

$$3x^2 - 7x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Ta có:

Vì $x \in \mathbb{C} \Rightarrow x = 1$ thỏa mãn $\Rightarrow X = \{1\}$.

Câu 4: Cặp số $(x; y)$ nào sau đây **không phải** là nghiệm của bất phương trình $3x + 5y - 2 < 0$?

- A. $(x; y) = (0; 0)$ B. $(x; y) = (0; -2)$ C. $(x; y) = (-1; 1)$ D. $(x; y) = (1; -1)$

Lời giải

Chọn C

Thử các cặp số $(x; y)$ vào bất phương trình, ta có cặp $(x; y) = (-1; 1)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 5: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ 4x - 7y > 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x + 3y^2 > 5 \\ -3x - 5y \leq -6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x + y \leq 9 \\ \frac{2}{x} - 3y > 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 3x^3 - 5y \geq 8 \\ -x - 4y \leq 20 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Hệ bất phương trình $\begin{cases} -3x + y \leq -1 \\ 4x - 7y > 5 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 6: Với giá trị nào của góc α thì $\cos \alpha > 0$?

- A. $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ B. $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ C. $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ D. $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Lời giải

Chọn C

Với $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ)$ thì $\cos \alpha > 0$.

Câu 7: Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$ B. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$
C. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot AB \cos C$ D. $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2AC \cdot BC \cos C$

Lời giải

Chọn B

Theo định lý côsin, công thức đúng là $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào dưới đây **sai**?

- A. $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ B. $\frac{a}{\sin A} = 2R$ C. $b \sin B = 2R$ D. $b = 2R \cdot \sin B$

Lời giải

Chọn C

Theo định lý sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, nên suy ra hệ thức sai là $b \sin B = 2R$.

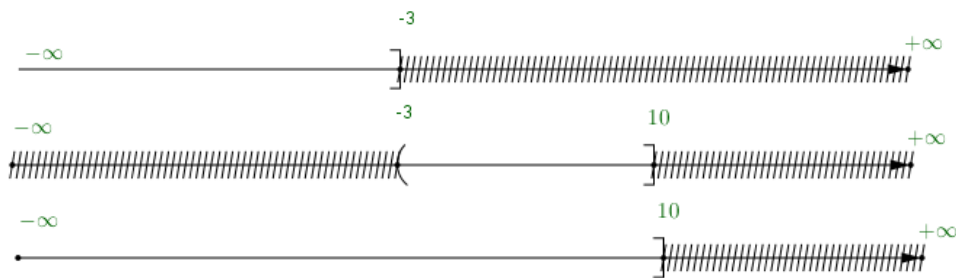
Câu 9: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3\}$ và tập hợp $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 10\}$. Khi đó $A \cup B$ bằng

- A. $(-\infty; 10]$ B. $[-3; 10]$ C. $\{-3\}$ D. $\emptyset$

Lời giải

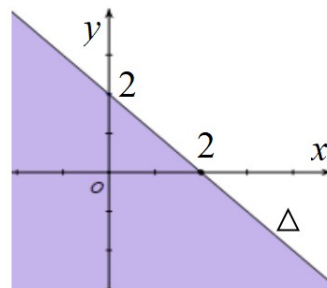
Chọn A

Ta có: $A = (-\infty; -3]$ và $B = (-3; 10]$ nên suy ra: $A \cup B = (-\infty; 10]$.



Câu 10: Cho hình vẽ bên, miền nghiệm được biểu diễn bởi phần không bị tô màu là miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x + y < 2$. B. $x + y \notin 2$.
C. $x + y \leq 2$. D. $x + y > 2$.



Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(0; 2)$ và $B(2; 0)$ nên đường thẳng Δ có phương trình $x + y - 2 = 0$.

Lấy điểm $O(0; 0) \notin \Delta$, không thuộc miền nghiệm của bất phương trình và ta có $0 + 0 < 2$ nên hình trên biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x + y > 2$.

Câu 11: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $P = \tan(180^\circ - \alpha)$.

- A. $P = -\frac{4}{3}$. B. $P = \frac{4}{3}$. C. $P = \frac{3}{4}$. D. $P = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$.

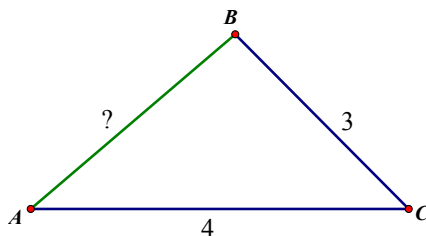
$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$$

Ta có

$$P = \tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{3}.$$

Vậy

Câu 12: Cho tam giác ABC có góc $\hat{C}$ nhọn và $AC = 3; BC = 4; S_{ABC} = 3\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh AB .



- A. 15 . B. $\sqrt{15}$. C. 13 . D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \sin C = 3\sqrt{3} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ.$$

Áp dụng định lý côsin trong tam giác ABC ta có:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2.BC.AC.\cos C = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.\cos 60^\circ = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.\frac{1}{2} = 13$$

Suy ra: $AB = \sqrt{13}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho tập $A = [-3; 5]; B = (m; 2m - 3)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) $1 \in A$.
- b) Điều kiện của tham số m để tồn tại tập B là $m \geq 3$.
- c) Để $A \subset B$ thì điều kiện của tham số m là $-3 \leq m \leq 4$.
- d) Có 17 trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để $A \cap B = \emptyset$.

Lời giải

a) **Đúng.**

$1 \in [-3; 5] \Rightarrow 1 \in A$ nên câu a) đúng

b) **Sai.**

Điều kiện của tham số m để tồn tại tập B là $2m - 3 > m \Rightarrow m > 3$ nên câu b) sai.

c) **Đúng.**

Để $A \subset B$ thì $m < -3 < 5 < 2m - 3$

$\Rightarrow \begin{cases} m < -3 \\ 5 < 2m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 4 \end{cases}$. Vậy không có giá trị của m để $A \subset B$. Vậy câu c) sai.

d) **Sai.**

Để $A \cap B = \emptyset$ thì $\begin{cases} 2m - 3 \leq -3 \\ m \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 5 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện $m \in [-10; 10]$ thì ta có $m \in \{-10; -9; \dots; 0; 5; 6; \dots; 10\}$ nên có tất cả 17 giá trị của tham số m để $A \cap B = \emptyset$.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

Câu 14: Cho hệ bất phương trình Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hệ trên là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- b) $(0; 0)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên.
- c) $(1; -1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình trên.

d) Biểu thức $L = y - x$ đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b khi đó $a + b = \frac{7}{2}$.

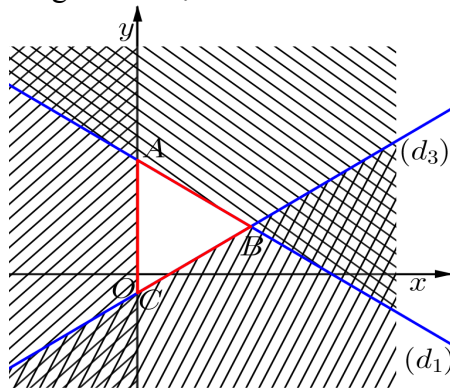
Lời giải

a) Hệ trên là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Thay $(0; 0)$ vào hệ trên ta được $\begin{cases} -6 \leq 0 \\ 0 \geq 0 \\ -1 \leq 0 \end{cases}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Thay $(1; -1)$ vào hệ trên ta được $\begin{cases} 2.1 + 3.(-1) - 6 \leq 0 \\ 1 \geq 0 \\ 2.1 - 3.(-1) - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq 0 \\ 1 \geq 0 \\ 4 \leq 0 \end{cases}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình được biểu diễn như hình sau:



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Miền nghiệm là hình tam giác ABC , với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12} \Rightarrow a + b = \frac{13}{12}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 15. Cho tam giác ABC có số đo các cạnh lần lượt là $7, 9$ và 12 . Gọi S, R, p, r lần lượt là diện tích, bán kính đường tròn ngoại tiếp, nửa chu vi, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

- a) $\cos \alpha > 0$
- b) $\tan(90^\circ - \alpha) > 0$
- c) $\sin(135^\circ - \alpha) < 0$
- d) $\cos\left(\frac{\alpha}{2} + 90^\circ\right) < 0$

Lời giải

a) Ta có: $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha > 0$. Vậy mệnh đề đã cho là **đúng**.

b) Ta có: $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha > 0$. Vậy mệnh đề đã cho là **đúng**.

c) Ta có: $45^\circ < 135^\circ - \alpha < 135^\circ \Rightarrow \sin(135^\circ - \alpha) > 0$. Vậy mệnh đề đã cho là **sai**.

d) Ta có: $90^\circ < \frac{\alpha}{2} + 90^\circ < 135^\circ \Rightarrow \cos\left(\frac{\alpha}{2} + 90^\circ\right) < 0$. Vậy mệnh đề đã cho là **đúng**.

Câu 16. Cho tam giác ABC có số đo các cạnh lần lượt là $7, 9$ và 12 . Gọi S, R, p, r lần lượt là diện tích, bán kính đường tròn ngoại tiếp, nửa chu vi, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

- a) $p = 14$
- b) $S = 13\sqrt{5}$
- c) $R = \frac{7\sqrt{5}}{10}$
- d) $r = \sqrt{3}$

Lời Giải

Giả sử: $a = 7, b = 9, c = 12$.

a) Ta có $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+9+12}{2} = 14$ nên mệnh đề đúng;
b) Theo công thức Hê-rông, ta có:
 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{14(14-7)(14-9)(14-12)} = 14\sqrt{5}$ nên mệnh đề sai;

c) Ta có: $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 12}{4 \cdot 14\sqrt{5}} = \frac{27\sqrt{5}}{10}$ nên mệnh đề sai;

d) Ta có $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14\sqrt{5}}{14} = \sqrt{5}$ nên mệnh đề sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Có bao nhiêu số nguyên n để $P(n): "2n^3 + n^2 + 7n + 1$ chia hết cho $2n - 1"$ là mệnh đề đúng?

Lời giải

Ta có: $2n^3 + n^2 + 7n + 1 = (n^2 + n + 4)(2n - 1) + 5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2n - 1 = 1 \\ 2n - 1 = -1 \\ 2n - 1 = 5 \\ 2n - 1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 0 \\ n = 3 \\ n = -2 \end{cases}$$

$2n^3 + n^2 + 7n + 1$ chia hết cho $2n - 1 \Leftrightarrow 5$ chia hết cho $2n - 1$

Vậy có 4 giá trị nguyên của n .

Đáp án: 4

Câu 18: Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa. Hỏi lớp 10 A có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa?

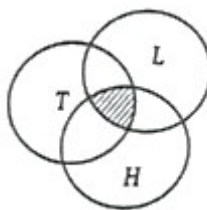
Lời giải

Gọi T, L, H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

Ta có:

$$n(T \cup L \cup H) = n(T) + n(L) + n(H) - n(T \cap L) - n(L \cap H) - n(H \cap T) + n(T \cap L \cap H)$$

$$\Leftrightarrow 45 = 25 + 23 + 20 - 11 - 8 - 9 + n(T \cap L \cap H) \Leftrightarrow n(T \cap L \cap H) = 5$$



Vậy có 5 học sinh giỏi cả 3 môn.

Đáp án: 5

Câu 19: Mẹ cho bạn An 200 nghìn đồng để mua vở và bút bi cho năm học mới. Khi đến nhà sách loại vở mà An hay dùng có giá 7 nghìn đồng một quyển, loại bút bi An hay dùng có giá 4,5 nghìn đồng một cây. Gọi x và y ($x, y \in \mathbb{N}$) lần lượt là số quyển vở và số bút bi bạn An mua. Khi đó x và y thỏa mãn bất phương trình $ax + 9y \leq b$. Biểu thức $5a + b$ có giá trị là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số quyển vở và số bút bi bạn An mua.

Số tiền mua vở và bút bi là: $7x + 4,5y$

Vì mẹ bạn An chỉ cho 200 nghìn đồng để mua vở và bút bi nên ta có:

$$7x + 4,5y \leq 200$$

Theo giả thiết, BPT có dạng $ax + 9y \leq b$ nên: $7x + 4,5y \leq 200 \Leftrightarrow 14x + 9y \leq 400$.

Suy ra $a = 14, b = 400$

Vậy $5a + b = 5 \cdot 14 + 400 = 470$.

Trả lời: 470

Câu 20: Trường THPT X tổ chức gian hàng Hội Xuân, lớp 10C lên kế hoạch bán trà sữa và bánh flan để vui và kiếm lời, toàn bộ số tiền lời thu được sẽ quyên góp để gây quỹ khuyến học cho các bạn khó khăn trong trường. Lớp có số tiền vốn là 630 nghìn đồng, biết một ly trà sữa kèm topping có giá vốn là 15 nghìn đồng, bán ra lãi 5 nghìn đồng; một cái bánh flan có giá vốn là 3 nghìn đồng, bán ra lãi 2 nghìn đồng. Để được giá sỉ thì lớp phải nhập từ 20 ly trà sữa và từ 20 cái bánh flan trở lên, theo khảo sát nhu cầu thì không thể bán vượt quá 40 cái bánh flan. Lớp 10C cần tính toán số lượng ly trà sữa và bánh flan để thu được lợi nhuận lớn nhất, khi đó lợi nhuận lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số ly trà sữa, y là số cái bánh flan bán được, $x \geq 20; 20 \leq y \leq 40$

Số tiền bỏ ra mua trà sữa và bánh flan để bán là: $15x + 3y$

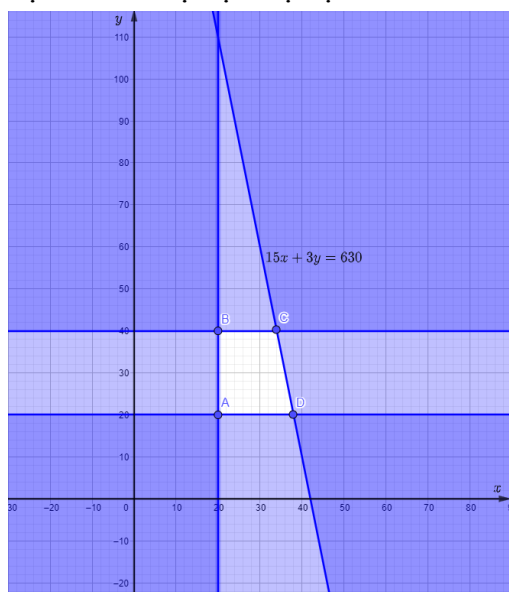
Do số tiền vốn là 630 nghìn đồng nên: $15x + 3y \leq 630$

Lợi nhuận thu được là $F = 5x + 2y$, cần tìm x, y để lợi nhuận lớn nhất.

$$\begin{cases} 15x + 3y \leq 630 \\ x \geq 20 \\ 20 \leq y \leq 40 \end{cases}$$

Theo đề ta có hệ BPT:

Biểu diễn miền nghiệm của hệ BPT lên hệ trục tọa độ



Miền nghiệm của hệ BPT là tứ giác ABCD

Xét các điểm:

- Điểm A là giao điểm của hai đường $x = 20$ và $y = 20 \Rightarrow A(20; 20)$

- Điểm B là giao điểm của hai đường $x = 20$ và $y = 40 \Rightarrow B(20; 40)$

- Điểm C là giao điểm của hai đường $y = 40$ và $15x + 3y = 630 \Rightarrow x = 34 \Rightarrow C(34; 40)$

- Điểm D là giao điểm của hai đường $y = 20$ và $15x + 3y = 630 \Rightarrow x = 38 \Rightarrow D(38; 20)$

Khi đó Giá trị lớn nhất của hàm $F = 5x + 2y$ đạt tại một trong bốn đỉnh của tứ giác ABCD,

Với $A(20;20) \Rightarrow F = 5x + 2y = 5.20 + 2.20 = 140$

Với $B(20;40) \Rightarrow F = 5x + 2y = 5.20 + 2.40 = 180$

Với $C(34;40) \Rightarrow F = 5x + 2y = 5.34 + 2.40 = 250$

Với $D(38;20) \Rightarrow F = 5x + 2y = 5.38 + 2.20 = 230$

Kết luận: Lợi nhuận lớn nhất đạt tại điểm $C(34;40)$, tức là $x=34$ ly trà sữa, $y=40$ cái bánh flan.
 Khi đó lợi nhuận lớn nhất thu được là $F = 5.34 + 2.40 = 250$.

Trả lời: 250

Câu 21: Cho $\sin x + \cos x = m$, với $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. Tính $A = |\sin^4 x - \cos^4 x|$ theo m thì được $A = \frac{\sqrt{a + bm^2 - m^4}}{c}$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Khi đó $T = a + b + c$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 + 2 \sin x \cos x$

Mặt khác $\sin x + \cos x = m$ nên $m^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$ hay $\sin x \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$

Ta có: $A = |\sin^4 x - \cos^4 x| = |(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)| = |(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)|$

$\Rightarrow A^2 = (\sin x + \cos x)^2 (\sin x - \cos x)^2 = (\sin x + \cos x)^2 (1 - 2 \sin x \cos x)$

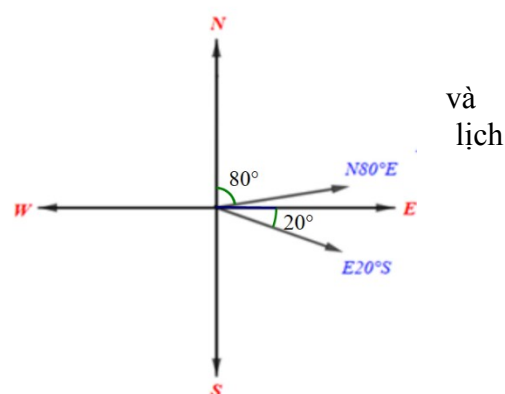
$= m^2 [1 - (m^2 - 1)] = m^2 (2 - m^2) = 2m^2 - m^4$

$\Rightarrow A = \sqrt{2m^2 - m^4} = \frac{\sqrt{2m^2 - m^4}}{1}$

Suy ra: $a=0, b=2, c=1$, do đó $T = a + b + c = 3$.

Trả lời: 3

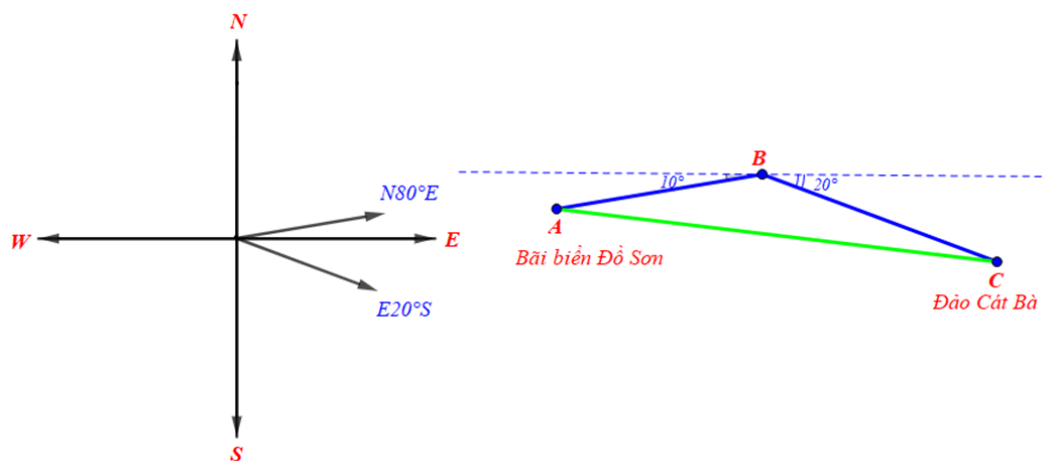
Câu 22: Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn, chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc 20 km/h . Sau khi đi được phút, tàu chuyển sang hướng $E80^\circ S$ giữ nguyên vận tốc chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômet?



Lời giải

Gọi P là vị trí anh Ba chèo thuyền vào.

Giả sử tàu du lịch xuất phát từ vị trí A , chuyển động theo hướng $N80^\circ E$ tới vị trí B sau đó chuyển hướng $E80^\circ S$ tới vị trí C như hình vẽ dưới đây:



Ta có: $\angle ABC = 180^\circ - 10^\circ - 20^\circ = 150^\circ$

Tàu chạy từ vị trí A đến vị trí B với vận tốc 20 km/h trong 30 phút nên: $AB = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ (km)}$

Tàu chạy từ vị trí B đến vị trí C với vận tốc 20 km/h trong 36 phút nên: $BC = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ (km)}$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 150^\circ \approx 452$$

Suy ra $AC \approx \sqrt{452} \approx 21,3 \text{ (km)}$

Vậy khi tới đảo Cát Bà thì tàu du lịch cách vị trí xuất phát khoảng $21,3 \text{ km}$

Trả lời: 21,3

----- Hết -----

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>