Chương

Bài 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC & PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\ge 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[6;+\infty)$. **C.** $[8;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2-8x+7\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 1\\x\ge 7\end{array}\right.$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;1]\cup[7;+\infty)$.

Do đó $[6;+\infty)\not\subset S$.

» **Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2-14x+20<0$ là

A. $S=(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(2;5)$. **D.** $S=[2;5]$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $0\le x\le 10\Leftrightarrow 2<x<5$.

Vậy $S=(2;5)$.

» **Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-25<0$ là

A. $S=(-5;5)$. **B.** $x>\pm 5$.

C. $-5<x<5$. **D.** $S=(-\infty;-5)\cup(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $x^2-25<0\Leftrightarrow -5<x<5$.

Vậy $S=(-5;5)$.

» **Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2<0$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2-3x+2<0\Leftrightarrow 1<x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2<0$ là $(1;2)$.

» Câu 5. Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-x-6\le 0$.

A. $S=(-\infty;-3)\cup(2:+\infty)$. **B.** $[-2;3]$.

C. $[-3;2]$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2-x-6\le 0\Leftrightarrow -2\le x\le 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S=[-2;3]$.

» Câu 6. Bất phương trình $-x^2+2x+3>0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-x^2+2x+3>0\Leftrightarrow -1<x<3$

» Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ là:

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $[-1;3]$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ xác định khi $-x^2+2x+3\ge 0\Leftrightarrow -1\le x\le 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-1;3]$.

» Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+x+12\ge 0$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[4;+\infty)$. **B.** $\varnothing$.

C. $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[-3;4]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2+x+12\ge 0\Leftrightarrow -3\le x\le 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3;4]$.

» Câu 9. Hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $(-\infty;-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3};+\infty)$. **B.** $(-\infty;-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3};+\infty)\backslash\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

C. $(-\infty;-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3};+\infty)\backslash\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$. **D.** $(-\infty;-\sqrt{3})\cup\left(\sqrt{3};\dfrac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases}\sqrt{x^2-3}+x-2\neq 0\\ x^2-3\geq 0\end{cases}$

Ta có $x^2-3\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\geq\sqrt{3}\\ x\leq-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Xét $\sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases}2-x\geq 0\\ x^2-3=(2-x)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\leq 2\\ x=\dfrac{7}{4}\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D=\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

» Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[2;+\infty\right)$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2-5x+2\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\leq\dfrac{1}{2}\\ x\geq 2\end{array}\right.$.

» Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $x^4-5x^2+4<0$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;-1)\cup(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^4-5x^2+4=(x^2-1)(x^2-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-1=0\\ x^2-4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-1\\ x=2\\ x=-2\end{array}\right.$.

Đặt $f(x)=x^4-5x^2+4$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
x^2-1		+	|	+	0	−	0	+	|	+	
x^2-4		+	0	−	|	−	|	−	0	+	
$f(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x)<0$ là $(-2;-1)\cup(1;2)$.

» Câu 12. Giải bất phương trình $x(x+5)\leq 2(x^2+2)$.

A. $x\leq 1$. **B.** $1\leq x\leq 4$. **C.** $x\in\left(-\infty;1\right]\cup\left[4;+\infty\right)$. **D.** $x\geq 4$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $x(x+5)\le 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x\le 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4\ge 0$

Xét phương trình $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4\ge 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

» **Câu 13.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2+x+3}{x^2-4}\ge 1$. Khi đó $S\cap(-2;2)$ là tập nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $(-2;-1]$.

✍ ***Lời giải***

Chọn C

Xét $\dfrac{x^2+x+3}{x^2-4}-1\ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{x+7}{x^2-4}\ge 0$.

Bất phương trình có tập nghiệm $S=[-7;-2)\cup(2;+\infty)$.

Vậy $S\cap(-2;2)=\varnothing$.

» **Câu 14.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\dfrac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\le -1$ là

A. Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.

C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

✍ ***Lời giải***

Chọn C

Điều kiện: $x^2-3x-10\ne 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5)\ne 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ne -2 \\ x\ne 5 \end{array}\right.$.

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\le -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}+1\le 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10}\le 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$-x^2+4x-3$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$x^2-3x-10$		$+$	$\Vert$	$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup[1;3]\cup(5;+\infty)$.

» **Câu 15.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=2-x$ là:

A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\{2;3\}$.

✍ ***Lời giải***

Chọn B

Thay các giá trị vào phương trình có $x=1$ vào thỏa mãn phương trình.

» Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=-x^2-5$ là

A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Vì $-x^2-5<0$ vậy phương trình vô nghiệm

» Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2}=2x-1$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{4-3x^2}=2x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1\ge 0 \\ 4-3x^2=4x^2-4x+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{-3}{7} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$\Rightarrow x=1$

Vậy phương trình có 1 nghiệm

» Câu 18. Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2}=x^2-4x+3$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $-2\le x\le 2$

$$(x-3)\sqrt{4-x^2}=x^2-4x+3 \Leftrightarrow (x-3)\sqrt{4-x^2}=(x-3)(x-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \quad (L) \\ \sqrt{4-x^2}=x-1 (*) \end{array}\right.$$

Giải (*)

$$\sqrt{4-x^2}=x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 1 \\ 2x^2-2x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1+\sqrt{7}}{2} \quad (TM) \\ x=\frac{1-\sqrt{7}}{2} \quad (L) \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm

» Câu 19. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2}=x^2-3x+2$ là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $-\sqrt{10}\le x\le \sqrt{10}$

$$(x-1)\sqrt{10-x^2}=x^2-3x+2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\sqrt{10-x^2}=(x-2)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(TM) \\ \sqrt{10-x^2}=x-2(*) \end{array}\right.$$

Giải (*)

$$\sqrt{10-x^2}=x-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 2 \\ 10-x^2=(x-2)^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=3(TM) \\ x=-1(L) \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 4

» Câu 20. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{6;2\}$. **D.** $S=\{6\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x-3}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ 2x-3=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ 2x-3=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x^2-8x+12=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=6.$$

» Câu 21. Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$.

A. 2 giao điểm. **B.** 4 giao điểm. **C.** 3 giao điểm. **D.** 1 giao điểm.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{3x-4}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3\geq 0 \\ \left(\sqrt{3x-4}\right)^2=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ 3x-4=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ x^2-9x+13=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{9-\sqrt{29}}{2} \\ x=\dfrac{9+\sqrt{29}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{9+\sqrt{29}}{2}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$ có 1 giao điểm chung.

» Câu 22. Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1}=x-2$ bằng:

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

+) Với điều kiện $x-2\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 2$ ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình: $2x-1=(x-2)^2 \Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(L) \\ x=5(t/m) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=5$.

» **Câu 23.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2}=x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

✍ Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{3x-2}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ 3x-2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

» **Câu 24.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng

A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

✍ Lời giải

Chọn A

$\sqrt{5x+6}=x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6\ge 0 \\ 5x+6=x^2-12x+36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 6 \\ x^2-17x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 6 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=15 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=15$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=15$.

» **Câu 25.** Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1}=x^2+x-1$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 0.

✍ Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+x+1>0, \forall x\in \mathbb{R}$

$\sqrt{x^2+x+1}=x^2+x-1 \Leftrightarrow x^2+x+1-\sqrt{x^2+x+1}-2=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+x+1}\right)^2-\sqrt{x^2+x+1}-2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+x+1}=-1\ (vn) \\ \sqrt{x^2+x+1}=2\ (1) \end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x+1}=2 \Leftrightarrow x^2+x-3=0$

Do đó: $x_1.x_2=\frac{-3}{1}=-3$.

» **Câu 26.** Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

✍ Lời giải

Chọn B

+) Điều kiện: $2x+7\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -\frac{7}{2}$.

$(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7}=(x-2)(x+2)$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[\sqrt{2x+7}-(x+2)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7}=x+2 \end{array}\right.$.

+) $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn).

+) $\sqrt{2x+7}=x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2\ge 0 \\ 2x+7=(x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

» Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} 3-x\ge 0 \\ x+2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\le x\le 3$.

Phương trình tương đương: $3-x=x+2 \Leftrightarrow 1=2x \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

» Câu 28. sSố nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5}=x^2-2x+3$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2-2x+5>0,\ \forall x\in ¡$

Đặt $t=x^2-2x+5$, ta có phương trình trở thành $\sqrt{t}=t-2$

$\sqrt{t}=t-2 \Leftrightarrow \begin{cases} t\ge 2 \\ t=(t-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\ge 2 \\ t^2-5t+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=4 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow t=4$.

Khi đó $4=x^2-2x+5 \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$. Thử lại ta thấy $x=1$ thỏa mãn.
Suy ra phương trình đã cho có một nghiệm.

» Câu 29. $[-3;1)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x}=\sqrt{\frac{1}{1-x^3}}$ **B.** $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{3-2x-x^2}$

C. $\sqrt{-x^2-x+6}=\sqrt{-x^2-3x+4}$ **D.** $\sqrt{1-x}=\sqrt{-x^2-x+6}$

Lời giải

Chọn A

A. ĐK: $\begin{cases}3+x\ge 0\\ \dfrac{1}{1-x^3}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -3\\ 1-x^3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -3\\ x<1\end{cases}.$

B. ĐK: $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{3-2x-x^2}$ $\begin{cases}x^2-2x+1\ge 0\\ 3-2x-x^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2\ge 0\\ -(x-1)(x+3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 1.$

C. ĐK: $\begin{cases}-x^2-x+6\ge 0\\ -x^2-3x+4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-(x+3)(x-2)\ge 0\\ -(x-1)(x+4)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3\le x\le 2\\ -4\le x\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 1.$

D. ĐK: $\begin{cases}1-x\ge 0\\ -x^2-x+6\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\ -(x+3)(x-2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\ -3\le x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 1.$

» Câu 30. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2-x}=1$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

- Điều kiện: $\begin{cases}3x+1\ge 0\\ 2-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{3}\\ x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}\le x\le 2.$

- PT $\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2-x}\Leftrightarrow\left[\sqrt{3x+1}\right]^2=\left[1+\sqrt{2-x}\right]^2\Leftrightarrow 3x+1=1+2\sqrt{2-x}+2-x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2-x}=4x-2\Leftrightarrow\sqrt{2-x}=2x-1\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1\ge 0\\ 2-x=(2x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\ 2-x=4x^2-4x+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\ 4x^2-3x-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=1$.

» Câu 31. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+mx+4=0$ có nghiệm

A. $-4\le m\le 4$. **B.** $m\le -4$ hay $m\ge 4$.

C. $m\le -2$ hay $m\ge 2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2+mx+4=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta\ge 0\Leftrightarrow m^2-16\ge 0\Leftrightarrow m\le -4$ hay $m\ge 4$

» Câu 32. Tìm m để phương trình $-x^2+2(m-1)x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1;2)$ **B.** $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ **C.** $[-1;2]$ **D.** $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (-1).(m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right.$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

» Câu 33. Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0 \quad (1)$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\infty; -\dfrac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $m \in \left(-\dfrac{3}{5}; 1\right)$.

D. $m \in \left(-\dfrac{3}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m - 3 \neq 0 \\ \Delta = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x < -\dfrac{3}{5} \\ x > 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\dfrac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

» Câu 34. Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \geq 0$.

B. $m = \pm 2$.

C. $\left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m < -4 \end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0 \qquad (*)$.

TH1. Với $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

- Khi $m = 2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3 = 0$ (vô lý).
- Khi $m = -2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{8}$.

Suy ra với $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{array}\right.$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2 - 3(m^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 3m^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 4m + 16 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -4 \end{array}\right.$.

Suy ra với $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m<-4 \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm.

» Câu 35. Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m\leq 0$ hoặc $m\geq 28$.
B. $m<0$ hoặc $m>28$.
C. $0<m<28$.
D. $m>0$.

Lời giải

Chọn B

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=1\neq 0 \\ \Delta_x=(m+2)^2-4(8m+1)>0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow m^2+4m+4-32m-4>0 \Leftrightarrow m^2-28m>0 \Leftrightarrow m(m-28)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>28 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Vậy $m<0$ hoặc $m>28$ là giá trị cần tìm.

» Câu 36. Xác định m để phương trình $mx^3-x^2+2x-8m=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7}<m<\frac{1}{6}$.
B. $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{6}$.
C. $m>\frac{1}{7}$.
D. $m>0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $mx^3-x^2+2x-8m=0 \Leftrightarrow (x-2)(mx^2+(2m-1)x+4m)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ f(x)=mx^2+(2m-1)x+4m=0 \quad (*) \end{array}\right.$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 0 \\ \Delta>0 \\ f(2)\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 0 \\ -12m^2-4m+1>0 \\ 4m+2(2m-1)+4m\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 0 \\ -\frac{1}{2}<m<\frac{1}{6} \\ m\neq \frac{1}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 0 \\ -\frac{1}{2}<m<\frac{1}{6} \end{array}\right. \quad (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lí Vi ét ta có: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=\frac{1-2m}{2} \\ x_1+x_2=4 \end{array}\right.$.

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases}(x_1-1)+(x_2-1)>0\\(x_1-1)(x_2-1)>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2-2>0\\x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1-2m}{m}-2>0\\4-\dfrac{1-2m}{m}+1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1-2m}{m}-2>0\\4-\dfrac{1-2m}{m}+1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1-4m}{m}>0\\\dfrac{7m-1}{m}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<m<\dfrac{1}{4}\\\left[\begin{array}{l}m>\dfrac{1}{7}\\m<0\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{7}<m<\dfrac{1}{4} \quad (2)$.

Vậy $\dfrac{1}{7}<m<\dfrac{1}{6}$

» Câu 37. Phương trình $2x^2-(m^2-m+1)x+2m^2-3m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m<-1$ hoặc $m>\dfrac{5}{2}$. **B.** $-1<m<\dfrac{5}{2}$.

C. $m\le -1$ hoặc $m\ge\dfrac{5}{2}$. **D.** $-1\le m\le\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$ac<0 \Leftrightarrow 2.(2m^2-3m-5)<0 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{5}{2}$.

» Câu 38. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}<3$?

A. $m<2 \vee m>6$. **B.** $-2<m\ne -1<2 \vee m>6$.

C. $2<m<6$. **D.** $-2<m<6$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0 \quad (*)$, có $\Delta'=m+2$.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$\begin{cases}a\ne 0\\\Delta'>0\\P\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m+1\ne 0\\m+2>0\\m-2\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\ne\{-1;2\}\\m>-2\end{cases} \quad (1).$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$ suy ra $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{2m}{m+1}\\x_1x_2=\dfrac{m-2}{m+1}\end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{2m}{m-2}<3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>6 \\ m<2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với (I), ta được $\left[\begin{array}{l} m>6 \\ m\in(-2;-1)\cup(-1;2) \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm.

» Câu 39. Tam thức $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m<3$. **B.** $m\geq 3$. **C.** $m\leq -3$. **D.** $m\leq 3$.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=(m-1)^2-(m^2-3m+4)\leq 0$

$\Leftrightarrow m-3\leq 0$

$\Leftrightarrow m\leq 3$.

Vậy $m\leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1}\leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in(-2;2)$.

C. $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $m\in[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2+2x-5=-(x-1)^2-4<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Nên $\frac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1}\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-mx+1>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta=m^2-4\leq 0 \Leftrightarrow m\in[-2;2]$.

» Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx-2m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx-2m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2-2mx-2m+3\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'\leq 0 \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3\leq 0 \\ 1>0 \end{cases} \Leftrightarrow -3\leq m\leq 1$. Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

» Câu 42. Cho hàm số $f(x)=-x^2-2(m-1)x+2m-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)>0$, $\forall x\in(0;1)$.

A. $m>1$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)>0$, $\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow -x^2-2(m-1)x+2m-1>0$, $\forall x\in(0;1)$.

$\Leftrightarrow -2m(x-1)>x^2-2x+1$, $\forall x\in(0;1)$ $(*)$.

Vì $x\in(0;1)\Rightarrow x-1<0$ nên $(*)\Leftrightarrow -2m<\frac{x^2-2x+1}{x-1}=x-1=g(x)$, $\forall x\in(0;1)$.

$\Leftrightarrow -2m\le g(0)=-1\Leftrightarrow m\ge \frac{1}{2}$.

» Câu 43. Tìm m để $-9<\frac{3x^2+mx-6}{x^2-x+1}<6$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $-3<m<6$. **B.** $-3\le m\le 6$. **C.** $m<-3$. **D.** $m>6$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình đã cho tương tương với

$-9(x^2-x+1)<3x^2+mx-6<6(x^2-x+1)$ (do $x^2-x+1>0\,\forall x\in\mathbb{R}$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases}12x^2+(m-9)x+3>0 \ (1)\\ 3x^2-(m+6)x+12>0 \ (2)\end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ (1) và (2) nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta_{(1)}<0\\ \Delta_{(2)}<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}(m-9)^2-144<0\\ (m+6)^2-144<0\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<6.$$

» Câu 44. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất

A. $m>4$. **B.** $4<m<5$. **C.** $3<m<4$. **D.** $m<4$.

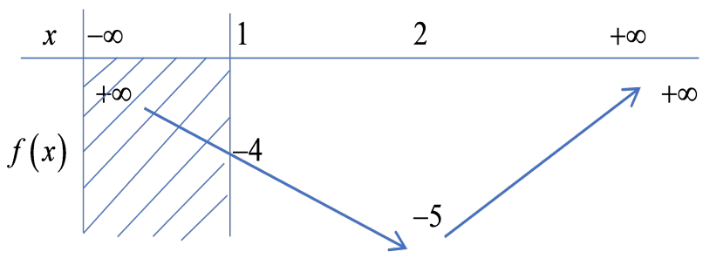
Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ 2x^2-6x+m=(x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 1\\ x^2-4x-1=-m\,(1)\end{cases}.$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (1)$ có nghiệm duy nhất $x\ge 1$.

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đường thẳng $y=-m$ và đồ thị hàm số $f(x)=x^2-4x-1$.



Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\left[\begin{array}{l} -m=-5 \\ -m>-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m<4 \end{array}\right.$.

» Câu 45. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-x-2m}=x-2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m\geq -\frac{25}{4}$. **B.** $m\geq 3$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\geq -\frac{25}{8}$.

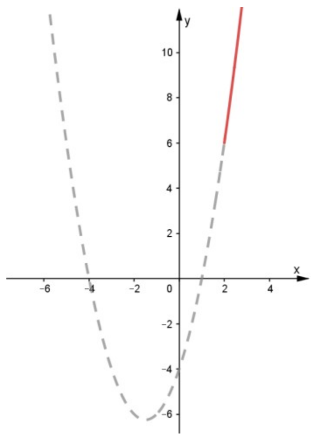
Lời giải

Chọn B

$\sqrt{2x^2-x-2m}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x^2+3x-4=2m \end{cases}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^2+3x-4$ với đường thẳng $y=m$ trên tập $[2;+\infty)$.

Ta có đồ thị sau



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình có nghiệm khi $2m\geq 6 \Leftrightarrow m\geq 3$.

» Câu 46. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2+2x+2m}=2x+1$ có hai nghiệm phân biệt là $S=(a;b]$. Khi đó giá trị $P=ab$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{x^2+2x+2m}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1\geq 0 \\ x^2+2x+2m=(2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2+2x+1-2m=0\ (*) \end{cases}$.

Đặt $t=x+\frac{1}{2}$; phương trình (*) trở thành: $3\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+2\left(t-\frac{1}{2}\right)+1-2m=0$

$\Leftrightarrow 3t^2-t+\frac{3}{4}-2m=0\ (**)$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-\frac{1}{2} \le x_1 < x_2$ khi và chỉ khi phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 \le t_1 < t_2$. Điều kiện: $\begin{cases} \Delta = (-1)^2 - 4.3.\left(\frac{3}{4} - 2m\right) > 0 \\ S = -\frac{-1}{3} > 0 \\ P = \frac{\frac{3}{4} - 2m}{3} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \le \frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m \le \frac{3}{8}$.

Vậy $S = \left(\frac{1}{3}; \frac{3}{8}\right]$. Ta có: $\frac{1}{3}.\frac{3}{8} = \frac{1}{8}$.

» Câu 47. Tìm m để phương trình $\left(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1\right)(x+1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$, ta được điều kiện $m \notin [a;b]$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b$ bằng

A. $P = 10$. **B.** $P = 12$. **C.** $P = 20$. **D.** $P = 15$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = \left(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1\right)(x+1)^3 + x^2 - x - 3$ liên tục trên ℝ.

$f(-1) = -1 < 0$, $f(0) = \sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 4$.

Để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$ thì $f(0) = \sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 4 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{5m^2 - 2m - 2} > 4 - m$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4 - m < 0 \\ 5m^2 - 2m - 2 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4 - m \ge 0 \\ 5m^2 - 2m - 2 > m^2 - 8m + 16 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 4 \\ \begin{cases} m \le 4 \\ 4m^2 + 6m - 18 > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < -3 \vee \frac{3}{2} < m \le 4 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow m < -3 \vee m > \frac{3}{2}$.

Do đó $m \notin \left[-3; \frac{3}{2}\right]$ hay $P = a^2 + 2b = 12$.

» Câu 48. Phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = m^2(x+1)$ có nghiệm thì $m \in [a;b] \setminus \{0\}$, tính giá trị của $a^2 + b$

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $[1;+\infty)$

Phương trình ban đầu

$$\Leftrightarrow 2(x+1)=m^2(x+1)\left(\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ 2=m^2\left(\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}\right)(1)\end{array}\right.$$

Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm $x\ge 1$.

Lại có $(1)\Leftrightarrow \dfrac{2}{m^2}=\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}$ do $m=0$ là cho phương trình vô nghiệm.

Vậy (1) có nghiệm $x\ge 1$ $\Leftrightarrow \dfrac{2}{m^2}$ thuộc miền giá trị của hàm số $y=\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}$ với $x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow \dfrac{2}{m^2}\ge 2\Leftrightarrow m\in[-1;1]\setminus\{0\}$.

» Câu 49. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2$ có nghiệm.

A. $m\le 1$. **B.** $m\in(1;+\infty)$. **C.** $m>2$. **D.** $m\ge 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\ 2x^2-2x-2m=(x-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ x^2+2x-4=2m\,(*)\end{cases}.$$

Xét hàm số $f(x)=x^2+2x-4$, $(x\ge 2)$

BBT:

x	2	$+\infty$
$f(x)$	4 ↗	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $x\ge 2\Leftrightarrow 2m\ge 4\Leftrightarrow m\ge 2$.

» Câu 50. Cho phương trình $\sqrt{x^2-8x+m}=2x-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m\in\left[-\dfrac{1}{3};\dfrac{15}{4}\right]$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{15}{4}\right]$. **C.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{15}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1\ge 0\\ x^2-8x+m=(2x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\ m=3x^2+4x+1\end{cases}\quad(*)$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi (*) vô nghiệm.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=3x^2+4x+1$ như sau

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	$+\infty$
$y=3x^2+4x+1$	$+\infty$ ↘	↗	$15/4$	$+\infty$

Từ BBT suy ra pt vô nghiệm khi và chỉ khi $m<\frac{15}{4}$.

» **Câu 51.** Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2-2x-m-1}=\sqrt{2x-1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương: $\begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ x^2-2x-m-1=2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\frac{1}{2} \\ x^2-4x-m=0 \end{cases}$

Để phương trình $\sqrt{x^2-2x-m-1}=\sqrt{2x-1}$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2-4x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa $x_2>x_1\ge\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ x_1+x_2>1 \\ \left(x_1-\frac{1}{2}\right)\left(x_2-\frac{1}{2}\right)\ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4+m>0 \\ 4>0 \\ x_1x_2-\frac{1}{2}(x_1+x_2)+\frac{1}{4}\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4+m>0 \\ -m-\frac{1}{2}.4+\frac{1}{4}\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m\le-\frac{7}{4}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 52.** Cho phương trình $\sqrt{2x^2+x+3}=-x-5\,(*)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2-9x-22=0$		
(b)	Phương trình $\sqrt{2x^2+x+3}=-x-5$ và phương trình $x^2-9x-22=0$ có chung tập nghiệm		
(c)	$x=11; x=-2$ là nghiệm của phương trình (*)		
(d)	Tập nghiệm của phương trình (*) là $S=\varnothing$		

Lời giải

(a) *Bình phương 2 vế của phương trình ta được* $x^2-9x-22=0$

$\sqrt{2x^2+x+3}+x+5=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2+x+3}=-x-5$.

Bình phương hai vế của phương trình, ta được:

$2x^2+x+3=x^2+10x+25 \Rightarrow x^2-9x-22=0 \Rightarrow x=11$ hoặc $x=-2$

Thay lần lượt $x=11; x=-2$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều không thỏa mãn.

Do đó, phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\varnothing$

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Phương trình* $\sqrt{2x^2+x+3}=-x-5$ *và phương trình* $x^2-9x-22=0$ *có chung tập nghiệm*

$$x^2-9x-22=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=11 \\ x=-2 \end{array}\right. \Rightarrow S'=\{11;-2\}$$

» Chọn SAI.

(c) $x=11;x=-2$ *là nghiệm của phương trình (*)*

Tập nghiệm của phương trình (*) đã cho là $S=\varnothing$

» Chọn SAI.

(d) *Tập nghiệm của phương trình (*) là* $S=\varnothing$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 53. Cho phương trình $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$ (*). Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Điều kiện $x\le 2$		
(b)	Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2+3x+1=0$		
(c)	Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Các nghiệm của phương trình (*) thuộc ¢		

Lời giải

(a) *Điều kiện* $x\le 2$

Điều kiện $2-x\ge 0 \Leftrightarrow 2\ge x$

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được* $x^2+3x+1=0$

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$x^2+2x+4=2-x \Leftrightarrow x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-2.$

» Chọn SAI.

(c) *Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt*

Thay giá trị $x=-1$ vào phương trình: $\sqrt{3}=\sqrt{3}$ (thỏa mãn).

Thay giá trị $x=-2$ vào phương trình: $\sqrt{4}=\sqrt{4}$ (thỏa mãn).

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Các nghiệm của phương trình (*) thuộc* ¢

Vậy tập nghiệm phương trình là $S=\{-1;-2\}$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 54. Cho 2 phương trình $\sqrt{5x+10}=8-x(1)$ và $\sqrt{3x^2-9x+1}=x-2(2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Phương trình (1) có 1 nghiệm		
(b)	Phương trình (2) có 2 nghiệm		
(c	Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm		

)			
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6		

✍ *Lời giải*

(a) *Phương trình (1) có 1 nghiệm*

(1) $\sqrt{5x+10}=8-x$.

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$5x+10=64-16x+x^2 \Leftrightarrow x^2-21x+54=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=18 \end{array}\right..$$

Thay $x=3$ vào phương trình đã cho: $\sqrt{25}=5$ (thỏa mãn).

Thay $x=18$ vào phương trình đã cho: $\sqrt{100}=-10$ (không thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình: $S=\{3\}$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Phương trình (2) có 2 nghiệm*

(2) $\sqrt{3x^2-9x+1}=x-2$.

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$3x^2-9x+1=x^2-4x+4 \Leftrightarrow 2x^2-5x-3=0 \Leftrightarrow x=3 \vee x=-\frac{1}{2}$.

Thay $x=3$ vào phương trình đã cho, ta được: $\sqrt{1}=1$ (thỏa mãn).

Thay $x=-\frac{1}{2}$ vào phương trình đã cho, ta được: $\sqrt{\frac{25}{4}}=-\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình: $S=\{3\}$.

» Chọn SAI.

(c) *Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm*

Vậy tập nghiệm hai phương trình đã cho là $S=\{3\}$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6*

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 55. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x^2+4}=x^2-4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x\geq 2$		
(b)	Phương trình có 3 nghiệm		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5		
(d)	Các nghiệm của phương trình là các số chẵn		

✍ *Lời giải*

(a) *Điều kiện* $x\geq 2$

Điều kiện $2x^2+4\geq 0\ \forall x\in \mathbb{R}$

» **Chọn** SAI.

(b) *Phương trình có 3 nghiệm*

Ta có: $(x-2)\sqrt{2x^2+4}=x^2-4$

$\Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x^2+4}=(x-2)(x+2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ \sqrt{2x^2+4}=x+2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \begin{cases} x+2\geq 0 \\ 2x^2+4=x^2+4x+4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \begin{cases} x\geq -2 \\ x^2-4x=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \begin{cases} x\geq -2 \\ x=0 \vee x=4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S=\{0;2;4\}$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5*

Tổng các nghiệm của phương trình là: 6.

» **Chọn** SAI.

(d) *Các nghiệm của phương trình là các số chẵn*

» **Chọn** ĐÚNG.

» Câu 56. Cho phương trình $\sqrt{x^2+2x-3}-\sqrt{-2x^2+5}=0$. (3) Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $2x^2+2x-3=0$		
(b)	Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2+2x-8=0$		
(c)	Phương trình (3) có một nghiệm		
(d)	Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm		

Lời giải

(a) *Bình phương hai vế phương trình (3), ta được:* $2x^2+2x-3=0$

$\sqrt{x^2+2x-3}-\sqrt{-2x^2+5}=0\Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x-3}=\sqrt{-2x^2+5}$.(3)

Bình phương hai vế phương trình (3), ta được:

$x^2+2x-3=-2x^2+5\Rightarrow 3x^2+2x-8=0\Rightarrow x=-2$ hoặc $x=\frac{4}{3}$.

» **Chọn** SAI.

(b) *Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình* $3x^2+2x-8=0$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (3) ta thấy chỉ có $x=\frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là $S=\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

$3x^2+2x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3} \\ x=-2 \end{array}\right. \Rightarrow S'=\left\{\frac{4}{3};-2\right\}$

» **Chọn** SAI.

(c) *Phương trình (3) có một nghiệm*

» **Chọn** ĐÚNG.

(d) *Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm*

» **Chọn** SAI.

» **Câu 57.** Cho phương trình $\sqrt{3x-2}=1+\sqrt{x+7}$. (1) Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x\ge\frac{2}{3}$		
(b)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x-9)^2=0$		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11		

Lời giải

(a) *Điều kiện* $x\ge\frac{2}{3}$

Điều kiện: $\begin{cases}3x-2\ge0\\x+7\ge0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge\frac{2}{3}$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt*

(1) $\Leftrightarrow\sqrt{3x-2}=\sqrt{x+7}+1\Leftrightarrow 3x-2=x+8+\sqrt{x+7}\Leftrightarrow\sqrt{x+7}=x-5$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x-5\ge0\\x+7=x^2-10x+25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge5\\\left[\begin{array}{l}x=9\\x=2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=9$.

Kết hợp điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x=9$.

» **Chọn** SAI.

(c) *Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình* $(x-9)^2=0$

Tập nghiệm của phương trình (1) là $S=\{9\}$.

Phương trình $(x-9)^2=0$ có tập nghiệm $S=\{9\}$

» **Chọn** ĐÚNG.

(d) *Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11*

» **Chọn** SAI.

» **Câu 58.** Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ (3). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x\ge\frac{7}{2}$		
(b)	Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3		

)			
(d)	Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên		

✍ ***Lời giải***

(a) *Điều kiện* $x \ge \frac{7}{2}$

Điều kiện: $2x+7 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -\frac{7}{2}$.

» Chọn SAI.

(b) *Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt*

$$(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\sqrt{2x+7} - (x+2)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{array}\right.$$.

+) $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn).

+) $\sqrt{2x+7} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \ge 0 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases}$.

Vậy phương trình (3) có hai nghiệm $x=2$ và $x=1$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3*

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên*

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 59. Cho phương trình $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$ (4) Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \ge \frac{1}{2}$		
(b)	Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt		
(c)	Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng $3-\sqrt{2}$		

✍ ***Lời giải***

(a) *Điều kiện:* $x \ge \frac{1}{2}$

Điều kiện: $x \ge \frac{1}{2}$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt*

$$(4) \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} - x + x^2 - (2x-1) = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x-1} - x\right) + x^2 - \left(\sqrt{2x-1}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x-1} - x\right) + \left(x - \sqrt{2x-1}\right)\left(x + \sqrt{2x-1}\right) = 0$$

$\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{2x-1}\right)\left(-1+x+\sqrt{2x-1}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2x-1}=x\\ \sqrt{2x-1}=1-x\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0\\ 2x^2-1=x^2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}1-x\ge 0\\ 2x-1=(1-x)^2\end{cases} \Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=2-\sqrt{2}$.

So với Điều kiện, nghiệm của phương trình là $x=1$ hoặc $x=2-\sqrt{2}$.

» Chọn SAI.

(c) *Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên*

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng* $3-\sqrt{2}$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 60. Cho phương trình $\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x(x+2)}=2\sqrt{x^2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	$x=0$ là nghiệm của phương trình		
(b)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9		
(d)	Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2		

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x(x-1)\ge 0\\ x(x+2)\ge 0\\ x\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\le 0 \vee x\ge 1\\ x\le -2 \vee x\ge 0\\ x\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x\ge 1\end{array}\right.$.

+ Với $x=0$ thì phương trình trở thành $0=0 \Rightarrow x=0$ là một nghiệm của pt.

+ Với $x\ge 1$ thì pt $\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}\right)=2\sqrt{x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}=2\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow x-1+x+2+2\sqrt{(x-1)(x+2)}=4x$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x+2)}=x-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge \frac{1}{2}\\ x^2+x-2=x^2-x+\frac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge \frac{1}{2}\\ x=\frac{9}{8}\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{9}{8}(N)$.

Suy ra nghiệm của phương trình là $x=0 \vee x=\frac{9}{8}$.

(a) $x=0$ *là nghiệm của phương trình*

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Phương trình có 2 nghiệm phân biệt*

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9*

Tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{9}{8}$

» Chọn SAI.

(d) *Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2*

Nghiệm lớn nhất của phương trình là $\frac{9}{8}=1,125<2$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 61. Cho phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $-\sqrt{10}\le x\le\sqrt{10}$		
(b)	$x=-3$ là nghiệm của phương trình		
(c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		

✍ *Lời giải*

(a) *Điều kiện* $-\sqrt{10}\le x\le\sqrt{10}$

Điều kiện: $10-x^2\ge 0\Leftrightarrow -\sqrt{10}\le x\le\sqrt{10}$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) $x=-3$ *là nghiệm của phương trình*

$(*)\Leftrightarrow (x+3)\sqrt{10-x^2}=(x+3)(x-4)$

$$\Leftrightarrow (x+3)\left[\sqrt{10-x^2}-(x-4)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\ \sqrt{10-x^2}=x-4\ (1)\end{array}\right.$$

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Phương trình có 2 nghiệm phân biệt*

Ta có: $-\sqrt{10}\le x\le\sqrt{10}\Rightarrow x-4\le\sqrt{10}-4<0\Rightarrow x-4<0$ nên (1) vô nghiệm.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=-3$.

» Chọn SAI.

(d) *Tổng các nghiệm của phương trình bằng* 3

Phương trình có nghiệm duy nhất $x=-3$.

» Chọn SAI.

» Câu 62. Cho phương trình $x^2+\sqrt{x+5}=5$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x\ge -5$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $x^2-(x+5)+\left(x+\sqrt{x+5}\right)=0$		
(c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Tích các nghiệm của phương trình là một số dương		

✍ *Lời giải*

(a) *Điều kiện* $x\ge -5$

Điều kiện: $x+5\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -5$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Phương trình tương đương với phương trình* $x^2-(x+5)+\left(x+\sqrt{x+5}\right)=0$

PT $\Leftrightarrow x^2-(x+5)+\left(x+\sqrt{x+5}\right)=0$

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Phương trình có 2 nghiệm phân biệt*

$$\Leftrightarrow x^2-\left(\sqrt{x+5}\right)^2+\left(x+\sqrt{x+5}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{x+5}\right)\left(x+\sqrt{x+5}\right)+\left(x+\sqrt{x+5}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\sqrt{x+5}\right)\left(x+1-\sqrt{x+5}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sqrt{x+5}=-x & (1)\\ \sqrt{x+5}=x+1 & (2)\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}$ hoặc $x=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Tích các nghiệm của phương trình là một số dương*

Tích các nghiệm của phương trình là $\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}\cdot\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}\approx -2,797$.

» Chọn SAI.

» Câu 63. Cho phương trình $2x^2-6x+10-5(x-2)\sqrt{x+1}=0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x\ge -1$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2+2(x+1)-5(x-2)\sqrt{x+1}=0$		
(c)	$x=0$ là nghiệm của phương trình		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11		

✍ Lời giải

(a) *Điều kiện* $x\ge -1$

Điều kiện: $x\ge -1$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Phương trình tương đương với phương trình* $2(x-2)^2+2(x+1)-5(x-2)\sqrt{x+1}=0$

PT $\Leftrightarrow 2(x-2)^2+2(x+1)-5(x-2)\sqrt{x+1}=0$

» Chọn ĐÚNG.

(c) $x=0$ *là nghiệm của phương trình*

$$\Leftrightarrow \left[2(x-2)^2-(x-2)\sqrt{x+1}\right]+\left[2\left(\sqrt{x+1}\right)^2-4(x-2)\sqrt{x+1}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[2(x-2)-\sqrt{x+1}\right]-2\sqrt{x+1}\left[2(x-2)-\sqrt{x+1}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[2(x-2)-\sqrt{x+1}\right]\left[(x-2)-2\sqrt{x+1}\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2(x-2)-\sqrt{x+1}=0\\ 2\sqrt{x+1}-(x-2)=0\end{array}\right.$$

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=2(x-2)\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ 4x^2-17x+15=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\dfrac{5}{4}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=3.$$

$$(2)\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x-2\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ x^2-8x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=8.$$

So với điều kiện, phương trình có hai nghiệm: $x=3$ hoặc $x=8$.

» Chọn SAI.

(d) *Tổng các nghiệm của phương trình bằng* 11

Tổng hai nghiệm: $x=3$; $x=8$ bằng 11.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 64. Cho phương trình $4x^2+\sqrt{2x+3}=8x+1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x\ge\frac{3}{2}$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x-\frac{3}{2}\right)^2=\left(\sqrt{2x+3}-\frac{1}{2}\right)^2$		
(c)	Phương trình có 4 nghiệm phân biệt		
(d)	Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\frac{3}{2}$		

✍ *Lời giải*

(a) *Điều kiện:* $x\ge\frac{3}{2}$

Điều kiện: $2x+3\ge 0\Leftrightarrow x\ge -\frac{3}{2}$.

» Chọn SAI.

(b) *Phương trình tương đương với phương trình* $\left(2x-\frac{3}{2}\right)^2=\left(\sqrt{2x+3}-\frac{1}{2}\right)^2$

$$\text{pt}\Leftrightarrow 4x^2-6x+\frac{9}{4}=\left(\sqrt{2x+3}\right)^2-2\sqrt{2x+3}+\frac{1}{4}\Leftrightarrow \left(2x-\frac{3}{2}\right)^2=\left(\sqrt{2x+3}-\frac{1}{2}\right)^2$$

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Phương trình có 4 nghiệm phân biệt*

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\dfrac{3}{2}=\sqrt{2x+3}-\dfrac{1}{2} \\ 2x-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}-\sqrt{2x+3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2x+3}=2x-1 \\ \sqrt{2x+3}=1-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5-\sqrt{21}}{4} \\ x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4} \end{array}\right..$$

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{5-\sqrt{21}}{4}$ hoặc $x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$.

» Chọn SAI.

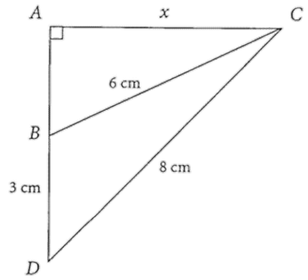
(d) *Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn* $\dfrac{3}{2}$

Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\underbrace{\dfrac{5-\sqrt{21}}{4}}_{\approx 0,104};\underbrace{\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}}_{\approx 1,78}\right\}$.

» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 65. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=6cm$. Điểm D nằm trên tia AB sao cho $DB=3cm, DC=8cm$ (xem hình vẽ). Đặt $AC=x$. Tính diện tích tam giác BCD *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười).*



✍ Lời giải

✓Trả lời: 7,6

Áp dụng định lí Pytago cho tam giác ABC vuông tại A, ta được:

$AC^2+AB^2=BC^2$.

Suy ra $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{6^2-x^2}=\sqrt{36-x^2}\,(cm)$.

Áp dụng định lí Pytago cho tam giác ACD vuông tại A, ta được:

$AC^2+AD^2=CD^2$.

Suy ra $AD=\sqrt{CD^2-AC^2}=\sqrt{8^2-x^2}=\sqrt{64-x^2}\,(cm)$.

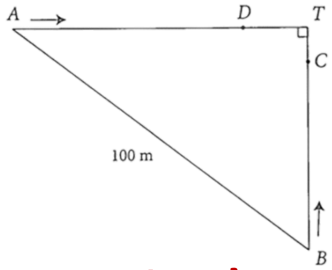
Mà $AB+BD=AD$ nên $\sqrt{36-x^2}+3=\sqrt{64-x^2}$ (1).

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$36-x^2+6\sqrt{36-x^2}+9=64-x^2 \Rightarrow \sqrt{36-x^2}=\dfrac{19}{6} \Rightarrow x^2=\dfrac{935}{36} \Rightarrow x\approx 5,1.$

Diện tích của tam giác BCD là: $\dfrac{1}{2}\cdot 5,1\cdot 3=7,6\ \left(cm^2\right)$.

» Câu 66. Lúc 8 giờ sáng, hai ô tô cùng xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau $100\,km$ chạy về thành phố T. Vận tốc của hai ô tô chạy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là $55\,km/h$ và $45\,km/h$. Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D cách thành phố T $14\,km$ thì ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cách thành phố T là $6\,km$. Thời điểm đó là *a* giờ *b* phút? Tính $a+b$



Lời giải

✓Trả lời: 21

Gọi x (giờ) là thời gian ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm $D(x>0)$.
Vì hai ô tô xuất phát cùng một lúc nên thời gian ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cũng là x giờ.

Do đó, quảng đường AD và BC lần lượt là $55x(km)$ và $45x(km)$.
Suy ra khoảng cách từ vị trí A và vị trí B đến thành phố T lần lượt là $55x+14(km)$
và $45x+6(km)$.
Vì khoảng cách giữa hai vị trí A và B là $100\,km$ nên ta có phương trình:

$$\sqrt{(55x+14)^2+(45x+6)^2}=100 \Rightarrow 5050x^2+2080x+232=10000.$$

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $x>0$, ta nhận $x=\frac{6}{5}$.
Đổi: $\frac{6}{5}$ giờ $=1$ giờ 12 phút.
Vậy thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D là:
8 giờ $+1$ giờ 12 phút =9 giờ 12 phút (sáng).
Khi đó $\begin{cases} a=9 \\ b=12 \end{cases} \Rightarrow a+b=21$

» Câu 67. Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-4x-1}-|2x+1|=1$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

✓Trả lời: -1,5

Trường hợp 1: Với $2x+1\geq 0$ hay $x\geq -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho trở thành:
$\sqrt{x^2-4x-1}-(2x+1)=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x-1}=2x+2$ (1)
Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:
$x^2-4x-1=4x^2+8x+4 \Rightarrow 3x^2+12x+5=0$

$\Rightarrow x=\frac{-6+\sqrt{21}}{3}$ hoặc $x=\frac{-6-\sqrt{21}}{3}$.

Mà $x\geq -\frac{1}{2}$ nên ta nhận $x=\frac{-6+\sqrt{21}}{3}$.

Thay $x=\frac{-6+\sqrt{21}}{3}$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Trường hợp 2: Với $2x+1<0$ hay $x<-\frac{1}{2}$, phương trình đã cho trở thành $\sqrt{x^2-4x-1}+2x+1=1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x-1}=-2x$. (2)

Bình phương hai vế của phương trình (2), ta được:

$x^2-4x-1=4x^2 \Rightarrow 3x^2+4x+1=0 \Rightarrow x=\frac{-1}{3}$ hoặc $x=-1$.

Mà $x<-\frac{1}{2}$ nên ta nhận $x=-1$.

Thay $x=-1$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{-6+\sqrt{21}}{3};-1\right\}$.

Tổng các phần tử $\frac{-6+\sqrt{21}}{3}+(-1)\approx-1,5$

» Câu 68. Tập nghiệm phương trình $\sqrt{2x^2-|x|+3}=-x+5$ có bao nhiêu phần tử nguyên?

Lời giải

✓ Trả lời: 1

Trường hợp 1: Với $x\geq0$, phương trình đã cho trở thành

$$\sqrt{2x^2-x+3}=-x+5. \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$2x^2-x+3=x^2-10x+25 \Rightarrow x^2+9x-22=0 \Rightarrow x=2$ hoặc $x=-11$.

Mà $x\geq0$ nên ta nhận $x=2$.

Thay $x=2$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Trường hợp 2: Với $x<0$, phương trình trở thành

$$\sqrt{2x^2+x+3}=-x+5.(2)$$

Bình phương hai vế của phương trình (2), ta được:

$2x^2+x+3=x^2-10x+25 \Rightarrow x^2+11x-22=0$

$\Rightarrow x=\frac{-11+\sqrt{209}}{2}$ hoặc $x=\frac{-11-\sqrt{209}}{2}$.

Mà $x<0$ nên ta nhận $x=\frac{-11-\sqrt{209}}{2}$.

Thay $x=\frac{-11-\sqrt{209}}{2}$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{2;\frac{-11-\sqrt{209}}{2}\right\}$.

» Câu 69. Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+1}=|x-2|$.

Lời giải

✓ Trả lời: 0,5

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta có:

$3x^2-9x-5=x^2-8x+16 \Leftrightarrow 2x^2-x-21=0 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=\frac{7}{2}$.

Thay $x=-3$ vào phương trình, ta được: $\sqrt{49}=|-7|$ (thỏa mãn).

Thay $x=\frac{7}{2}$ vào phương trình, ta được: $\frac{1}{2}=\left|-\frac{1}{2}\right|$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S=\left\{-3;\frac{7}{2}\right\}$.

Cách giải 2:

Ta có: $\sqrt{3x^2-9x-5}=|x-4| \Leftrightarrow \begin{cases} |x-4|\geq 0, \forall x\in \mathbb{R} \\ 3x^2-9x-5=x^2-8x+16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2x^2-x-21=0 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=\frac{7}{2}$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S=\left\{-3;\frac{7}{2}\right\}$.

» Câu 70. Phương trình $\sqrt[3]{x+7}=1+\sqrt{x}$ có bao nhiêu nghiệm dương?

Lời giải

✓ Trả lời: 1

Đặt $t=\sqrt[3]{x+7} \Rightarrow t^3=x+7 \Rightarrow t^3-7=x$.

Phương trình trở thành: $t=1+\sqrt{t^3-7} \Leftrightarrow \sqrt{t^3-7}=t-1 \Leftrightarrow \begin{cases} t-1\geq 0 \\ t^3-7=t^2-2t+1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t\geq 1 \\ t^3-t^2+2t-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\geq 1 \\ (t-2)(t^2+t+4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\geq 1 \\ t=2 \end{cases} \Leftrightarrow t=2.$

Với $t=2$ thì $2^3-7=x \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{1\}$.

» Câu 71. Tập nghiệm phương trình $2x-x^2+\sqrt{6x^2-12x+7}=0$ có bao nhiêu phần tử dương?

Lời giải

✓ Trả lời: 1

Đặt $t=\sqrt{6x^2-12x+7}\,(t\geq 0) \Rightarrow t^2=6\left(x^2-2x\right)+7 \Rightarrow \frac{t^2-7}{6}=x^2-2x$.

Với $t=1$ thì $\frac{1^2-7}{6}=x^2-2x \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S=\{1\}$.

» Câu 72. Tập nghiệm phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}=2x-12+2\sqrt{x^2-16}$ có bao nhiêu phần tử dương?

Lời giải

✓ Trả lời: 1

Điều kiện: $x\geq 4$. Đặt $t=\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}\quad (t\geq 0)$

$\Rightarrow t^2 = x+4+x-4+2\sqrt{(x-4)(x+4)} = 2x+2\sqrt{x^2-16}$.

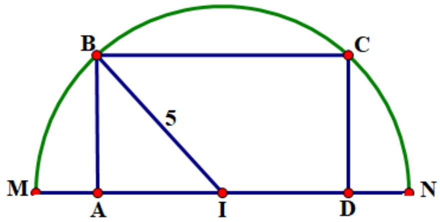
Phương trình trở thành: $t = t^2 - 12 \Leftrightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3 \text{ (lo?i)} \\ t=4 \text{ (nh?n)} \end{array}\right.$

Với $t=4$ thì $4^2 = 2x+2\sqrt{x^2-16} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-16} = 8-x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 8-x \geq 0 \\ x^2-16 = 64-16x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x=5 \end{cases} \Leftrightarrow x=5$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S=\{5\}$.

» Câu 73. Xét nửa đường tròn đường kính $MN=10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M,N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A, vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 và độ dài IA là một số nguyên.



✍ ***Lời giải***

✓ ***Trả lời: 4***

Đặt $IA = x \in (0;5) \Rightarrow AD = 2x$.

Xét tam giác IAB vuông tại A, ta có: $AB = \sqrt{5^2 - x^2}$.

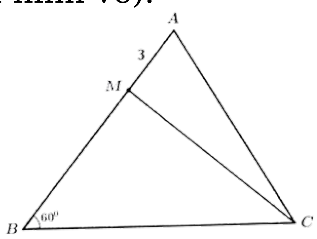
Chu vi hình chữ nhật $ABCD$ là:

$2AB + 2AD = 4x + 2\sqrt{5^2 - x^2} = 22 \Leftrightarrow \sqrt{25 - x^2} = 11 - 2x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 11-2x \geq 0 \\ 25 - x^2 = 121 - 44x + 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ 5x^2 - 44x + 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ x = 4 \vee x = \frac{24}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = \frac{24}{5}$.

Vậy khoảng cách giữa hai điểm I,A bằng 4 hoặc bằng $\frac{24}{5}$ thỏa mãn đề bài.

» Câu 74. Cho tam giác ABC có cạnh $BC=10$, góc ABC bằng 60°. Trên cạnh AB ta lấy điểm M sao cho $AM=3$ (như hình vẽ).



Đoạn thẳng BM dài bao nhiêu? Biết rằng $CM = \frac{8}{9}CA$ và $BM > 8$ (đáp số gần đúng đến hàng phần mười).

✍ ***Lời giải***

✓ ***Trả lời: 25,6***

Đặt $BM = x(x \geq 0)$.

Ta có $AC = \sqrt{AN^2 + NC^2 - 2AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{x^2 + 100 - 10x}$

$CM = \sqrt{BM^2 + BC^2 - 2BM \cdot BC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{(x+3)^2 + 100 - 10(x+3)} = \sqrt{x^2 - 4x + 79}$

Theo đề bài ta có: $AC = \frac{8}{9}BC \Rightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 100} = \frac{8}{9}\sqrt{x^2 - 4x + 79}$

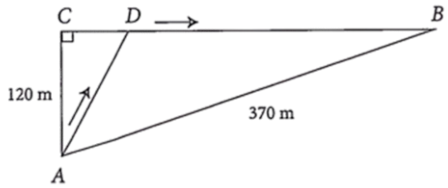
$\Rightarrow 81(x^2 - 10x + 100) = 64(x^2 - 4x + 79)$

$\Rightarrow 17x^2 - 554x + 3044 = 0 \Rightarrow x \approx 25,59$ hoặc $x \approx 6,99$.

Vậy $BM \approx 25,59$ hoặc $BM \approx 6,99$.

Khi đó $BM \approx 25,6$

» Câu 75. Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A, cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370\,m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí $A\,120\,m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13\,m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15\,m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



Lời giải

✓ Trả lời: 50

Gọi thời gian chú thỏ chạy trên đoạn AD là $x(0 < x < 30)$ (giây),

Khi đó thời gian chú thỏ chạy trên đoạn BD là $30 - x$ (giây).

Do đó, quãng đường AD và BD lần lượt là $13x(m)$ và $15(30 - x)(m)$.

Độ dài quãng đường BC là: $\sqrt{370^2 - 120^2} = 350(m)$.

Tam giác ACD vuông tại C nên $CD = \sqrt{(13x)^2 - 120^2}(m)$.

Mặt khác, $CD = BC - BD = 350 - 15(30 - x)(m)$.

Do đó, ta có: $\sqrt{(13x)^2 - 120^2} = 350 - 15(30 - x)$.

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $0 < x < 30$, ta nhận $x = 10$ (giây).

Vậy khoảng cách giữa vị trí C và vị trí D là: $350 - 15 \cdot (30 - 10) = 50(m)$.

-------------------------------- Hết --------------------------------