

**TÀI LIỆU DÀNH CHO HỌC SINH GIỎI MỨC 9-10 ĐIỂM****Dạng 1. Nguyên hàm của hàm ẩn hoặc liên quan đến phương trình  $f(x), f'(x), f''(x)$** 

**Dạng 1.** Bài toán tích phân liên quan đến đẳng thức  $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)$

**Phương pháp:**

Để dàng thấy rằng  $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'$

Do đó  $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x)$

Suy ra  $u(x)f(x) = \int h(x)dx$

Từ đây ta dễ dàng tính được  $f(x)$

**Dạng 2.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức  $f'(x) + f(x) = h(x)$

**Phương pháp:**

Nhân hai vế với  $e^x$  ta được  $e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x)$

Suy ra  $e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x)dx$

Từ đây ta dễ dàng tính được  $f(x)$

**Dạng 3.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức  $f'(x) - f(x) = h(x)$

**Phương pháp:**

Nhân hai vế với  $e^{-x}$  ta được  $e^{-x} \cdot f'(x) - e^{-x} \cdot f(x) = e^{-x} \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^{-x} \cdot f(x)]' = e^{-x} \cdot h(x)$

Suy ra  $e^{-x} \cdot f(x) = \int e^{-x} \cdot h(x)dx$

Từ đây ta dễ dàng tính được  $f(x)$

**Dạng 4.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức  $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = h(x)$

(Phương trình vi phân tuyến tính cấp 1)

**Phương pháp:**

Nhân hai vế với  $e^{\int p(x)dx}$  ta được

$$f'(x) \cdot e^{\int p(x)dx} + p(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \cdot f(x) = h(x) \cdot e^{\int p(x)dx} \Leftrightarrow [f(x) \cdot e^{\int p(x)dx}]' = h(x) \cdot e^{\int p(x)dx}$$

Suy ra  $f(x) \cdot e^{\int p(x)dx} = \int e^{\int p(x)dx} h(x)dx$

Từ đây ta dễ dàng tính được  $f(x)$

**Dạng 5.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức  $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = 0$

**Phương pháp:**

Chia hai vế với  $f(x)$  ta được  $\frac{f'(x)}{f(x)} + p(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = -p(x)$

Suy ra  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = -\int p(x)dx \Leftrightarrow \ln |f(x)| = -\int p(x)dx$

Từ đây ta dễ dàng tính được  $f(x)$

**Dạng 6.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức  $f'(x) + p(x) \cdot [f(x)]^n = 0$

**Phương pháp:**

Chia hai vế với  $[f(x)]^n$  ta được  $\frac{f'(x)}{[f(x)]^n} + p(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} = -p(x)$

Suy ra  $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} dx = -\int p(x)dx \Leftrightarrow \frac{[f(x)]^{-n+1}}{-n+1} = -\int p(x)dx$

Từ đây ta dễ dàng tính được  $f(x)$

**Câu 1.** (Mã 103 2018) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{25}$  và  $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Giá trị của  $f(1)$  bằng

- A.  $-\frac{391}{400}$                       B.  $-\frac{1}{40}$                       C.  $-\frac{41}{400}$                       D.  $-\frac{1}{10}$

**Câu 2.** (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020) Cho hàm số  $y = f(x)$  đồng biến và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $(f'(x))^2 = f(x).e^x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 2$ . Khi đó  $f(2)$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A. (12;13).                      B. (9;10).                      C. (11;12).                      D. (13;14).

**Câu 3.** (Chuyên Thái Bình - 2020) Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{4}{19}$  và

$f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

- A.  $-\frac{2}{3}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $-\frac{3}{4}$ .

**Câu 4.** (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1;0\}$  thỏa mãn điều kiện:  $f(1) = -2 \ln 2$  và  $x.(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x$ . Biết  $f(2) = a + b \ln 3$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Giá trị  $2(a^2 + b^2)$  là

- A.  $\frac{27}{4}$ .                      B. 9.                      C.  $\frac{3}{4}$ .                      D.  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 5.** (Hải Hậu - Nam Định - 2020) Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(x) < 0, \forall x > 0$  và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$  và  $f(1) = -\frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$  bằng

- A.  $-\frac{2020}{2021}$ .                      B.  $-\frac{2015}{2019}$ .                      C.  $-\frac{2019}{2020}$ .                      D.  $-\frac{2016}{2021}$ .

**Câu 6.** (Bắc Ninh 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1;0\}$  thỏa mãn  $f(1) = 2 \ln 2 + 1$ ,  $x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1;0\}$ . Biết  $f(2) = a + b \ln 3$ , với  $a, b$  là hai số hữu tỉ. Tính  $T = a^2 - b$ .

- A.  $T = \frac{-3}{16}$ .                      B.  $T = \frac{21}{16}$ .                      C.  $T = \frac{3}{2}$ .                      D.  $T = 0$ .

**Câu 7.** (THPT Nguyễn Trãi - Đà Nẵng - 2018) Cho hs  $y = f(x)$  thỏa mãn  $y' = xy^2$  và  $f(-1) = 1$  thì giá trị  $f(2)$  là

- A.  $e^2$ .                      B.  $2e$ .                      C.  $e+1$ .                      D.  $e^3$ .

**Câu 8.** (Sở Hà Nội Năm 2019) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}, f(x) \neq 0$  với mọi  $x$  và thỏa mãn  $f(1) = -\frac{1}{2}, f'(x) = (2x+1)f^2(x)$ . Biết  $f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1$  với  $a, b \in \mathbb{N}, (a, b) = 1$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $a - b = 2019$ .                      B.  $ab > 2019$ .                      C.  $2a + b = 2022$ .                      D.  $b \leq 2020$ .

**Câu 9.** (THPT Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$ . Biết  $f(1) = \frac{1}{2}$ . Tính  $f(4)$ ?

A. 24.

B. 14.

C. 4.

D. 16.

**Câu 10. (Chuyên Thái Nguyên 2019)** Cho hàm số  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(0) = 1$  và

$f(x) = \sqrt{x+1} \cdot f'(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $f(x) < 2$ B.  $2 < f(x) < 4$ C.  $f(x) > 6$ D.  $4 < f(x) < 6$ 

**Câu 11. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên

$[2; 4]$  và  $f'(x) > 0, \forall x \in [2; 4]$ . Biết  $4x^3 f(x) = [f'(x)]^3 - x^3, \forall x \in [2; 4], f(2) = \frac{7}{4}$ . Giá trị của  $f(4)$  bằng

A.  $\frac{40\sqrt{5}-1}{2}$ .B.  $\frac{20\sqrt{5}-1}{4}$ .C.  $\frac{20\sqrt{5}-1}{2}$ .D.  $\frac{40\sqrt{5}-1}{4}$ .

**Câu 12. (Chuyên Thái Bình 2019)** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$f(x) + f'(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 1$ . Tính  $f(1)$ .

A.  $\frac{2}{e}$ .B.  $\frac{1}{e}$ .C.  $e$ .D.  $\frac{e}{2}$ .

**Câu 13. (THPT NGHĨA HƯNG ND- GK2 - 2018 - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn

$[xf'(x)]^2 + 1 = x^2 [1 - f(x) \cdot f''(x)]$  với mọi  $x$  dương. Biết  $f(1) = f'(1) = 1$ . Giá trị  $f^2(2)$  bằng

A.  $f^2(2) = \sqrt{2 \ln 2 + 2}$ .B.  $f^2(2) = 2 \ln 2 + 2$ .C.  $f^2(2) = \ln 2 + 1$ .D.  $f^2(2) = \sqrt{\ln 2 + 1}$ .

**Câu 14. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$

và  $f(0) = f'(0) = 1$ . Tính giá trị của  $T = f^2(2)$

A.  $\frac{43}{30}$ B.  $\frac{16}{15}$ C.  $\frac{43}{15}$ D.  $\frac{26}{15}$ 

**Câu 15. (Sở Bình Phước 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , thỏa mãn

$f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$ . Biết rằng  $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b \ln 3$  trong đó  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Giá trị của biểu

thức  $P = a + b$  bằng

A.  $\frac{14}{9}$ B.  $-\frac{2}{9}$ C.  $\frac{7}{9}$ D.  $-\frac{4}{9}$ 

**Câu 16. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ ;

$y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(3) = \frac{4}{9}$  và  $[f'(x)]^2 = (x+1) \cdot f(x)$ . Tính

$f(8)$ .

A.  $f(8) = 49$ .B.  $f(8) = 256$ .C.  $f(8) = \frac{1}{16}$ .D.  $f(8) = \frac{49}{64}$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 2$  và  $(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá

trị của  $f(2)$  bằng

A.  $\frac{2}{5}$ B.  $-\frac{2}{5}$ C.  $-\frac{5}{2}$ D.  $\frac{5}{2}$

**Câu 18.** (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$ , biết  $f'(x) + (2x+1)f^2(x) = 0$ ,  $f(x) > 0$ ,  $\forall x > 0$  và  $f(2) = \frac{1}{6}$ . Tính giá trị của  $P = f(1) + f(2) + \dots + f(2019)$ .

- A.  $\frac{2021}{2020}$ .      B.  $\frac{2020}{2019}$ .      C.  $\frac{2019}{2020}$ .      D.  $\frac{2018}{2019}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[-2; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 3$  và  $(f(x))^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$ . Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 1]$  là

- A.  $2\sqrt[3]{42}$ .      B.  $2\sqrt[3]{15}$ .      C.  $\sqrt[3]{42}$ .      D.  $\sqrt[3]{15}$ .

**Câu 20.** (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 4$  và  $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$  với mọi  $x > 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- A. 5.      B. 10.      C. 20.      D. 15.

**Câu 21.** (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn các điều kiện:  $f(0) = 2\sqrt{2}$ ,  $f(x) > 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(x) \cdot f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó giá trị  $f(1)$  bằng

- A.  $\sqrt{26}$ .      B.  $\sqrt{24}$ .      C.  $\sqrt{15}$ .      D.  $\sqrt{23}$ .

**Câu 22.** (Cần Thơ 2018) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = f'(0) = 3$ . Giá trị của  $[f(1)]^2$  bằng

- A. 28.      B. 22.      C.  $\frac{19}{2}$ .      D. 10.

**Câu 23.** (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$  và  $f(0) = \frac{1}{2}$ . Tính  $f(2)$ .

- A.  $f(2) = \frac{e}{3}$ .      B.  $f(2) = \frac{e}{6}$ .      C.  $f(2) = \frac{e^2}{3}$ .      D.  $f(2) = \frac{e^2}{6}$ .

**Câu 24.** (Liên Trường - Nghệ An - 2018) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$  thỏa mãn điều kiện  $f(1) = -2\ln 2$  và  $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$ . Giá trị  $f(2) = a + b \ln 3$ , với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $a^2 + b^2$ .

- A.  $\frac{25}{4}$ .      B.  $\frac{9}{2}$ .      C.  $\frac{5}{2}$ .      D.  $\frac{13}{4}$ .

**Câu 25.** (THPT Lê Xoay - 2018) Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(1) = 1$ ,  $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$ , với mọi  $x > 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $2 < f(5) < 3$ .      B.  $1 < f(5) < 2$ .      C.  $4 < f(5) < 5$ .      D.  $3 < f(5) < 4$ .

**Câu 26.** (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An - 2018) Cho hàm số  $f(x) \neq 0$  thỏa mãn điều kiện

$f'(x) = (2x+3)f^2(x)$  và  $f(0) = -\frac{1}{2}$ . Biết rằng tổng  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2017) + f(2018) = \frac{a}{b}$

với  $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*)$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\frac{a}{b} < -1$ .      B.  $\frac{a}{b} > 1$ .      C.  $a + b = 1010$ .      D.  $b - a = 3029$ .

**Câu 27. (THPT Nam Trực - Nam Định - 2018)** Cho hàm số  $f(x) \neq 0$ ,  $f'(x) = \frac{3x^4 + x^2 - 1}{x^2} f^2(x)$  và  $f(1) = -\frac{1}{3}$ . Tính  $f(1) + f(2) + \dots + f(80)$ .

- A.  $-\frac{3240}{6481}$ .      B.  $\frac{6480}{6481}$ .      C.  $-\frac{6480}{6481}$ .      D.  $\frac{3240}{6481}$ .

**Câu 28. (Sở Hà Tĩnh - 2018)** Cho hàm số  $f(x)$  đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn  $[0; 2]$  và thỏa mãn  $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$ . Biết  $f(0) = 1, f(2) = e^6$ . Khi đó  $f(1)$  bằng

- A.  $e^{\frac{3}{2}}$ .      B.  $e^3$ .      C.  $e^{\frac{5}{2}}$ .      D.  $e^2$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 0$ . Tính  $f(1)$ .

- A.  $f(1) = e^2$ .      B.  $f(1) = -\frac{1}{e}$ .      C.  $f(1) = \frac{1}{e^2}$ .      D.  $f(1) = \frac{1}{e}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$ . Biết  $f(0) = 2$ . Tính  $f^2(2)$ .

- A.  $f^2(2) = \frac{313}{15}$ .      B.  $f^2(2) = \frac{332}{15}$ .      C.  $f^2(2) = \frac{324}{15}$ .      D.  $f^2(2) = \frac{323}{15}$ .

**Câu 31. (Chuyên Đại học Vinh - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 2$ . Tất cả các nguyên hàm của  $f(x)e^{2x}$  là

- A.  $(x-2)e^x + e^x + C$ .      B.  $(x+2)e^{2x} + e^x + C$ .  
C.  $(x-1)e^x + C$ .      D.  $(x+1)e^x + C$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $2xf'(x) + f(x) = 2x \quad \forall x \in (0; +\infty)$ ,  $f(1) = 1$ . Giá trị của biểu thức  $f(4)$  là:

- A.  $\frac{25}{6}$ .      B.  $\frac{25}{3}$ .      C.  $\frac{17}{6}$ .      D.  $\frac{17}{3}$ .

**Câu 33. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn điều kiện  $x^6 [f'(x)]^3 + 27[f(x) - 1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- A.  $-1$ .      B.  $1$ .      C.  $7$ .      D.  $-7$ .

**Câu 34. (Bến Tre 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn:  $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = f'(0) = 1$ . Giá trị của  $f^2(1)$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}$ .      B.  $8$ .      C.  $10$ .      D.  $4$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(1; +\infty)$  và thỏa mãn

$(xf'(x) - 2f(x)) \cdot \ln x = x^3 - f(x), \forall x \in (1; +\infty)$ ; biết  $f(\sqrt[3]{e}) = 3e$ . Giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(12; \frac{25}{2}\right)$ .      B.  $\left(13; \frac{27}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{23}{2}; 12\right)$ .      D.  $\left(14; \frac{29}{2}\right)$ .

**Câu 36.** (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$$3f'(x).e^{f^3(x)-x^2-1} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Biết } f(0) = 1, \text{ tính tích phân } \int_0^{\sqrt{7}} x.f(x) dx.$$

- A.  $\frac{11}{2}$ .                      B.  $\frac{15}{4}$ .                      C.  $\frac{45}{8}$ .                      D.  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 37.** (SP Đồng Nai - 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và không âm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$$f(x).f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x)+1} \text{ và } f(0) = 0. \text{ Gọi } M, m \text{ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số } y = f(x) \text{ trên đoạn } [1;3]. \text{ Biết rằng giá trị của biểu thức } P = 2M - m \text{ có dạng } a\sqrt{11} - b\sqrt{3} + c, (a, b, c \in \mathbb{Z}). \text{ Tính } a + b + c$$

- A.  $a + b + c = 7$ .                      B.  $a + b + c = 4$ .                      C.  $a + b + c = 6$ .                      D.  $a + b + c = 5$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1;0\}$  thỏa mãn  $f(1) = 2 \ln 2 + 1$ ,

$$x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1;0\}. \text{ Biết } f(2) = a + b \ln 3, \text{ với } a, b \text{ là hai số hữu tỉ.}$$

Tính  $T = a^2 - b$ .

- A.  $T = \frac{21}{16}$ .                      B.  $T = \frac{3}{2}$ .                      C.  $T = 0$ .                      D.  $T = -\frac{3}{16}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $3x.f(x) - x^2.f'(x) = 2f^2(x)$ , với

$$f(x) \neq 0, \forall x \in (0; +\infty) \text{ và } f(1) = \frac{1}{3}. \text{ Gọi } M, m \text{ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số}$$

$y = f(x)$  trên đoạn  $[1;2]$ . Tính  $M + m$ .

- A.  $\frac{9}{10}$ .                      B.  $\frac{21}{10}$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $\frac{7}{3}$ .

**Câu 40.** (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn

$$xf'(x) + (x+1)f(x) = e^{-x} \text{ với mọi } x. \text{ Tính } f'(0).$$

- A. 1.                      B. -1.                      C. e.                      D.  $\frac{1}{e}$ .

**Câu 41.** (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên

$$(-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{0\}, \text{ thỏa mãn } f(1) = 0 \text{ và } f'(x) + x(e^{f(x)} + 2) + \frac{x}{e^{f(x)}} = 0. \text{ Giá trị của } f\left(\frac{1}{2}\right) \text{ bằng}$$

- A.  $\ln 7$ .                      B.  $\ln 5$ .                      C.  $\ln 6$ .                      D.  $\ln 3$ .

**Câu 42.** (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Giả sử  $f(x)$  là hàm có đạo hàm liên tục trên  $(0; \pi)$  và

$$f'(x) \sin x = x + f(x) \cos x, \forall x \in (0; \pi). \text{ Biết } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{12}(a + b \ln 2 + c\pi\sqrt{3}), \text{ với } a, b, c \text{ là các số}$$

nguyên. Giá trị của  $a + b + c$  bằng

- A. -1.                      B. 1.                      C. 11.                      D. -11.

**Câu 43.** (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên

khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$$xf'(x) = f(x) + x^3 \ln x, \forall x > 0 \text{ và } f(1) = \frac{3}{4}. \text{ Tính } f(2)$$

- A.  $2\ln 2 + 1$ .                      B.  $4\ln 2 + 1$ .                      C.  $2\ln 2$                       D.  $4\ln 2$

**Câu 44. (Liên Trường Nghệ An – 2021)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và luôn nhận giá trị dương trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $f(0) = e^2$  và  $2\sin 2x \left[ f(x) + e^{\cos 2x} \cdot \sqrt{f(x)} \right] + f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$  thuộc khoảng

- A.  $(1; 2)$ .                      B.  $(2; 3)$ .                      C.  $(3; 4)$ .                      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 45. (Chuyên Thái Nguyên 2019)** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{x^2} (x^3 - 4x)$ . Hàm số  $F(x^2 + x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 6.                      B. 5.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 46. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Cho  $F(x) = \int \frac{(1 + \cos^2 x)(\sin x + \cot x)}{\sin^4 x} dx$  và  $S$  là tổng

tất cả các nghiệm của phương trình  $F(x) = F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  trên khoảng  $(0; 4\pi)$ . Tổng  $S$  thuộc khoảng

- A.  $(6\pi; 9\pi)$ .                      B.  $(2\pi; 4\pi)$ .                      C.  $(4\pi; 6\pi)$ .                      D.  $(0; 2\pi)$ .

**Câu 47. (Chuyên Quốc Học Huế 2019)** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$  trên khoảng  $(0; \pi)$ . Biết rằng giá trị lớn nhất của  $F(x)$  trên khoảng  $(0; \pi)$  là  $\sqrt{3}$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$                       B.  $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$                       D.  $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 - \sqrt{3}$

**Câu 48.** Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ . Hỏi đồ thị của hàm số  $y = F(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng  $(0; 4\pi)$ ?

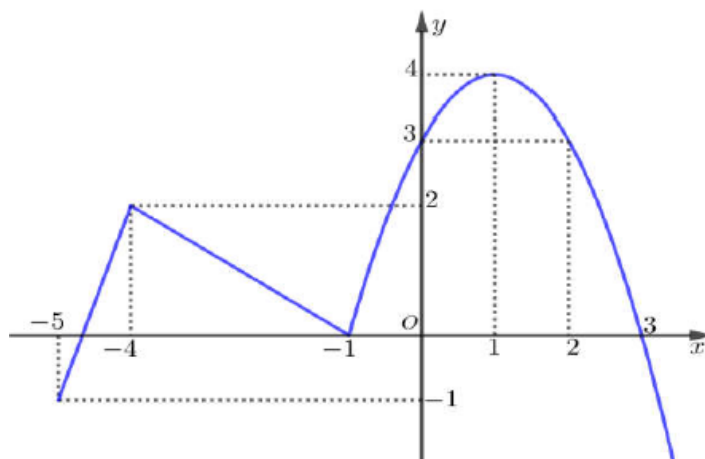
- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 49. (Chuyên - Vĩnh Phúc - 2019)** Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$ . Hỏi đồ thị của hàm số  $y = F(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.                      B. 2.                      C. vô số điểm.                      D. 0.

**Câu 50. (Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số

$y = f'(x)$  trên  $[-5; 3]$  như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol  $y = ax^2 + bx + c$ ).



Biết  $f(0)=0$ , giá trị của  $2f(-5)+3f(2)$  bằng

- A. 33.                      B.  $\frac{109}{3}$ .                      C.  $\frac{35}{3}$ .                      D. 11.

**Câu 51.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x$  và  $f(1) = 2$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là

- A.  $y = -16x - 20$ .    B.  $y = 16x - 20$ .    C.  $y = 16x + 20$ .    D.  $y = -16x + 20$ .

**Câu 52.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , thỏa mãn  $f(0) = \sqrt{3}$  và  $f(x) \cdot f'(x) = \cos x \sqrt{1 + f^2(x)}$ ,  $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  và giá

trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- A.  $m = \frac{\sqrt{5}}{2}, M = \sqrt{3}$ .    B.  $m = \frac{5}{2}, M = 3$ .  
C.  $m = \sqrt{3}, M = 2\sqrt{2}$ .    D.  $m = \frac{\sqrt{21}}{2}, M = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 53.** (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn:  $f'(x) = f(x) + e^x \cdot \cos 2021x$  và  $f(0) = 0$ . Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm có hoành độ thuộc đoạn  $[-1; 1]$ ?

- A. 3                      B. 1                      C. 1287                      D. 4043

**Câu 54.** (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2022) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{25}$  và  $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1) - f(0)$  bằng

- A.  $\frac{1}{90}$ .                      B.  $-\frac{1}{90}$ .                      C.  $-\frac{1}{72}$ .    D.  $\frac{1}{72}$

**Câu 55.** (Cụm Trường Nghệ An - 2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f'(x) - 2f(x) = (x^2 + 1)e^{\frac{x^2 + 4x - 1}{2}}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = e^2$ . Biết  $f(3) = a \cdot e^b + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{N}$ . Tính  $2a + 3b + 4c$ .

- A. 36.                      B. 30.                      C. 24.                      D. 32.

**Câu 56.** (THPT Hương Sơn - Hà Tĩnh - 2022) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(1) = 2$ ;  $f'(x) = \frac{x^2}{[f(x)]^2}$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$ . Giá trị  $f(3)$  bằng

- A.  $\sqrt[3]{34}$ .                      B. 34.                      C. 3.                      D.  $\sqrt[3]{20}$ .

**Câu 57.** (Sở Thanh Hóa 2022) Cho hàm số  $f(x) \neq 0, \forall x > 0$  và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) = (2x + 1)f^2(x)$ ,  $\forall x > 0$  và  $f(1) = -\frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2022)$  bằng

- A.  $\frac{2022}{2023}$ .



- B.  $\frac{2021}{2022}$ .  
 C.  $-\frac{2021}{2022}$ .  
 D.  $-\frac{2022}{2023}$ .

**Câu 58. (Sở Lạng Sơn 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(1) = e$  và  $f'(x) + f(x) = x, x \in \mathbb{R}$ . Giá trị  $f(2)$  bằng

- A.  $\frac{2}{e}$ .                      B.  $1 - \frac{1}{e}$ .                      C.  $1 + \frac{1}{e}$ .                      D. 2.

**Câu 59. (Sở Lạng Sơn 2022)** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(1) = e, f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$ , với mọi  $x > 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $3 < f(5) < 4$ .              B.  $11 < f(5) < 12$ .              C.  $10 < f(5) < 11$ .              D.  $4 < f(5) < 5$ .

**Câu 60. (Sở Phú Thọ 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$  thỏa mãn  $x(x+2) \cdot f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$  và  $f(1) = -6 \ln 3$ . Biết  $f(3) = a + b \ln 5 (a, b \in \mathbb{Q})$ . Giá trị  $a - b$  bằng?

- A. 20.                      B. 10.                      C.  $\frac{10}{3}$ .                      D.  $\frac{20}{3}$ .

**Câu 61. (Sở Vĩnh Phúc 2022)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $f(x) > -1$  và  $f'(x) \sqrt{x^2+1} = 2x \sqrt{f(x)+1}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết rằng  $f(0) = 0$ , khi đó  $f(2)$  có giá trị bằng

- A. 0.                      B. 4.                      C. 8.                      D. 6.

**Câu 62. (Chuyên Nguyễn Trãi – Hải Dương – 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C),  $f(x)$  có đạo hàm xác định và liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn điều kiện  $f'(x) = \ln x \cdot f^2(x), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(x) \neq 0, \forall x \in (0; +\infty)$  và  $f(e) = 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ  $x = 1$ .

- A.  $y = -\frac{2}{3}x + 2$ .  
 B.  $y = -\frac{2}{3}$ .  
 C.  $y = \frac{2}{3}x + 1$ .  
 D.  $y = \frac{2}{3}$ .

**Câu 63. (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh – 2022)** Cho hàm số  $y = f(x) > 0$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = e^3$ . Biết  $f'(x) = (2x-3)f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hỏi phương trình  $f(x) = e^{2x^4-3x+4}$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4.  
 B. 3.  
 C. 2.  
 D. 0.

**Câu 64. (THPT Kim Liên - Hà Nội - 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(x) > 0, \forall x > \frac{1}{2}$  và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$  thỏa mãn  $f'(x) + 8xf^2(x) = 0, \forall x > \frac{1}{2}$  và  $f(1) = \frac{1}{3}$ . Tính  $f(1) + f(2) + \dots + f(1011)$ .

- A.  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023}$ .      B.  $\frac{2021}{2043}$ .      C.  $\frac{2022}{4045}$ .      D.  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2021}{2022}$ .

**Câu 65. (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc - 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $2x.f'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}, \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = \frac{1}{2}$ , tính  $f(4)$ .

- A. 14.      B. 4.      C. 24.      D. 16.

**Câu 66. (Chuyên Hà Tĩnh 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $2x.f'(x) + f(x) = 4x\sqrt{x}$ . Biết  $f(1) = 2$ . Giá trị của  $f(4)$  bằng

- A.  $\frac{15}{4}$ .      B.  $\frac{17}{4}$ .      C.  $\frac{15}{2}$ .      D.  $\frac{17}{2}$ .

**Câu 67. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2022)** Cho hàm số  $f(x) > 0$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$  và  $f(0) = \left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2$ . Giá trị  $f(3)$  bằng

- A.  $4(4\ln 2 - \ln 5)^2$ .      B.  $2(4\ln 2 - \ln 5)^2$ .      C.  $\frac{1}{2}(4\ln 2 - \ln 5)^2$ .      D.  $\frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2$ .

**Câu 68. (Sở Hà Nam 2022)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và thỏa mãn  $f(x) > 0, \forall x \in (1; 3)$ . Biết rằng  $e^{2x}.f^3(x) + 1 = 3e^x.f'(x).\sqrt{f(x)}, \forall x \in (1; 3)$  và  $f(2) = e^{-\frac{4}{3}}$ , khi đó giá trị của  $f\left(\frac{3}{2}\right)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ .      D.  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .

**Câu 69. (Sở Hà Nam 2022)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  và

$f'(x) = \cos x(6\sin^2 x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{2}{3}$ , khi đó  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $-\frac{2}{3}$ .      C. 1.      D. 0.

**Câu 70. (Sở KonTum 2022)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 2$ . Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x)e^{2x}$  là

- A.  $xe^x + x + C$ .      B.  $(x+1)e^x + C$ .      C.  $xe^{-x} + x + C$ .      D.  $(x-1)e^x + C$ .

**Câu 71. (Sở Hậu Giang 2022)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = \frac{1}{2}$  và

$$f'(x) - \frac{f(x)}{x^2 + x} = \frac{x}{x+1}, \forall x \in (0; +\infty). \text{ Giá trị } f(7) \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{7}{8}$ .                      B.  $\frac{49}{8}$ .                      C.  $\frac{1}{8}$ .                      D.  $\frac{48}{49}$ .

**Câu 72. (Cụm trường Bắc Ninh 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ ; thỏa mãn  $f(0) = -1$ . Biết  $F(x) = \frac{1}{4}(2x-1).e^{2x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f'(x) - f(x)$ . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x).e^{-2x}$  là

- A.  $\int f(x).e^{-2x} dx = x.e^x + \frac{1}{2}e^x + C$ .                      B.  $\int f(x).e^{-2x} dx = x^2 - x + C$ .  
C.  $\int f(x).e^{-2x} dx = x.e^x - \frac{1}{2}e^x + C$ .                      D.  $\int f(x).e^{-2x} dx = \frac{x^2}{2} - x + C$ .

**Câu 73. (Sở Nam Định 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  thỏa mãn  $(1+x^2)f'(x) - 1 = 3x^4 + 4x^2, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 0$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $21.f(x^2)$  và  $F(0) = 10$ , hãy tính  $F(2)$ .

- A.  $F(2) = 566$ .                      B.  $F(2) = \frac{566}{21}$ .                      C.  $F(2) = 366$ .                      D.  $F(2) = 52$ .

**Câu 74. (Mã 101-2023)** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x)\ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(3)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(12; 14)$ .                      B.  $(4; 6)$ .                      C.  $(1; 3)$ .                      D.  $(6; 8)$ .

**Câu 75. (Mã 102-2023)** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x)\ln f(x) = x(f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(4)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 3)$ .                      B.  $(8; 10)$ .                      C.  $(6; 8)$ .                      D.  $(13; 15)$ .

**Câu 76. (Mã 103 - 2023)** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$ , có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x)\ln f(x) = x(2f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(3)$ , giá trị  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(40; 42)$ .                      B.  $(3; 5)$ .                      C.  $(32; 34)$ .                      D.  $(1; 3)$ .

**Câu 77. (Mã 104-2023)** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$  có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn  $f(x)\ln f(x) = x(2f(x) - f'(x)), \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = f(4)$ , giá trị của  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(54; 56)$ .                      B.  $(74; 76)$ .                      C.  $(10; 12)$ .                      D.  $(3; 5)$ .

**Câu 78. (Sở Thái Nguyên 2023)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ , đồng thời thỏa mãn  $f(x).f'(x) - [f(x)]^2 = 2e^{6x}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $f(0) = 1$  và  $f(1) = a.e^b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Giá trị  $a + b$  bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. -2.

**Câu 79. (Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi 2023)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và

thỏa mãn  $f'(x) + xf(x) = \frac{2x}{e^{x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = -2$ . Tính  $f(-2)$ .

A.  $f(-2) = -\frac{2}{e^4}$ .

B.  $f(-2) = \frac{2}{e^4}$ .

C.  $f(-2) = 4$ .

D.  $f(-2) = e^2$ .

**Câu 80. (THPT Nam Trực – Nam Định 2023)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng

$(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f(x) = x[\sin x + f'(x)] + \cos x, \forall x \in (0; +\infty)$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ . Giá trị của  $f(\pi)$  bằng

A.  $1 + \frac{\pi}{2}$ .

B.  $-1 + \frac{\pi}{2}$ .

C.  $1 + \pi$ .

D.  $-1 + \pi$ .

**Câu 81. (Liên trường Nghệ An - Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Thái Hòa 2023)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm đến cấp hai liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f'(0) = 0, f(0) = \ln 2$  và

$(1-x)[f''(x)+1] = f'(x)[xf''(x)+2x-1], \forall x \in [0; 1]$ . Giá trị  $f(1)$  gần với số nào sau nhất?

A. -2,5.

B. -2,25.

C. 0,25.

D. 0,5.

**Câu 82. (Đại học Quốc Gia Hà Nội 2023)** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp hai liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa

mãn  $f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(x) = f(x) + (3x+4)e^{2x}$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

A.  $e^2$ .

B.  $2e^4$ .

C.  $2e^2$ .

D.  $e^4$ .

**Câu 83. (Sở Vĩnh Phúc 2023)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$(x+2)f(x) = xf'(x) - x^3, \forall x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = e$ . Giá trị của  $f(2)$  là

A.  $4e^2 + 4e - 2$ .

B.  $4e^2 + 4e - 4$ .

C.  $4e^2 + 2e - 2$ .

D.  $4e^2 + 2e - 4$ .

**Câu 84. (Sở Quảng Trị 2023)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

và  $\cos x \cdot f'(x) + \sin x \cdot f(x) = 2 \sin x \cdot \cos^3 x$  với mọi  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Lúc đó,  $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$  thuộc khoảng

A.  $(5; 6)$ .

B.  $(1; 3)$ .

C.  $(3; 5)$ .

D.  $(6; 10)$ .

**Câu 85. (Chuyên KHTN 2023)** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $x \cdot f'(x) = f(x) - xf^2(x)$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$ . Biết  $f(1) = 1$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

A.  $\frac{2}{5}$ .

B.  $\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D.  $\frac{4}{5}$ .