàn thành 50% công việc, ta có phương trình :

$$\frac{6}{x} + \frac{12}{y} = 50\% \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{12}{y} = 50\% \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $x = 36$ ;  $y = 36$  thoả mãn điều kiện.

Vậy nếu làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong 36h và người thứ hai hoàn thành công việc trong 36h.

~**Câu 26.** Hai vòi nước chảy cùng vào một bể không có nước thì sau 1h30 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 15 phút rồi khoá lại và mở vòi thứ II chảy trong 20 phút thì được  $\frac{1}{5}$  bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì bao lâu đầy bể?

#### DẠNG 4. TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

##### #Lời giải

Ta có : 1h 30 phút =  $\frac{3}{2}$ h ; 15 phút =  $\frac{1}{4}$ h ; 20 phút =  $\frac{1}{3}$ h.

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là  $x$  (h ;  $x > 0$ ) ;

Thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là  $y$  (h ;  $y > 0$ ).

Hai vòi cùng chảy thì sau 1h 30 phút đầy bể, ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \quad (1).$$

Vòi I chảy trong 15 phút và vòi II chảy trong 20 phút thì được  $\frac{1}{5}$  bể ta có

phương trình : 
$$\frac{1}{4x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5} \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được :  $x = \frac{15}{4}$  ;  $y = \frac{5}{2}$  thoả mãn điều kiện.

Vậy nếu chày riêng thì vòi I chày đầy bể trong  $\frac{15}{4}$ h, vòi II chày đầy bể trong  $\frac{5}{2}$ h.

**~Câu 28.** Một ca nô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định. Nếu ca nô tăng vận tốc thêm 3km/h thì thời gian rút ngắn được 2 giờ. Nếu ca nô giảm vận tốc đi 3km/h thì thời gian tăng 3 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định của ca nô.

### #Lời giải

Gọi vận tốc dự định của ca nô là x (km/h ;  $x > 3$ ) và thời gian dự định đi từ A đến B là y (giờ ;  $y > 0$ ).

Nếu ca nô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì thời gian rút ngắn được 2 giờ, ta có phương trình :  $(x + 3).(y - 2) = xy$  (1).

Nếu ca nô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian tăng thêm 3 giờ, ta có phương trình :  $(x - 3).(y + 3) = xy$  (2).

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :  $\begin{cases} (x + 3).(y - 2) = xy \\ (x - 3).(y + 3) = xy \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được :  $\begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases}$  thoả mãn điều kiện.

Vậy vận tốc dự định của ca nô là 15 km/h.  
Và thời gian dự định của ca nô là 12 giờ.

**~Câu 29.** Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ xuôi dòng được 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác, ca nô chạy trên sông trong 4 giờ xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước;  
(Biết vận tốc riêng của ca nô; vận tốc dòng nước không đổi).

### #Lời giải



Gọi vận tốc riêng của ca nô là  $x$  (km/h ;  $x > 0$ ) ;

Vận tốc dòng nước là  $y$  (km/h ;  $x > y > 0$ ).

Suy ra vận tốc xuôi dòng của ca nô là :  $(x + y)$  (km/h) và vận tốc ngược dòng của ca nô là  $(x - y)$  (km/h).

Ca nô chạy trong 8 giờ xuôi dòng được 81 km và ngược dòng được 105 km,

$$\text{ta có phương trình : } \frac{81}{x + y} + \frac{105}{x - y} = 8 \quad (1).$$

Ca nô chạy trong 4 giờ xuôi dòng được 54 km và ngược dòng được 42 km,

$$\text{ta có phương trình : } \frac{54}{x + y} + \frac{42}{x - y} = 4 \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{81}{x + y} + \frac{105}{x - y} = 8 \\ \frac{54}{x + y} + \frac{42}{x - y} = 4. \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{x + y} = u ; \frac{1}{x - y} = v, \text{ ta có : } \begin{cases} 81u + 105v = 8 \\ 54u + 42v = 4. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta có : } \begin{cases} u = \frac{1}{27} \\ v = \frac{1}{21} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 27 \\ x - y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 3 \end{cases} \text{ thoả mãn điều kiện.}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 24 km/h ; vận tốc dòng nước là 3 km/h.

**~Câu 30.** Một xe máy đi từ A đến B trong thời gian đã định. Nếu đi với vận tốc 45 km/h sẽ tới B chậm mất nửa giờ. Nếu đi với vận tốc 60 km/h sẽ tới B sớm 45 phút. Tính quãng đường AB và thời gian dự định.

### Dạng 5. TOÁN CÓ NỘI DUNG LÍ, HÓA

#### #Lời giải

Ta có : 45 phút =  $\frac{3}{4}$  giờ.

Gọi quãng đường AB là  $x$  (km ;  $x > 0$ ) và thời gian dự định đi từ A đến B là  $y$  (h,  $y > 0$ ).

• Nếu đi với vận tốc 45 km/h sẽ tới B chậm nửa giờ, ta có phương trình :

$$x = 45 \cdot \left( y + \frac{1}{2} \right) \quad (1).$$

• Nếu đi với vận tốc 60 km/h sẽ tới B sớm 45 phút, ta có phương trình :

$$x = 60 \cdot \left( y - \frac{3}{4} \right) \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ phương trình : } \begin{cases} x = 45 \cdot \left( y + \frac{1}{2} \right) \\ x = 60 \cdot \left( y - \frac{3}{4} \right). \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được } \begin{cases} x = 225 \\ y = 4,5 \end{cases} \text{ (thoả mãn điều kiện).}$$

Vậy quãng đường AB dài 225 km và thời gian dự định đi từ A đến B hết 4,5 giờ (= 4 giờ 30 phút).

~**Câu 31.** Có hai loại quặng chứa 75% sắt và 50% sắt. Tính khối lượng của mỗi loại quặng đem trộn để được 25 tấn quặng chứa 66% sắt.

Ví dụ 2. Người ta cho thêm 1kg nước vào dung dịch A thì được dung dịch B có nồng độ axit là 20 %.

Sau đó lại cho thêm 1 kg axit vào dung dịch B thì được dung dịch C có nồng độ axit là  $33\frac{1}{3}\%$ . Tính nồng độ axit trong dung dịch A;

### #Lời giải

Gọi khối lượng axit trong dung dịch A là x (kg ;  $x > 0$ ) ;

Khối lượng nước trong dung dịch A là y (kg ;  $y > 0$ ).

Cho thêm 1 kg nước vào dung dịch A thì được dung dịch B có nồng độ axit là

$$20\% \text{ ta có phương trình : } \frac{x}{x + y + 1} = 20\% \quad (1).$$

Cho thêm 1 kg axit vào dung dịch B thì được dung dịch C có nồng độ axit là

$$33\frac{1}{3}\% \text{ ta có phương trình : } \frac{x + 1}{x + y + 2} = 33\frac{1}{3}\% \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ phương trình : } \begin{cases} \frac{x}{x + y + 1} = \frac{1}{5} \\ \frac{x + 1}{x + y + 2} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\text{Vậy nồng độ axit trong dung dịch A là } \frac{1}{3 + 1} = \frac{1}{4} = 25\%.$$

### C-BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1.Cho một số gồm hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó ta được số mới hơn số cũ là 45. Tổng của số đã cho và một số mới tạo thành là 77. Tìm số đã cho.

2.Tìm hai số tự nhiên biết tổng của chúng là 100 và số lớn hơn số bé là 20.

3.Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 15 giờ rồi người thứ 2 làm tiếp 6 giờ thì hoàn thành được 75% công việc; Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình hoàn thành trong bao lâu?

4.Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định, họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

5.Để hoàn thành một công việc, hai tổ phải làm chung trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ làm xong công việc đó?

6.Một ca nô xuôi dòng 81 km và ngược dòng 42 km mất 5 giờ. Một lần khác, ca nô xuôi dòng 9 km và ngược dòng 7 km thì mất 40 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước; (Biết vận tốc riêng của ca nô; vận tốc của dòng nước không đổi).

7.Một ô tô đi từ Hà Nội và dự định đến Huế lúc 20h 30 phút. Nếu xe chạy với vận tốc 45 km/h thì sẽ đến Huế chậm hơn so với dự định là 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 60 km/h thì sẽ đến Huế sớm hơn 2 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường Hà Nội- Huế và thời gian xe xuất phát từ Hà Nội.

8. Một trường tổ chức cho học sinh đi tham quan bằng ô tô. Nếu xếp mỗi xe 40 học sinh thì còn thừa ra 5 học sinh. Nếu xếp mỗi xe 41 học sinh thì xe cuối cùng còn thiếu 3 học sinh. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi tham quan và có bao nhiêu ô tô?

9. Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm  $13 \text{ cm}^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 2 cm, chiều rộng đi 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm đi  $15 \text{ cm}^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

### #Lời giải

## HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

1. Gọi chữ số hàng chục là  $x$ , chữ số hàng đơn vị là  $y$  :  $0 < x, y \leq 9$  ;  $x, y \in \mathbf{N}$ .

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình : } \begin{cases} 10y + x = 10x + y + 45 \\ 10x + y + 10y + x = 77. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được : } \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases} \text{ (thoả mãn điều kiện).}$$

Vậy số đã cho là 16.

2. Gọi số lớn  $x$ , số bé là  $y$  ( $x ; y \in \mathbf{N}$ ).

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình : } \begin{cases} x + y = 100 \\ x - y = 20. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được } \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases} \text{ (thoả mãn điều kiện).}$$

Vậy hai số tự nhiên là 60 ; 40.

3. Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc là  $x$  (giờ ;  $x > 0$ ) ; người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc là  $y$  (giờ ;  $y > 0$ ).



Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{15}{x} + \frac{6}{y} = 75\%. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nếu làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ ; người thứ hai hoàn thành công việc trong 48 giờ.

4. Gọi số sản phẩm tổ I được giao là  $x$  (sản phẩm ;  $x \in \mathbb{N}$ ) ; số sản phẩm tổ II được giao là  $y$  (sản phẩm ;  $y \in \mathbb{N}$ ).

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{18x}{100} + \frac{21y}{100} = 120. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số sản phẩm tổ I được giao là 200 sản phẩm ; tổ II được giao là 400 sản phẩm.

5. Gọi thời gian tổ I làm một mình hoàn thành công việc là  $x$  (giờ ;  $x > 0$ ) ; tổ II làm một mình hoàn thành công việc là  $y$  (giờ ;  $y > 0$ ).

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2 \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{10}{x} = 1. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nếu làm riêng thì tổ I hoàn thành công việc trong 15 giờ ; Tổ II hoàn thành công việc trong 10 giờ.

6. Gọi vận tốc riêng của ca nô là  $x$  (km/h ;  $x > 0$ ) ; Vận tốc dòng nước là  $y$  (km/h ;  $x > y > 0$ ).

Theo đầu bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{81}{x+y} + \frac{42}{x-y} = 5 \\ \frac{9}{x+y} + \frac{7}{x-y} = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

$$\text{Đặt : } \frac{1}{x+y} = u ; \frac{1}{x-y} = v, \text{ ta có : } \begin{cases} 81u + 42v = 5 \\ 9u + 7v = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được : } \begin{cases} u = \frac{1}{27} \\ v = \frac{1}{21} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 27 \\ x-y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vận vận tốc riêng của ca nô là 24 km/h.

Vận tốc dòng nước là 3 km/h.

7. Gọi quãng đường Hà Nội – Huế là  $x$  (km ;  $x > 0$  ) và thời gian ô tô dự định đi là  $y$  (giờ ;  $y > 0$ ).

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình : } \begin{cases} x = 60.(y - 2) \\ x = 45.(y + 2). \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình, ta được } \begin{cases} x = 720 \\ y = 14 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy quãng đường Hà Nội – Huế là 720 km.

Và thời gian xe xuất phát từ Hà Nội là : 20h 30 phút – 14h = 6h 30 phút.

8. Gọi số học sinh đi tham quan là  $x$  (người,  $x \in \mathbb{N}^*$ ) và số ô tô là  $y$  (ô tô ;  $y \in \mathbb{N}^*$ ).

$$\text{Theo đầu bài ta có hệ phương trình : } \begin{cases} x = 40y + 5 \\ x = 41y - 3. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình, ta được } \begin{cases} x = 325 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy số học sinh đi tham quan là 325 em và số ô tô là 8.

9. Gọi chiều dài hình chữ nhật là  $x$  (cm ;  $x > 0$ ) và chiều rộng là  $y$  (cm ;  $y > 0$ ).

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình : } \begin{cases} (x+1)(y+1) = xy + 13 \\ (x-2)(y-1) = xy - 15. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình, ta được } \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy chiều dài của hình chữ nhật là 7 cm ; chiều rộng là 5 cm.

## ÔN TẬP CHƯƠNG III

### A-TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  có dạng  $ax + by = c$ , trong đó  $a, b, c$  là các số và  $a \neq 0$  hoặc  $b \neq 0$ .

2. Phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by = c$  luôn có vô số nghiệm.

Trong mặt phẳng tọa độ, tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng  $ax + by = c$

3. Có hai quy tắc biến đổi hệ phương trình đó là quy tắc thế và quy tắc cộng nên có hai phương pháp cơ bản để giải hệ phương trình: phương pháp thế, phương pháp cộng.

4. Hệ phương trình: 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} (a, b, c, a', b', c' \neq 0)$$

Có vô số nghiệm nếu:  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

Vô nghiệm nếu:  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ,

Có một nghiệm duy nhất nếu:  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ .

5. Giải toán bằng cách lập hệ phương trình gồm ba bước:

Bước 1. Lập hệ phương trình.

Bước 2. Giải hệ phương trình vừa lập.

Bước 3. Nhận xét, trả lời.

### B-CÁC DẠNG BÀI TẬP

#### Dạng 1. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

~**Câu 32.** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - 2 = 0 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = -\frac{1}{3} \\ 4x - 5y - 10 = 0 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - 2 = 0 \\ 5x - y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 24 \\ y = 5x - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3(5x - 11) = 24 \\ y = 5x - 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \cdot 3 - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \text{ là nghiệm của hệ phương trình.}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = -\frac{1}{3} \\ 4x - 5y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 5y = -5 \\ 4x - 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 5 \\ 3x + 5y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{7} \\ 3 \cdot \frac{5}{7} + 5y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{7} \\ y = -\frac{10}{7} \end{cases} \text{ là nghiệm của hệ phương trình.}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 20 \\ x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases} \text{ là nghiệm của hệ phương trình.}$$

~**Câu 33.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = 2\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{x+y-1} + \frac{5}{y-2x-3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} - \frac{1}{y-2x-3} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

b)

**#Lời giải**

a) Điều kiện  $x > 7$ ;  $y > -6$ .

$$\text{Đặt: } \frac{1}{\sqrt{x-7}} = u > 0; \frac{1}{\sqrt{y+6}} = v > 0.$$

$$\text{Hệ phương trình có dạng: } \begin{cases} 7u - 4v = \frac{5}{3} \\ 5u + 3v = 2\frac{1}{6}. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình, ta được: } \begin{cases} u = \frac{1}{3} \\ v = \frac{1}{6} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \sqrt{x-7} = 3 \\ \sqrt{y+6} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(16; 30)$ .

b) Đặt:  $\frac{1}{x+y-1} = u$ ;  $\frac{1}{y-2x-3} = v$ . (Điều kiện  $x+y-1 \neq 0$ ;  $y-2x-3 \neq 0$ ).

$$\text{Hệ phương trình có dạng: } \begin{cases} 4u + 5v = \frac{5}{2} \\ 3u - v = \frac{7}{5}. \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình, ta được } \begin{cases} u = \frac{1}{2} \\ v = \frac{1}{10}. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x+y-1=2 \\ y-2x-3=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ -2x+y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{10}{3} \\ y = 6\frac{1}{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $\left(-\frac{10}{3}; 6\frac{1}{3}\right)$ .

~**Câu 34.** Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 3x - 2y + z = 1 \\ 4x + y + 2z = 19 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 23 \\ x + 2y + z = 20 \\ x + y + 2z = 17. \end{cases}$$

**Dạng 2. XÁC ĐỊNH THAM SỐ ĐỂ HỆ PHƯƠNG TRÌNH THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM**

#Lời giải

$$\begin{cases} x + y + z = 8 & (1) \\ 3x - 2y + z = 1 & (2) \\ 4x + y + 2z = 19 & (3) \end{cases}$$

Từ phương trình (1), ta có :  $z = 8 - x - y$  thay vào phương trình (2), (3) ta được :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 8 - x - y = 1 \\ 4x + y + 2.(8 - x - y) = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -7 \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình hai ẩn, ta được  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5. \end{cases}$

Suy ra :  $z = 8 - 4 - 5 = -1$ .

Vậy hệ có nghiệm là  $(x ; y ; z) = (4 ; 5 ; -1)$ .

$$\begin{cases} 2x + y + z = 23 & (1) \\ x + 2y + z = 20 & (2) \\ x + y + 2z = 17 & (3) \end{cases}$$

Từ phương trình (1), (2), (3) cộng vế với vế ta được :

$$4x + 4y + 4z = 60 \Rightarrow x + y + z = 15 \quad (4).$$

- Từ (1), (4)  $\Rightarrow x + 15 = 23 \Rightarrow x = 8$ .
- Từ (2), (4)  $\Rightarrow y + 15 = 20 \Rightarrow y = 5$ .
- Từ (3), (4)  $\Rightarrow z + 15 = 17 \Rightarrow z = 2$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(x ; y ; z) = (8 ; 5 ; 2)$ .

~**Câu 35.** Với giá trị  $m \neq 0$  nào thì hệ  $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$  có nghiệm thỏa mãn  $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$ ?

**#Lời giải**

$$\begin{cases} mx - y = 2 & (1) \\ 3x + my = 5 & (2) \end{cases}$$

- Từ phương trình (1)  $\Rightarrow y = mx - 2$  thay vào phương trình (2), ta có :

$$3x + m(mx - 2) = 5 \Rightarrow x = \frac{2m + 5}{m^2 + 3}.$$

$$\text{Suy ra : } y = \frac{5m - 6}{m^2 + 3}.$$

- Ta có  $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3} \Leftrightarrow \frac{2m + 5}{m^2 + 3} + \frac{5m - 6}{m^2 + 3} = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3} \Leftrightarrow m = -\frac{4}{7}$ .

~**Câu 36.** Xác định  $a$  để hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + y = a + 2 \\ x - y = a \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn  $x < y$ .

**Dạng 3. TÌM GIÁ TRỊ THAM SỐ ĐỂ HỆ CÓ NGHIỆM DUY NHẤT; HỆ VÔ NGHIỆM; HỆ CÓ VÔ SỐ NGHIỆM.**

**#Lời giải**

$$\begin{cases} 2x + y = a + 2 \\ x - y = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2a + 2 \\ x - y = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2a + 2}{3} \\ y = \frac{2 - a}{3} \end{cases}$$

Ta có :  $x < y \Leftrightarrow \frac{2a + 2}{3} < \frac{2 - a}{3} \Leftrightarrow a < 0$ .

Vậy với  $a < 0$  thì hệ có nghiệm  $(x ; y)$  thoả mãn  $x < y$ .

~**Câu 37.** Xác định  $m$  để mỗi hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

a) 
$$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m + 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 4x + my = 9 \\ 2mx + 18y = -27 \end{cases}$$

### #Lời giải

a) • Với  $m = 0$ , hệ có dạng :  $\begin{cases} x = 1 \\ 0 \cdot x - 0y = 3 \end{cases}$  Vô nghiệm (loại).

• Xét  $m \neq 0$ , điều kiện để hệ có nghiệm duy nhất là :  $\frac{1}{m} \neq \frac{m}{-3m} \Leftrightarrow m \neq -3$ .

Vậy với  $m \notin \{-3 ; 0\}$  thì hệ có nghiệm duy nhất.

b) • Với  $m = 0$ , hệ có dạng :  $\begin{cases} 4x = 9 \\ 18y = -27 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất.

Suy ra  $m = 0$  thoả mãn.

• Xét  $m \neq 0$ . Hệ có nghiệm duy nhất khi :  $\frac{4}{2m} \neq \frac{m}{18} \Leftrightarrow 2m^2 \neq 72 \Leftrightarrow m \neq \pm 6$ .

Vậy với  $m \neq \pm 6$  thì hệ có nghiệm duy nhất.

~**Câu 38.** Xác định  $m$  để mỗi hệ phương trình sau có vô số nghiệm:

a) 
$$\begin{cases} mx + y = m \\ x + my = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} (m - 1)^2 \cdot x + (m^2 - 1)y = (m + 1)^2 \\ (2m - 1)x + (m + 1)y = m^2 - 1 \end{cases}$$

b)

### #Lời giải

a) • Với  $m = 0$ , hệ có dạng :  $\begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$  là nghiệm duy nhất (loại).

• Xét  $m \neq 0$ . Hệ có vô số nghiệm khi  $\frac{m}{1} = \frac{1}{m} = \frac{m}{1} \Leftrightarrow m = \pm 1$ .

Vậy với  $m = \pm 1$  thì hệ có vô số nghiệm.

b) • Xét  $m = -1$ , hệ có dạng :  $\begin{cases} 4x = 0 \\ 3x = 0 \end{cases}$  hệ có vô số nghiệm là  $\begin{cases} x = 0 \\ y \in \mathbf{R} \end{cases}$ .

$\Rightarrow m = -1$  thoả mãn.

• Xét  $m = \frac{1}{2}$ , hệ có dạng :  $\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}y = \frac{9}{4} \\ 0.x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất (loại).

• Xét  $m \notin \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$  hệ có vô số nghiệm khi :

$$\frac{(m-1)^2}{2m-1} = \frac{m^2-1}{m+1} = \frac{(m+1)^2}{m^2-1} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy  $m \in \{-1; 0\}$  thì hệ có vô số nghiệm.

~**Câu 39.** Tìm  $m$  để hệ phương trình sau vô nghiệm:

$$\begin{cases} 2(m+1)x + (m+2)y = m-3 \\ (m+1)x + my = 3m+7 \end{cases}$$

#### Dạng 4. GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

##### #Lời giải

• Với  $m = -1$ , hệ phương trình có dạng :  $\begin{cases} y = -4 \\ -y = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow$  hệ có vô số nghiệm  $\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = -4 \end{cases}$  (loại).

• Với  $m = 0$ , hệ phương trình có dạng :  $\begin{cases} 2x + 2y = -3 \\ x = 7 \end{cases}$  hệ có nghiệm duy nhất (loại).

• Với  $m = -\frac{7}{3}$ , hệ phương trình có dạng :  $\begin{cases} -\frac{8}{3}x - \frac{1}{3}y = -\frac{16}{3} \\ -\frac{4}{3}x - \frac{7}{3}y = 0 \end{cases}$

hệ phương trình có nghiệm duy nhất (loại).

• Xét  $m \notin \left\{-1; 0; -\frac{7}{3}\right\}$  hệ phương trình vô nghiệm khi :

$$\frac{2(m+1)}{m+1} = \frac{m+2}{m} \neq \frac{m-3}{3m+7} \Rightarrow m = 2 \text{ thoả mãn.}$$

Vậy với  $m = 2$  thì hệ đã cho vô nghiệm.



~**Câu 40.** Hai vòi nước cùng chảy thì sau 5h50 phút sẽ đầy bể. Nếu để hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa vòi thứ nhất lại thì vòi thứ hai phải chảy trong 2 giờ nữa mới đầy bể. Tính xem nếu để mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

**#Lời giải**

Đổi 5 giờ 50 phút =  $5\frac{5}{6}$  giờ =  $\frac{35}{6}$  giờ.

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể hết  $x$  (giờ ;  $x > 0$ ) ;

Thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể hết  $y$  (giờ ;  $y > 0$ ).

Hai vòi chảy thì sau 5 giờ 50 phút ( $= \frac{35}{6}$  giờ) sẽ đầy bể, ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35} \quad (1).$$

Nếu hai vòi cùng chảy trong 5 giờ rồi khóa một vòi lại thì vòi hai chảy tiếp 2 giờ mới đầy bể, ta có phương trình :

$$5 \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{2}{y} = 1 \quad (2).$$

Từ (1), (2), ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35} \\ 5 \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{2}{y} = 1. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $\begin{cases} x = 10 \\ y = 14 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy vòi một chảy một mình đầy bể trong 10 giờ, vòi hai chảy đầy bể một mình trong 14 giờ.

~**Câu 41.** Một hợp tác xã vận tải có 15 xe ô tô nhỏ và 10 xe ô tô lớn thì vận chuyển được 690 khách. Nếu hợp tác xã vận tải rút bớt 10 xe ô tô nhỏ và tăng thêm 4 xe ô tô lớn thì số khách chuyển được tăng thêm 20 người. Hỏi mỗi loại xe chở được bao nhiêu người?

**#Lời giải**

Gọi số khách mà một ô tô nhỏ chở được là  $x$  (khách,  $x \in \mathbf{N}$ ).

Số khách mà một ô tô lớn chở được là  $y$  (khách,  $y \in \mathbf{N}$ ).

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 15x + 10y = 690 \\ 5x + 14y = 710. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $\begin{cases} x = 16 \\ y = 45 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy loại xe ô tô nhỏ chở được 16 khách.

Loại xe ô tô lớn chở được 45 khách.

Một hình chữ nhật có chu vi 26 m. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và tăng chiều rộng thêm 3 m

~**Câu 42.**

thì diện tích tăng thêm 40 m<sup>2</sup>. Tìm kích thước của hình chữ nhật.

**#Lời giải**

Gọi chiều dài là hình chữ nhật là x (m, x > 0) ;

Chiều rộng hình chữ nhật là y (m, y > 0).

Chu vi hình chữ nhật là 26 m, ta có phương trình :  $(x + y).2 = 26$  (1).

Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và tăng chiều rộng thêm 3 m thì diện tích tăng thêm 40 m<sup>2</sup>, ta có phương trình :  $(x + 2).(y + 3) = xy + 40$  (2).

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} (x + y).2 = 26 \\ (x + 2).(y + 3) = xy + 40. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $\begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$  thoả mãn điều kiện.

Vậy kích thước hình chữ nhật là 8 m ; 5 m.

**C-BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. Giải các hệ phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2(x + 3) = 3(y + 1) + 4 \\ 3(x - y + 1) = 2(x - 2) + 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{2x + 3y - 1}{x - y + 2} = \frac{12}{13} \\ 2x + 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

2. Giải các hệ phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} \frac{5x}{x + 4} + \frac{2y}{2y - 3} = 27 \\ \frac{2x}{x + 4} - \frac{6y}{2y - 3} = 4 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} \frac{3}{x + 2} - \frac{y}{y + 1} = -1 \\ \frac{x}{x + 2} + \frac{2}{y + 1} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

3. Giải các hệ phương trình sau

a) 
$$\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 3x - 2y + z = 1 \\ 4x + y + 2z = 19 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y - z = 2 \\ y + z - x = 6 \\ z + x - y = 4 \end{cases}$$

$$4. \text{ Cho hệ phương trình } \begin{cases} (m+1).x - y = m+1 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với  $m = 2$ .

b) Giải và biện luận hệ phương trình;

c) Tìm giá trị nguyên của  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  với  $x, y$  có giá trị nguyên.

d) Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  sao cho  $x+y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

5. Hai trường THCS có tất cả 300 học sinh dự thi vào lớp 10 THPT. Biết rằng trường thứ nhất có 75% số học sinh đỗ, trường thứ hai có 60% số học sinh đỗ nên cả hai trường có 207 học sinh đỗ vào lớp 10. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi.

6. Hai tổ sản xuất, tổ I làm trong 6 ngày, tổ II làm trong 8 ngày được tất cả 620 sản phẩm. Biết rằng số sản phẩm tổ I làm trong 4 ngày đúng bằng số sản phẩm tổ II làm trong 5 ngày. Hỏi mỗi ngày, mỗi tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

7. Một xe tải lớn chở 10 chuyến hàng và một xe nhỏ chở 5 chuyến hàng thì được 60 tấn. Biết rằng 3 chuyến của xe lớn chở nhiều hơn 7 chuyến của xe nhỏ là 1 tấn. Hỏi mỗi xe chở được bao nhiêu tấn hàng một chuyến?

8. Hai phân xưởng của nhà máy theo kế hoạch phải làm 300 sản phẩm. Nhưng phân xưởng I đã thực hiện 110% kế hoạch, phân xưởng II đã thực hiện 120% kế hoạch, do đó đã sản xuất được 340 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi phân xưởng phải làm theo kế hoạch.

9. Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai chỉ làm được  $\frac{3}{4}$  công việc; Hỏi mỗi người làm một mình thì trong thời gian bao lâu hoàn thành công việc đó?

10. Hai địa điểm A và B cách nhau 360 km. Cùng lúc đó một xe tải khởi hành từ A chạy về B và một xe con chạy từ B về A; Sau khi gặp nhau xe tải chạy tiếp 5 giờ nữa thì đến B và xe con chạy tiếp 3 giờ 12 phút thì tới A; Tính vận tốc mỗi xe.

**#Lời giải**

### HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

$$1. \text{ a) } \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \text{ là nghiệm của hệ phương trình.}$$

$$b) \begin{cases} x = -\frac{71}{20} \\ y = \frac{17}{10} \end{cases} \text{ là nghiệm của hệ phương trình.}$$

2. a) Đặt :  $\frac{x}{x+4} = u$  ;  $\frac{y}{2y-3} = v$ , điều kiện  $x \neq -4$  ;  $y \neq \frac{3}{2}$ .

Hệ phương trình có dạng : 
$$\begin{cases} 5u + 2v = 27 \\ 2u - 6v = 4. \end{cases}$$

Giải hệ ta được 
$$\begin{cases} u = 5 \\ v = 1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình là  $(-5 ; 3)$ .

b) Biến đổi hệ phương trình dưới dạng : 
$$\begin{cases} \frac{3}{x+2} + \frac{1}{y+1} = 0 \\ -\frac{2}{x+2} + \frac{2}{y+1} = -\frac{8}{3}. \end{cases}$$

Đặt :  $\frac{1}{x+2} = u$  ;  $\frac{1}{y+1} = v$ , điều kiện  $x \neq -2$  ;  $y \neq -1$ .

Hệ phương trình có dạng : 
$$\begin{cases} 3u + v = 0 \\ -2u + 2v = -\frac{8}{3}. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được 
$$\begin{cases} u = \frac{1}{3} \\ v = -1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình là  $(1 ; -2)$ .

3. a) Từ phương trình đầu suy ra  $z = 6 - x - y$  thay vào hai phương trình sau và

thu gọn, ta được : 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = -8. \end{cases}$$

Do đó  $z = 6 - 10 + 8 = 4$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm là  $(x ; y ; z) = (10 ; -8 ; 4)$ .

b) Cộng vế với vế của ba phương trình ta được  $x + y + z = 12$ , sau đó kết hợp với từng phương trình, ta tìm được nghiệm của hệ là :

$$(x ; y ; z) = (3 ; 4 ; 5).$$

4. a) Với  $m = 2$ , giải hệ ta được nghiệm  $\left(\frac{5}{4} ; \frac{3}{4}\right)$ .

b) • Với  $m = 0 \Rightarrow$  hệ vô nghiệm.

• Với  $m \neq 0 \Rightarrow$  hệ có nghiệm duy nhất  $\left(\frac{m^2 + 1}{m^2}; \frac{m + 1}{m^2}\right)$ .

c) • Với  $m \neq 0$  thì hệ có nghiệm duy nhất  $\left(\frac{m^2 + 1}{m^2}; \frac{m + 1}{m^2}\right)$ .

• Để  $\frac{m^2 + 1}{m^2} \in \mathbf{Z} \Rightarrow m = \pm 1$ .

Thử lại với  $m = \pm 1$  thì  $\frac{m^2 + 1}{m^2}, \frac{m + 1}{m^2} \in \mathbf{Z}$ .

Vậy với  $m = \pm 1$  thì hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  với  $x, y \in \mathbf{Z}$ .

d) • Với  $m \neq 0$  thì hệ có nghiệm duy nhất  $\left(\frac{m^2 + 1}{m^2}; \frac{m + 1}{m^2}\right)$ .

• Xét  $x + y = \frac{m^2 + m + 2}{m^2} = \frac{7}{8} + \frac{(m + 4)^2}{8m^2} \geq \frac{7}{8}$ .

Vậy với  $m = -4$  thì  $x + y$  đạt giá trị nhỏ nhất là  $\frac{7}{8}$ .

5. Gọi số học sinh của trường thứ nhất dự thi là  $x$  (em ;  $x \in \mathbf{N}$ ).

Số học sinh của trường thứ hai dự thi là  $y$  (em ;  $y \in \mathbf{N}$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x + y = 300 \\ \frac{75x}{100} + \frac{60y}{100} = 207. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 180 \\ y = 120 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số học sinh của trường thứ nhất dự thi là 180 em ;

Số học sinh của trường thứ hai dự thi là 120 em.

6. Gọi số sản phẩm tổ I làm trong một ngày là  $x$  (sản phẩm ;  $x \in \mathbf{N}$ ).

Số sản phẩm tổ II làm trong một ngày là  $y$  (sản phẩm ;  $y \in \mathbf{N}$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 6x + 8y = 620 \\ 4x = 5y. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số sản phẩm làm trong một ngày của tổ I là 50 sản phẩm ;  
tổ hai là 40 sản phẩm.

7. Gọi lượng hàng xe lớn chở trong một chuyến là  $x$  (tấn ;  $x \in \mathbf{N}$ ) ;

Lượng hàng xe nhỏ chở trong một chuyến là  $y$  (tấn ;  $y \in \mathbf{N}$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 10x + 5y = 60 \\ 3x - 7y = 1. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy xe lớn một chuyến chở được 5 tấn, xe nhỏ chở được 2 tấn.

8. Gọi số sản phẩm phân xưởng I làm theo kế hoạch là  $x$  (sản phẩm ;  $x > 0$ ) ;  
Số sản phẩm phân xưởng II làm theo kế hoạch là  $y$  (sản phẩm ;  $y > 0$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x + y = 300 \\ \frac{110x}{100} + \frac{120y}{100} = 340. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phân xưởng I làm theo kế hoạch là 200 sản phẩm.

Phân xưởng II làm theo kế hoạch là 100 sản phẩm.

9. Ta có 7 giờ 12 phút =  $\frac{36}{5}$  giờ.

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc hết  $x$  (giờ ;  $x \in \mathbf{N}$ ) ;

Người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc hết  $y$  (giờ ;  $y \in \mathbf{N}$ ).

Theo đề bài ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy người thứ nhất làm một mình hoàn thành công việc hết 12 giờ.

Người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc hết 18 giờ.

10. Ta có 3 giờ 12 phút =  $\frac{16}{5}$  giờ.

Gọi vận tốc xe tải là  $x$  (km/h ;  $x > 0$ ) ;

Vận tốc xe con là  $y$  (km/h ;  $y > 0$ ).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 5x + \frac{16}{5}y = 360 \\ \frac{16}{5}y = \frac{5x}{y}. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được  $\begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases}$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy vận tốc xe tải là 40 km/h.

Vận tốc xe con là 50 km/h.