

PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1.** (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $u = 2i - 2j + k$, $v = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|u| = |v|$.
Lời giải

Ta có $u = (2; -2; 1)$

$$\text{Khi đó } |u| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3 \text{ và } |v| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$$

$$\text{Do đó } |u| = |v| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 2.** (Chuyên Thái Bình - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Tìm độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .
Lời giải

Ta có

$$AB^2 = 1^2 + (-2)^2 + 2^2 = 9, \quad AC^2 = 3^2 + (-4)^2 + 6^2 = 61, \quad \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot (-4) + 2 \cdot 6 = 23$$

$$\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2 \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 61 + 9 - 2 \cdot 23 = 24$$

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có:

$$AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9 + 61}{2} - \frac{24}{4} = 29$$

$$\text{Vậy } AM = \sqrt{29}$$

- Câu 3.** (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(1; 1; 0), C(0; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ (theo thứ tự các đỉnh) là hình bình hành?
Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AD} = (x-1; y; z) \text{ và } \overrightarrow{BC} = (-1; 0; 1)$$

$$\text{Suy ra } x=0; y=0; z=1$$

$$\text{Vậy } D(0; 0; 1)$$

Câu 4. (THPT Nguyễn Khuyến -2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$, $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng.

Lời giải

$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=-3 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c = -2$

Câu 5. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là $(a; b; c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng?

Lời giải

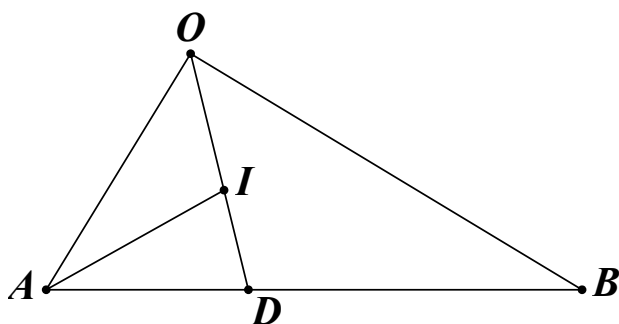
Gọi $M(x; y; z)$. Vì M thuộc đoạn AB nên:

$$\vec{MA} = -2\vec{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -2(2-x) \\ 1-y = -2(-3-y) \\ -2-z = -2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \\ z = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Suy ra $a+3b+c=0$

Câu 6. (Sở Phú Thọ -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị $a-b+c$ bằng

Lời giải



Ta có $\vec{OA} = (1; 2; -2)$, $\vec{OB} = \left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, do đó $OA = 3, OB = 4$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ O , ta có $\vec{DA} = -\frac{DA}{DB} \vec{DB} = -\frac{OA}{OB} \vec{DB}$, suy ra $\vec{DA} = -\frac{3}{4} \vec{DB} \Rightarrow \vec{OD} = \frac{4\vec{OA} + 3\vec{OB}}{7} = D\left(\frac{12}{7}; \frac{12}{7}; 0\right)$. Do đó

Ta có $\vec{AD} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{2}{7}; 2\right) \Rightarrow AD = \frac{15}{7}$.

$\vec{ID} = -\frac{AD}{AO} \vec{IO} = -\frac{5}{7} \vec{IO} \Rightarrow \vec{OI} = \frac{7}{12} \vec{OD} \Rightarrow D(1; 1; 0)$

Do đó $a - b + c = 0$.

Câu 7. (Chuyên Đhsp Hà Nội -2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$?

Lời giải

Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA .

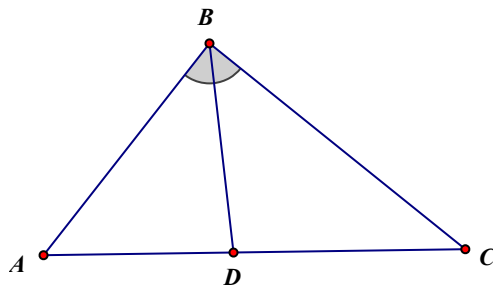
Do $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$ nên các tam giác $\triangle AMB, \triangle BMC, \triangle CMA$ vuông tại M .

Khi đó $IM = \frac{AB}{2}; JM = \frac{BC}{2}; KM = \frac{AC}{2}$. Mặt khác $AB = BC = AC = 2\sqrt{2}$.

Vậy $MI = MJ = MK = \sqrt{2}$. Khi đó M thuộc trục của đường tròn ngoại tiếp đáy IJK và cách (IJK) một khoảng không đổi là $\sqrt{2}$. Khi đó có hai điểm M thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a + b + 2c$ bằng

Lời giải



Ta có $AB = \sqrt{26}, BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\vec{DA} = -\frac{1}{2}\vec{DC} (*)$.

Ta có $\vec{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\vec{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$.

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right) \Rightarrow a+b+2c=5$$

Do đó

Câu 9. (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$. Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tìm $a+b+c$.

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\vec{AB}| = 3$; $\vec{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\vec{BC}| = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD+BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD+3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.

Giả sử $D(a; b; c)$ khi đó ta có
$$\begin{cases} a-1 = \frac{4}{3} \\ b-2 = \frac{1}{3} \\ c-1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 6.$$

Câu 10. (Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -2)$, $B(2; 2; -4)$. Giả sử $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Lời giải

Ta có $\vec{OA} = (0; 2; -2)$, $\vec{OB} = (2; 2; -4)$. (OAB) có phương trình: $x+y+z=0$.

$I \in (OAB) \Rightarrow a+b+c=0$.

$\vec{AI} = (a; b-2; c+2)$, $\vec{BI} = (a-2; b-2; c+4)$, $\vec{OI} = (a; b; c)$.

$$\begin{cases} AI = BI \\ AI = OI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (c+2)^2 = (a-2)^2 + (c+4)^2 \\ (b-2)^2 + (c+2)^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-c=4 \\ -b+c=-2 \end{cases}$$

Ta có hệ

Ta có hệ
$$\begin{cases} a - c = 4 \\ -b + c = -2 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 4 \\ -b + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $I(2; 0; -2) \Rightarrow T = a^2 + b^2 + c^2 = 8$

Câu 11. (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm được tọa độ điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn đẳng thức $\overline{AM} = 2\overline{MB}$. Khi đó $a + b + c = ?$

Lời giải

Gọi điểm $M(x; y; z)$. Khi đó: $\overline{AM} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2(-2 - x) \\ y - 2 = 2(-1 - y) \\ z - 1 = 2(4 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$

Vậy $M(0; 0; 3)$.

Câu 12. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

Lời giải

$\overline{MN}(-3; -2; 2); \overline{NP}(2; m - 2; 1)$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overline{MN} \cdot \overline{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2(m - 2) + 2 = 0 \Leftrightarrow m - 2 = -2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 13. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 1; 5)$; $B(4; 3; 2)$; $C(-3; -2; 1)$. Điểm $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b + c$?

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \overline{AB} = (-1; 2; -3) \\ \overline{BC} = (-7; -5; -1) \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại B .

$\Rightarrow$ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm của cạnh huyền AC .

$\Rightarrow I\left(1; -\frac{1}{2}; 3\right)$. Vậy $a + 2b + c = 3$.

Câu 14. (SGD Cần Thơ - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (-5; 3; -1)$, $b = (1; 2; 1)$, $c = (m; 3; -1)$. Giá trị của m sao cho $a = [b, c]$ là

Lời giải

$[b, c] = (-5; m + 1; 3 - 2m)$

Ta có:
$$\vec{a} = [b, c] \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=3 \\ 3-2m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$$

Câu 15. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $u = (1; 1; 2), v = (-1; m; m-2)$. Khi $\| [u, v] \| = \sqrt{14}$ thì tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn bằng?

Lời giải

$$[u, v] = (-m-2; -m; m+1) \Rightarrow \| [u, v] \| = \sqrt{(m+2)^2 + m^2 + (m+1)^2} = \sqrt{3m^2 + 6m + 5}$$

$$\| [u, v] \| = \sqrt{14} \Leftrightarrow 3m^2 + 6m + 5 = 14 \Leftrightarrow 3m^2 + 6m - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-3 \end{cases}$$

$$S = -2$$

Câu 16. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1), B(3; 0; -1), C(2; -1; 3), D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .

Lời giải

Do $D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0)$, khi đó: $\vec{DA} = (2; -1-y; 1), \vec{DB} = (3; -y; -1), \vec{DC} = (2; -1-y; 3)$

Khi đó $[\vec{DA}, \vec{DB}] = (1+2y; 5; y+3)$

Và $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{DA}, \vec{DB}] \cdot \vec{DC}| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y+6=30 \\ 2y+6=-30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ y=-18 \end{cases}$

Vậy $y_1 + y_2 = 12 - 18 = -6$

Câu 17. (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 0; 2), B(3; 0; 5), C(1; 1; 0), D(4; 1; 2)$. Tìm độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng ABC .

Lời giải

Gọi DH là độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng ABC .

Công thức tính thể tích tứ diện $ABCD$ là: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$

Công thức tính diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}$ là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$

Mặt khác $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot DH$ nên

$$\frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |[\vec{AB}, \vec{AC}]| \cdot DH \Rightarrow DH = \frac{|[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|}{|[\vec{AB}, \vec{AC}]|}$$

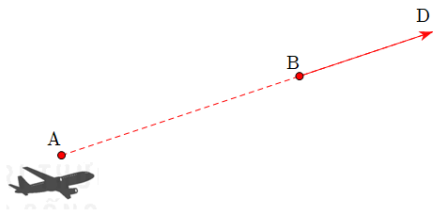
Ta có:

$$\vec{AB} = (3; 0; 3); \vec{AC} = (1; 1; -2); \vec{AD} = (4; 1; 0) \\ \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-3; 9; 3); [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = -3.$$

$$DH = \frac{\left| \begin{bmatrix} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \end{bmatrix} \cdot \overrightarrow{AD} \right|}{\left| \begin{bmatrix} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \end{bmatrix} \right|} = \frac{3}{\sqrt{(-3)^2 + 9^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{11}}{11}.$$

Nên

Câu 18. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$ khi đó $x + y + z = ?$



Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} = (140; 50; 1)$.

Mặt khác: $\overrightarrow{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8)$ nên

$$\begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}$$

Vậy $D(1080; 600; 9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$.

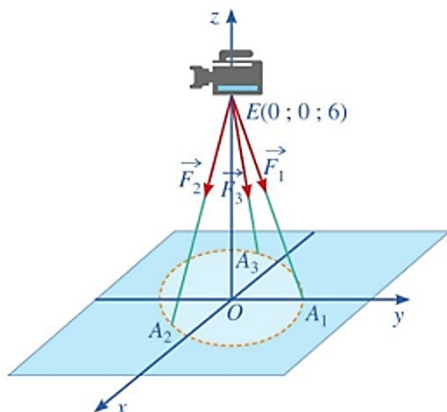
$$x + y + z = 1689$$

Câu 19. Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0; 0; 6)$ và các điểm tiếp xúc với

$$A_1(0; 1; 0), A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right), A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right).$$

mặt đất của ba chân lần lượt là

lượng của chiếc máy là $300N$. Tìm được tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ F_1, F_2, F_3 khi đó tích vô hướng của F_1, F_2 bằng? Biết rằng trọng F_1, F_2, F_3



Lời giải

$$\vec{EA_1} = (0; 1; -6); \vec{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6 \right); \vec{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6 \right) \Rightarrow EA_1 = EA_2 = EA_3 = \sqrt{37}$$

Ta có:

$$|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}| = |\vec{F_3}| \quad \text{vì đèn cân bằng và trọng lực của đèn tác dụng đều lên 3 chân của giá đỡ}$$

Do đó:

$$\vec{F_1} = k\vec{EA_1} = (0; k; -6k)$$

$$\vec{F_2} = k\vec{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}k; -\frac{1}{2}k; -6k \right)$$

$$\vec{F_3} = k\vec{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k; -\frac{1}{2}k; -6k \right)$$

$$\Rightarrow \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = (0; 0; -18k)$$

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{P} = (0; 0; -300) \Rightarrow -18k = 300 \Leftrightarrow k = \frac{50}{3}$$

Mà

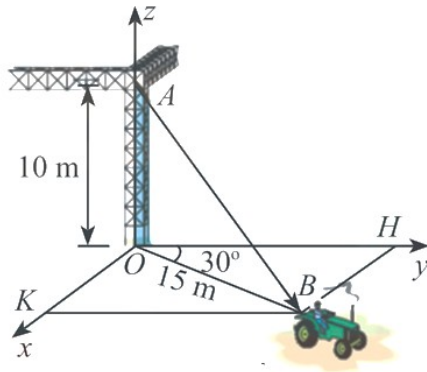
$$\vec{F_1} = \left(0; \frac{50}{3}; -100 \right); \vec{F_2} = \left(\frac{25\sqrt{3}}{3}; -\frac{50}{6}; -100 \right); \vec{F_3} = \left(-\frac{25\sqrt{3}}{3}; -\frac{50}{6}; -100 \right)$$

Vậy

$$\vec{F_1} \cdot \vec{F_2} = \frac{88750}{9}$$

Suy ra

- Câu 20.** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục toạ độ bằng $1m$. Tìm được toạ độ của vector $\vec{AB} = (a; b; c)$, khi đó $a + c = ?$



Lời giải

$$\vec{OA} = 10k \Rightarrow A(0;0;10)$$

$$\text{Ta có: } OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

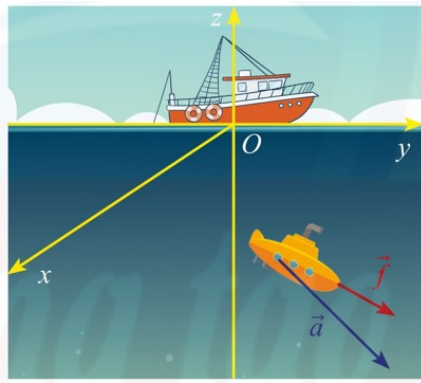
$$OK = OB \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ) = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

$$\text{Vậy } a + c = 2,5$$

Câu 21. Một thiết bị thăm dò đáy biển (Hình) được đẩy bởi một lực $f = (5; 4; -2)$ (đơn vị: N) giúp thiết bị thực hiện độ dời $a = (70; 20; -40)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực f .



Lời giải

$$\text{Công sinh bởi lực } f \text{ là: } A = f \cdot a = 5 \cdot 70 + 4 \cdot 20 - 2 \cdot (-40) = 510J$$

Câu 22. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $a = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A .



Tính tốc độ của máy bay B .

Lời giải

$$3a = b \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 300 = x \\ 3 \cdot 200 = y \\ 3 \cdot 400 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \\ z = 1200 \end{cases} \Rightarrow b = (900; 600; 1200)$$

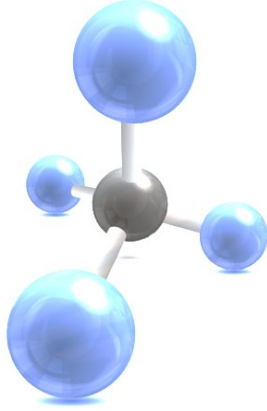
Ta có:

$$\text{Tốc độ của máy bay } B \text{ là: } |b| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1615,55 km/h$$

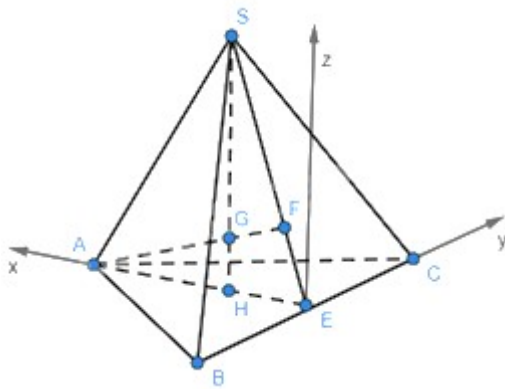
Câu 23. Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó.

Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện.

Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H - C - H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



Lời giải



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS})$

Ta có: $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với với E trùng với gốc tọa độ O

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là a

$$SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

Ta có:

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right)$$

Lại có: $\frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA$ và AF cắt SH tại G nên $\frac{GH}{GS} = \frac{GF}{GE} = \frac{FH}{SA} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3}$
 $\Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right)$

Do đó: $\vec{GA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

$\vec{GS} = \left(0; 0; \frac{a\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

$\cos(\vec{GA}, \vec{GS}) = \frac{-\frac{a\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\vec{GA}, \vec{GS}) \approx 109,5^\circ$

Ta có: