**ĐỀ 03**

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO YÊN THÀNH**

**ĐỀ THI HSG TOÁN 9**

**Câu 1.** (4 điểm)

1. Chứng minh rằng: chia hết cho 48 với n là số nguyên chẵn.
2. Cho 2 số tự nhiên a và b. Chứng minh rằng nếu tích a.b là số chẵn thì luôn luôn tìm được số nguyên c sao cho là số chính phương.

**Câu 2.** (6 điểm)

1. Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn a + b + c = 1. Chứng minh rằng:
2. Giải phương trình:
3. Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn

**Câu 3.** (2 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: P =

Trong đó các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện a + b + c

**Câu 4.** (7 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD; BE; CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của HC; N là trung điểm của AC. AM cắt HN tại G. Đường thẳng qua M vuông góc với HC và đường thẳng qua N vuông góc với AC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

1. Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.

Từ đó hãy suy ra .

1. BH.KM = BA.KN
2. =

**Câu 5.** (1 điểm)

Cho bảng ô vuông kích thước 10cm x 10cm gồm 100 ô vuông đơn vị. Điền vào mỗi ô vuông của bảng này một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số ở hai ô vuông chung cạnh hoặc chung đinh nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong bảng ô vuông đã cho có một số xuất hiện ít nhất 17 lần.

**--- Hết ---**

**LỜI GIẢI**

**Câu 1.** (4 điểm)

1. Ta có:

A =

= n(

=

=

= n(n + 2)(n + 4)

Thay n = 2k

Ta có: A = n(n + 2)(n + 4) = 8k(k + 1)(k + 2)

Vì 8 và k(k + 1)(k + 2) .6

Nên A = 8k(k + 1)(k + 2)

1. Đặt A = . Do tích a.b chẵn nên ta xét các trường hợp sau: TH1: Trong 2 số a, b có 1 số chẵn và 1 số lẻ.

Không mất tính tổng quát, giả sử a chẵn, b lẻ.

=> 4; 4 dư 1 => 4 dư 1

=> = (m

Chọn c = 2m => = = (tm) (1)

TH2: Cả 2 số a, b cùng chẵn.

=> 4 => = 4n (n

Chọn c = n - 1 => = = (tm) (2)

Từ (1) và (2) ta luôn tìm c Z thỏa mãn bài toán.

**Câu 2.** (6 điểm)

a)

Ta thấy

Tương tự ;

Cộng vế theo vế các bất đẳng thức trên ta được:

b) Phương trình: . Điều kiện x

Ta có:

= 0

= 0

x.2 - +4 = 0

x = 6 (tmđk)

Vậy nghiệm của PT là: x = 6



Đặt x + y = a, xy = b ta được

Vì 3a + b a suy ra b =

Ta có 0

Suy ra 0

Nếu a =>

Suy ra: < 0 (loại)

Nếu a => 28 => -

Suy ra: < 0 (loại)

Nếu -2 < a < 5 mà a nguyên nên a nhận các giá trị: -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5

Do b nguyên và b = nên tìm được các cặp số (a; b) thỏa mãn: (-1;0); (3;2)

Với a = -1; b = 0, tìm được các cặp (x;y) thỏa mãn: (0; -1); (-1; 0)

Với a = 3; b = 2, tìm được các cặp (x;y) thỏa mãn: (1;2); (2;1)

Vậy các cặp số (x;y) thỏa mãn: (0; -1); (-1; 0); (1;2); (2;1)

**Câu 3.** (2 điểm)

Đặt = x; = y; = z => (x, y, z > 0)

=> P = (3 + x)(3 + y)(3 + z)

=

(\*)

Lại có: xyz = (vì a, b, c > 0)

Mà a + b + c =>

=> abc => => xyz

Thay vào (\*) ta được: P

= 27 + 144 + 108 + 64 = 343

Dấu “=” có khi a = b = c = khi a = b = c =

**Câu 4.** (7 điểm)



=

Từ đó chứng minh được tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC (c.g.c)

Vì tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC nên:

=> .

1. có (góc có cạnh tương ứng song song)

Suy ra đồng dạng với (g.g)

Suy ra:

=> BA.KN = BH.KM

1. đồng dạng với nên = 2 (Vì MN là đường TB của tam giác AHC);

Lại có: (G là trọng tâm của tam giác AHC)

=> = . Mặt khác

=> ABG đồng dạng với tam giác MKG (c.g.c)

=>

=>

**Câu 5.** (1 điểm)

Xét hình vuông cạnh 2x2, do hình vuông này có mỗi hình vuông nhỏ luôn chung cạnh hoặc chung đỉnh nên tồn tại nhiều nhất 1 số chẵn, nhiều nhất 1 số chia hết cho 3 do đó có ít nhất 2 số lẻ không chia hết cho 3. Bảng 10x10 được chia thành 25 hình vuông có cạnh 2x2 nên có ít nhất 50 số lẻ không chia hết cho 3. Từ 1 đến 10 có 3 số lẻ không chia hết cho 3 là 1, 5, 7. Áp dụng nguyên lí Dirichlet ta được một trong ba số trên xuất hiện ít nhất lần.