

ĐỀ THI THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
BÀI THI: TOÁN Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)
ĐỀ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường thẳng SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng:

- A. a . B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là:

- A. $f'(2) = 3$. B. $f'(x) = 2$. C. $f'(x) = 3$. D. $f'(3) = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. -3 . B. -1 . C. -2 . D. 1 .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Đường thẳng vuông góc với đáy ABC . Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAC) . B. (SBC) . C. (ABC) . D. (SAB) .

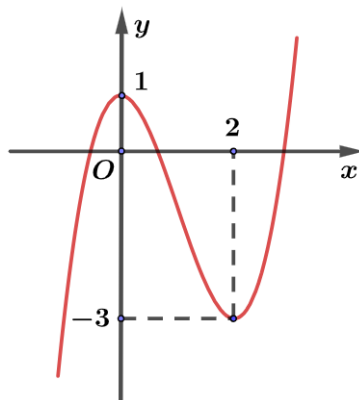
Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Câu 6: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 200. B. 20. C. 30. D. 10.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Mặt bên SBC là tam giác gì?

A. Đều.

B. Vuông.

C. Vuông cân.

D. Cân.

Câu 9: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3\sin t$

B. $v(t) = -3\cos t$

C. $v(t) = 3\cos t$

D. $v(t) = 3\sin t$

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

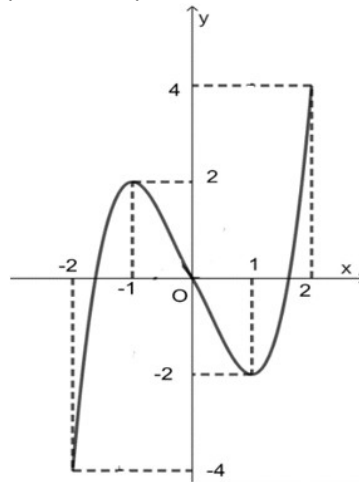
A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 1$

D. $x = 0$

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52.

B. 42.

C. 53.

D. 54.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9(mg)$.

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159(mg)$.

c) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170(mg)$.

d) Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Câu 2: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$ (*). Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$ là $\begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \end{cases}$.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x=8 \\ y=16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

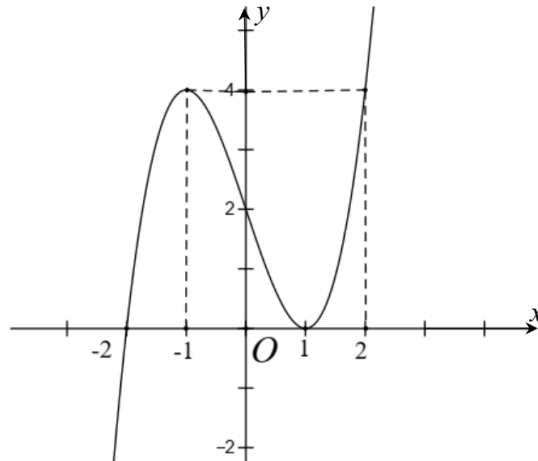
a) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích của khối chóp $S.ACD$.

c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

d) Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng $\frac{a^3}{8}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) Hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật Lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

$$s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$$

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 4: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1 \text{ m}$, $AD = 3,5 \text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố. (Kết quả làm tròn đến độ).

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Cho hai số thực $x \geq 0; 1 \leq y \leq 3$ thỏa mãn $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y + 2x + 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037$?

----- Hết -----
ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	D	B	C	D	D	A	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,91	0,62	54,2	33	2,43	2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

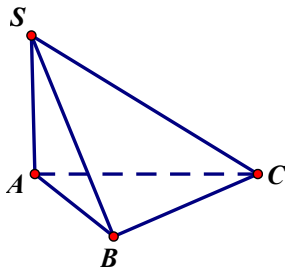
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường thẳng SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng:

- A. a . B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì SA vuông góc với đáy (ABC) nên $SA \perp AB \Rightarrow d(S, AB) = SA = 2a$



- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là:
- A. $f'(2) = 3$ B. $f'(x) = 2$ C. $f'(x) = 3$ D. $f'(3) = 2$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$

- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		2		$+\infty$	
	$-\infty$		-2		

- A. -3 B. -1 C. -2 D. 1

Lời giải

Chọn C

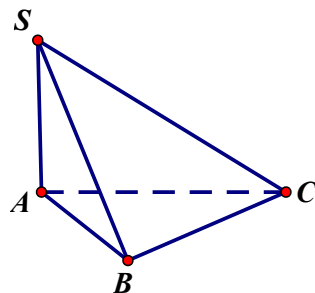
Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng -2 .

- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Đường thẳng vuông góc với đáy ABC . Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (SAC) B. (SBC) C. (ABC) D. (SAB)

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$



- Câu 5:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

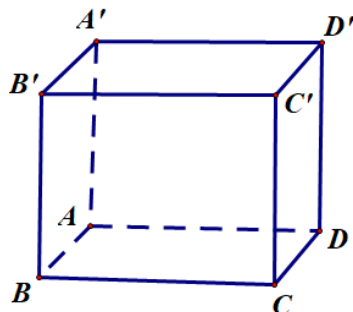
C. $2a$.

D. $3a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A'A \perp (ABCD)$ nên $d(A', (ABCD)) = A'A = a$.



Câu 6: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200.

B. 20.

C. 30.

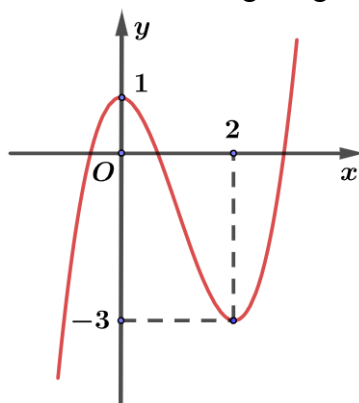
D. 10.

Lời giải

Chọn C

Có $10 + 20 = 30$ cách chọn một học sinh.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-3; 1)$

D. $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Mặt bên SBC là tam giác gì?

A. Đều.

B. Vuông.

C. Vuông cân.

D. Cân.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân.

Câu 9: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3 \cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3 \sin t$

B. $v(t) = -3 \cos t$

C. $v(t) = 3 \cos t$

D. $v(t) = 3 \sin t$

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t) = s'(t) = (3 \cos t)' = -3 \sin t$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

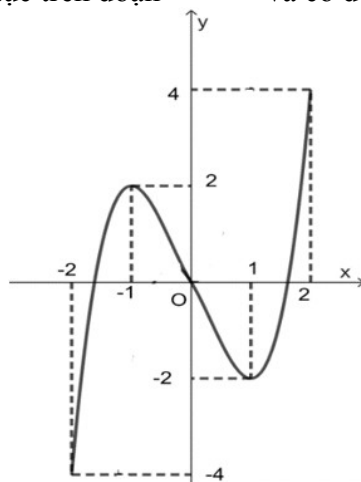
D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo hình vẽ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52.

B. 42.

C. 53.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

Mốt M_0 chứa trong nhóm $[40; 60)$.

Do đó: $u_m = 40; u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20; n_{m-1} = 9; n_m = 12; n_{m+1} = 10$

$$M_0 = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)}(60 - 40) = 52$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9(mg)$.
- b)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159(mg)$.
- c)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170(mg)$.
- d)** Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Lời giải

a) Ta có hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau ngày đầu còn $150 \times 6\% = 9(mg)$, **suy ra mệnh đề đúng.**

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 2 là: $150 \times 6\% + 150 = 159(mg)$ **suy ra mệnh đề đúng.**

c) Gọi u_n là lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống ở ngày thứ n

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 1 là: $u_1 = 150(mg)$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 2 là:

$$u_2 = u_1 \times 6\% + 150 = 150 \times 6\% + 150 = 150 \times (0,06 + 1)$$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 3 là:

$$u_3 = u_2 \cdot 6\% + 150 = 150 \times (0,06 + 1) \times 0,06 + 150 = 150 \times (0,06^2 + 0,06 + 1)$$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 4 là:

$$\begin{aligned} u_4 &= u_3 \times 6\% + 150 = 150 \times (0,06^2 + 0,06 + 1) \times 0,06 + 150 \\ &= 150 \times (0,06^3 + 0,06^2 + 0,06 + 1) = 159,5724(mg) \end{aligned}$$

Suy ra mệnh đề sai.

d) Nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong thời gian 30 ngày. Khi đó lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể được ước lượng là:

$$S = 150 \times (1 + 0,06 + 0,06^2 + \dots + 0,06^{29}) = 150 \times u_1 \frac{1 - q^{30}}{1 - q} = 150 \times 1 \times \frac{1 - 0,06^{30}}{1 - 0,06} = \frac{7500}{47} \approx 159,57mg$$

Vậy lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể được ước lượng trong 30 ngày là $159,57mg$, **suy ra mệnh đề đúng.**

Câu 2: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1 (*)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$ là $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Điều kiện để bất phương trình có nghĩa là $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) = \log_4(x^2 - y^2)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta thấy $x - y = 8 - 16 = -8 < 0$, suy ra mệnh đề **sai**.

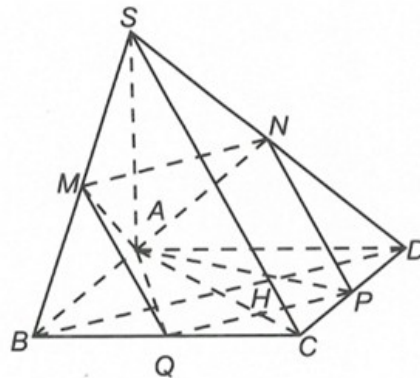
d) Ta có: $\log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq \sqrt{y^2 + 4}$

Do đó $P \geq 2\sqrt{y^2 + 4} - y = f(y)$. Khi đó $P' = \frac{2y}{\sqrt{y^2 + 4}} - 1 = 0 \xrightarrow{y \geq 0} y = \frac{2}{\sqrt{3}}$
 Suy ra $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.
 b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích của khối chóp $S.ACD$.
 c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .
 d) Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Từ giả thiết có $S_{ABC} = S_{ACD} = \frac{a^2}{2}$; $SA \perp (ABCD)$.
 $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC}$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SA.S_{ACD} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$. Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$. Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành; mặt khác, ta có:
 $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$; mà $\begin{cases} PQ \parallel BD \\ PN \parallel SC \end{cases} \Rightarrow PN \perp PQ$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$$

Do $SM \cap (APQ) = B$ nên ta có:

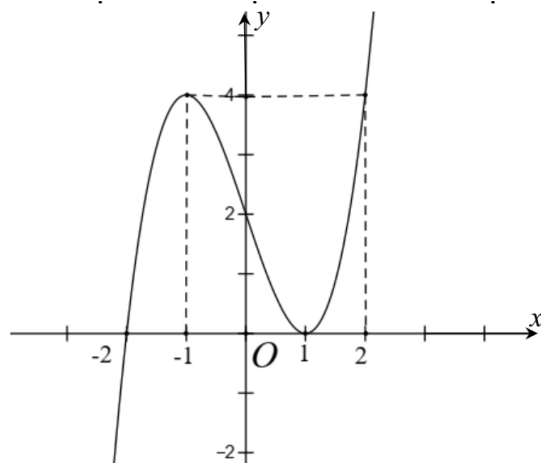
$$\frac{d(M; (AQP))}{d(S; (AQP))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M; (AQP)) = \frac{1}{2}d(S; (AQP)) = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$$

$$S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2}AH.QP = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}AC \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{3}{16}AC.BD = \frac{3}{16}(a\sqrt{2})^2 = \frac{3}{8}a^2. \text{ Với } H = AC \cap PQ$$

$$\text{Ta có } V_{A.MNPQ} = 2V_{A.MQP} = 2V_{M.AQP}, \text{ mà } V_{M.AQP} = \frac{1}{3}d(M; (AQP)).S_{\Delta AQP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{8}a^2 = \frac{a^3}{16}.$$

Vậy $V_{A.MNPQ} = 2V_{M.AQP} = 2 \cdot \frac{a^3}{16} = \frac{a^3}{8}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
b) Hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
d) Hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

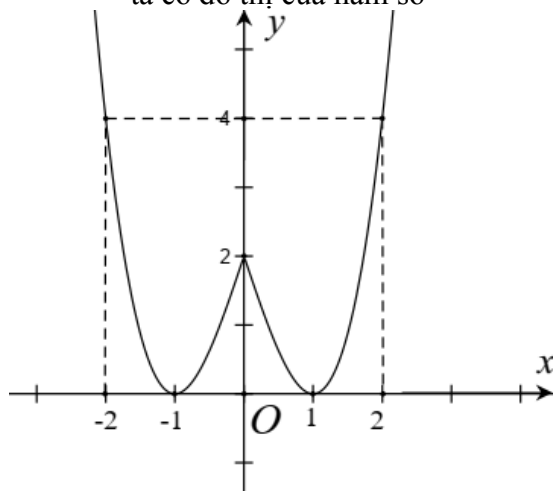
Lời giải

- a) Từ đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ suy ra **mệnh đề đúng**.
b) Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ suy ra hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Vậy **mệnh đề đúng**.

c) Ta có $g'(x) = [f(x) + 1]' = f'(x)$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$ suy ra **mệnh đề sai**.

d) Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ suy ra **mệnh đề đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật Lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách trong thùng gồm 16 cuốn sách.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$

Gọi A là biến cố "3 cuốn sách lấy ra không cùng một loại". Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, với biến cố $\bar{A}$ là 3 cuốn sách lấy ra cùng một loại.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = C_5^3 + C_7^3 + C_4^3 = 49$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 511$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{511}{560} = \frac{73}{80} \approx 0,91$$

Vậy xác suất cần tính

Đáp án: 0,91

Câu 2: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 5 hành khách lên 3 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 3 cách chọn toa nên có 3^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^5 = 243$

Gọi A là biến cố "5 hành khách bước lên tàu mà mỗi toa có ít nhất 1 hành khách". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, tức có toa không có hành khách nào bước lên tàu, có 2 khả năng sau:

• Trường hợp thứ nhất: Có 2 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^2 cách.

+) Sau đó cả 5 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2 \cdot 1 = 3$ cách.

• Trường hợp thứ hai: Có 1 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+) Hai toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5 - C_2^1 \cdot 1 = 30$

Do đó trường hợp này có $C_3^1 \cdot 30 = 90$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = 3 + 90 = 93$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 243 - 93 = 150$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{243} = \frac{50}{81} \approx 0,62$$

Vậy xác suất cần tính

Đáp án: 0,62

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$ (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 10$

Khi vận tốc của vật đạt 20 m/s ta có:

$$t^2 - 3t + 10 = 20 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases}$$

Vì $t > 0$ nên nhận $t = 5(s)$

$$\text{Lúc đó quãng đường vật đi được là: } s(5) - s(0) = \frac{337}{6} - 2 \approx 54,2 \text{ m}$$

Đáp án: 54,2

Câu 4: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1 \text{ m}$, $AD = 3,5 \text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố. (Kết quả làm tròn đến độ).

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C, D lên đáy hố là mặt phẳng $(AKHB)$.

Khi đó BD có hình chiếu lên đáy là KB , suy ra

$$(\angle(BD, (AKHB))) = (\angle(BD, BK)) = \angle DBK$$

Với độ sâu hố là $DK = CH = 2 \text{ (m)}$, ta có

$$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$KB = \sqrt{AK^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$\tan \angle DBK = \frac{DK}{KB} = \frac{4\sqrt{37}}{37}$$

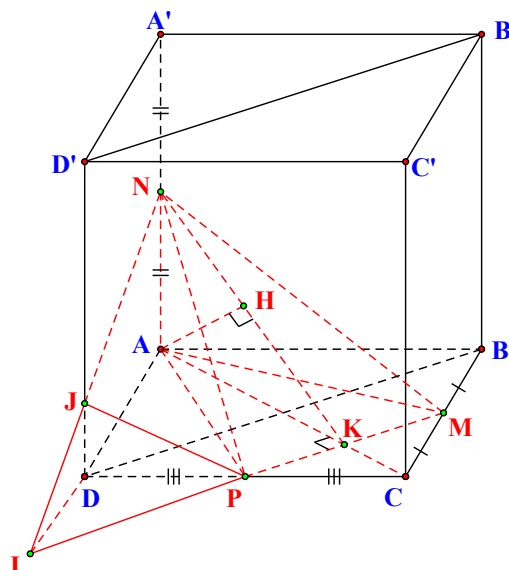
$$\Rightarrow \angle DBK \approx 33^\circ$$

Đáp án: 33

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Cách 1. Gọi P là trung điểm CD , $I = MP \cap AD$, $J = IN \cap DD'$, $K = AC \cap MP$.



Ta có $MP \parallel BD \Rightarrow MP \parallel B'D' \Rightarrow d(B'D'; MN) = d[B'D'; (MNP)] = d[D'; (MNP)]$

Lại có $d[D'; (MNP)] = \frac{D'J}{DJ} d[D; (MNP)] = 5 \cdot d[D; (MNP)]$

Mặt khác $d[D; (MNP)] = \frac{DI}{AI} d[A; (MNP)] = \frac{1}{3} d[A; (MNP)]$

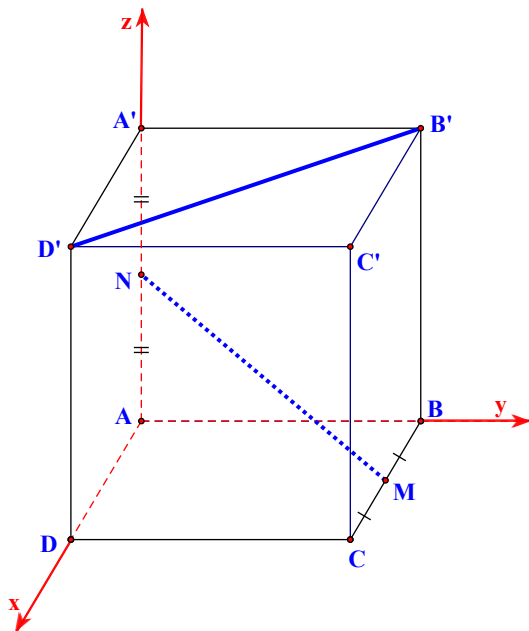
Để thấy $\begin{cases} (NAK) \perp (MNP) \\ (NAK) \cap (MNP) = AK \\ AH \perp NK \text{ (} H \in NK \text{) trong } (NAK) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNP) \Rightarrow d[A; (MNP)] = AH$

Suy ra $d(MN; B'D') = \frac{5}{3} d[A; (MNP)] = \frac{5}{3} AH$ với $AN = \frac{AA'}{2} = 2$; $AK = \frac{3}{4} \sqrt{2} AB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$d(MN; B'D') = \frac{5}{3} AH = \frac{5}{3} \cdot \frac{AN \cdot AK}{\sqrt{AN^2 + AK^2}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 2}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2^2}} = \frac{10\sqrt{17}}{17} \approx 2,43$$

Vậy

Cách 2. Đặt các trục Ox , Oy và Oz vào hình như sau



Ta có $M(1; 2; 0)$, $N(0; 0; 2)$, $B'(0; 2; 4)$ và $D'(2; 0; 4)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; -2; 2)$, $\overrightarrow{B'D'} = (2; -2; 0)$ và $\overrightarrow{MB'} = (-1; 0; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'D'}] = (4; 4; 6)$

$$d(MN; B'D') = \frac{|\overrightarrow{MB'} \cdot [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'D'}]|}{|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'D'}]|} = \frac{|(-1) \cdot 4 + 0 \cdot 4 + 4 \cdot 6|}{\sqrt{4^2 + 4^2 + 6^2}} = \frac{10\sqrt{17}}{17} \approx 2,43$$

Khi đó

Đáp án: 2,43

Câu 6: Cho hai số thực $x \geq 0; 1 \leq y \leq 3$ thỏa mãn $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037$?

Lời giải

Giả thiết cho $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$

$$\Leftrightarrow 2^x \cdot (2x+1) = 2(2y+x+2)2^{2y} \Leftrightarrow 2^x \cdot (2x+1) = 2^{2y+1} (2y+x+2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2x+1) = 2^{2y+x+1} (2y+x+1+1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot (t+1)$ trên $(0; +\infty)$; suy ra $f'(t) = 2^t \cdot (t+1) \ln 2 + 2^t > 0, \forall t \in (0; +\infty)$

Vậy hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên ta có:

$$\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2x+1) = 2^{2y+x+1} (2y+x+1) \Leftrightarrow 2x = 2y+x+1 \Leftrightarrow x = 2y+1$$

Suy ra:
$$P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037 = 2^{y-1} - (y^2 + 2y + 1) + 2037 = \frac{1}{4} \cdot 2^{y+1} - (y+1)^2 + 2037$$

Xét hàm số $g(a) = \frac{1}{4} \cdot 2^a - a^2; a \in [2; 4]$

$$g'(a) = \frac{2^a \cdot \ln 2}{4} - 2a \Rightarrow g''(a) = \frac{2^a \cdot \ln^2 2}{4} - 2 < 0, \forall a \in [2; 4]$$

$\Rightarrow g'(a)$ luôn nghịch biến trên $[2; 4]$

$$\Rightarrow \max_{[2; 4]} g'(a) = g'(2) = \ln 2 - 4 < 0$$

$\Rightarrow g(a)$ luôn nghịch biến trên $[2; 4]$

$$\Rightarrow \min g(a) = g(4) = -12$$

Vậy $\min P = -12 + 2037 = 2025$ khi $y+1=4 \Rightarrow y=3; x=7$.

Đáp án: 2025

----- Hết -----