**BÀI 13. CÁC SỐ LIỆU ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM**

**A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NĂM**

**1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ TRUNG VỊ**

**a. Số trung bình**

Từ mẫu số liệu về điểm số của hai lớp A, B trên, em hãy:

**HĐ1:** Tính số trung bình cộng điểm khảo sát tiếng Anh của mỗi lớp A và B.

**Giải:** Điểm trung bình của lớp A làvà điểm trung bình của lớp B là.

**HĐ2:** Dựa trên điểm trung bình, hãy cho biết phương pháp học tập nào hiệu quả hơn.

**Giải:** Vì  nên phương pháp học tập của lớp B hiệu quả hơn.

|  |
| --- |
| Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu , kí hiệu là , được tính bằng công thức: |

**Chú ý.** Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức:



Trong đó  là tần số của giá trị  và .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ví dụ 1.** Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong  lớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng bên. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách? | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Số cuốn sách | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Số bạn | 3 | 5 | 15 | 10 | 7 | |

**Giải**

Số bạn trong lớp là (bạn).

Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là:

 (cuốn).

**Ý nghĩa.** Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để dại diện cho mẫu số liệu.

**Luyện tập 1.** Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li  của các bạn trong lớp (đơn vị giây):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Số bạn | 5 | 7 | 10 | 8 | 6 |

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li  của các bạn trong lớp.

**Giải:** Thời gian chạy trung bình cự li  của các bạn trong lớp là

.

**b. Trung vị**

**HĐ3:** Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là

20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng.

a) Tính thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty.

b) Thu nhập trung bình có phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty không?

**Giải:** a) Thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty là:

 triệu.

b) Thu nhập trung bình không phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty.

Trong trường hợp mẫu số liệu có giá trị bất thường (rất lớn hoặc rất bé so với đa số các giá trị khác), người ta không dùng số trung bình để đo xu thế trung tâm mà dùng trung vị.

|  |
| --- |
| Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:   * Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm. * Nếu số giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị. Nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu. |

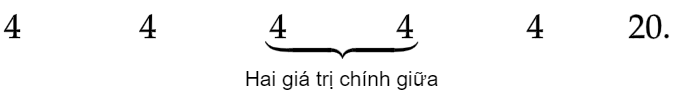
**Ví dụ 2.** Hãy tìm trung vị của mẫu số liệuvề lương của giám đốc và nhân viên công ty được

cho trong HĐ3.

**Giải**

Để tìm trung vị của mẫu số liệu trên, ta làm như sau:

* Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm:



* Dãy trên có hai giá trị chính giữa cùng bằng 4. Vậy trung vị của mẫu số liệu cũng bằng 4.

Trong mẫu số liệu được sắp xếp trên, số phần tử ở bên trái trung vị và số phần tử ở bên phải trung vị bằng nhau và bằng 3. Lương của giám đốc cao hơn hẳn số trung bình, đây chính là *giá trị bất thường*. Nếu ta thay lương của giám đốc là 30; 40; 50; … (triệu đồng) thì trung vị vẫn không thay đổi trong khi số trung bình sẽ thay đổi.

**Ý nghĩa.** Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị ở vị trí chính giữa. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

**Luyện tập 2.** Chiều dài (đơn vị feet) của 7 con cá voi trưởng thành được cho như sau:



Tìm số trung bình và trung vị của mẫu số liệu trên. Trong hai số đó, số nào phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này?

**Giải:**

+ Chiều dài trung bình của 7 con cá voi trưởng thành là  (feet).

+ Sắp thứ tự dãy số liệu thành dãy không giảm: 

Trung vị của dãy số là số .

Trong hai số trên, số trung vị phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này.

**2. TỨ PHÂN VỊ**

**HĐ4:** Điểm (thang điểm 100) của 12 thí sinh cao điểm nhất trong cuộc thi như sau:



Ban tổ chức muốn trao các giải Nhất, Nhì, Ba, Tư cho các thí sinh này, mỗi giải trao cho  số thí sinh (3 thí sinh).

Em hãy giúp ban tổ chức xác định các ngưỡng điểm để phân loại thí sinh.

**Giải:** Sắp thứ tự các số liệu trên thành dãy không giảm



Giải nhất dành cho các thí sinh đạt trên  điểm.

Giải nhì dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

Giải ba dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

Giải tư dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

|  |  |
| --- | --- |
| Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có  giá trị, ta làm như sau:   * Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm. * Tìm trung vị. Giá trị này là . * Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là . * Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là .   được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu. | *Hình 5.3b* |

Chú ý.  được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới,  được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên.

|  |  |
| --- | --- |
| **Ý nghĩa.** Các điểm  chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa  giá trị (hình 5.3a). | *Hình 5.3a. Các tứ phân vị* |

**Ví dụ 3.** Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, ) trong 100 g một số loại ngũ cốc được

cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 340 | 70 | 140 | 200 | 180 | 210 | 150 | 100 | 130 |
| 140 | 180 | 190 | 160 | 290 | 50 | 220 | 180 | 200 | 210. |

Hãy tìm các tứ phân vị. Các phân vị này cho ta thông tin gì?

**Giải**

* Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm:



* Vì  là số chẵn nên  là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

.

* Ta tìm  là trung vị của nửa số liệu bên trái :

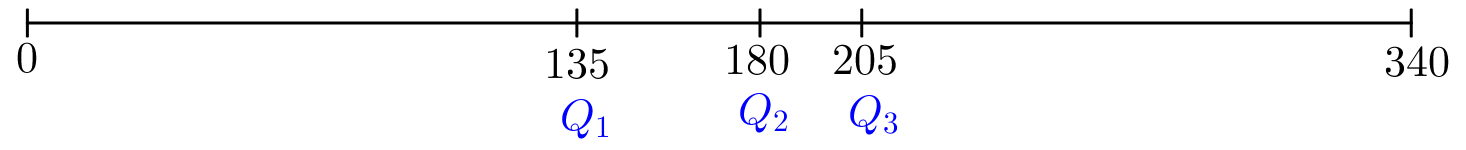
.

và ta tìm được .

* Ta tìm  là trung vị của nửa số liệu bên phải :

.

và tìm được .



*Hình 5.4. Hình ảnh về sự phân bố của mẫu số liệu*

Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ  đến  là 45 trong khi khoảng cách từ  đến  là 25. Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung mật độ cao ở bên phải  và mật độ thấp ở bên trái  (H.5.4).

**Luyện tập 3.** Bảng sau đây cho biết số lần học tiếng Anh trên Internet trong một tuần của một số

học sinh lớp 10:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số lần | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Số học sinh | 2 | 4 | 6 | 12 | 8 | 3 |

Hãy tìm các tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

**Giải**:

* Vì  là số lẻ nên trung vị là số thứ 18: .
* Bên trái  có 17 số liệu nên trung vị của nửa này là số thứ 9: .
* Bên phải  có 17 số liệu nên trung vị của nửa này là số thứ 27: .

**3. MỐT**

**HĐ5:** Một của hàng giày thể thao đã thống kê cỡ giày của một số khách hàng nam được chọn ngẫu

nhiên cho kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 38 | 39 | 39 | 38 | 40 | 41 | 39 | 39 | 38 | 39 | 39 | 39 | 40 | 39 | 39 |

1. Tính cỡ giày trung bình. Số trung bình này có ý nghĩa gì với cửa hàng không?
2. Cửa hàng nên nhập cỡ giày nào với số lượng nhiều nhất?

**Giải**

Bảng thống kê cỡ giày của một số khách hàng nam

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Cỡ giày | 38 | 39 | 40 | 41 |
| Số lượng | 3 | 9 | 2 | 1 |

a) Cỡ giày trung bình là

.

Số trung bình này không có ý nghĩa với cửa hàng.

b) Cửa hàng nên nhập cỡ giày số 39 với số lượng nhiều nhất.

Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Ý nghĩa. Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.

**Ví dụ 4.** Thời gian truy cập Internet (đơn vị giờ) trong một ngày của một học sinh lớp 10 được cho

như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |

Tìm mốt cho số liệu này.

**Giải**

Vì số học sinh truy cập Internet 1 giờ mỗi ngày là lớn nhất (có 3 học sinh) nên mốt là 1.

Nhận xét.

* Mốt có thể không là duy nhất. Chẳng hạn, với mẫu số liệu

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 7 | 10 | 9 | 7 | 5 | 7 | 8 | 8 |

các số ; đều xuất hiện với số lần lớn nhất (3 lần) nên mẫu số liệu này có hai mốt là 7 và 8.

* Khi các giá trị trong mẫu số liệu xuất hiện với tần số như nhau thì mẫu số liệu không có mốt.
* Mốt còn được định nghĩa cho mẫu dữ liệu định tính (dữ liệu không phải là số). Ví dụ báo Tuổi trẻ đã thực hiện thăm dò ý kiến của bạn đọc với câu hỏi ‘ Theo bạn, VFF nên chọn huấn luyện viên ngoại hay nội dẫn dắt đội tuyển bóng đá nam Việt Nam?”.

Tại thời điểm 21 giờ ngày 27-4-2021 kết quả bình chọn như sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Lựa chọn | Huấn luyện viên nội | Huấn luyện viên ngoại | Ý kiến khác |
| Số lượt bình chọn | 1 897 | 3 781 | 747 |

Trong mẫu dữ liệu này, lựa chọn “huấn luyện viên ngoại” có nhiều người bình chọn nhất, được gọi là *mốt*.

**Vận dụng** Hãy tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho các mẫu số liệu về điểm khảo

sát của lớp A và lớp B ở đầu bài học để phân tích và so sánh hiệu quả học tập ở hai phương pháp này.

**Giải**

Lớp A:

Số trung bình là .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là 6.

Mốt là 7.

Tứ phân vị .

Lớp B:

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là  .

Mốt là 7

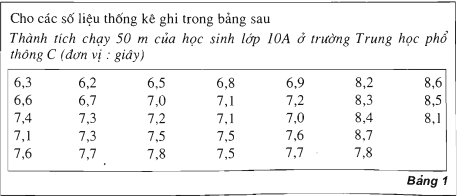
Tứ phân vị .

Phương pháp lớp B hiệu quả hơn, chất lượng học tập đồng đều hơn.

**BÀI TẬP MẪU**

**Bài 1**

a) Tính số trung bình của các số liệu thống kê cho ở bảng 1 bằng hai cách (sử dụng bảng phân bố tần số, bảng phân bố tần suất).



b) Giả sử cũng trong trường Trung học phổ thông , thời gian trung bình chạy  của học sinh lớp  là 7,3 giây.

So sánh thời gian chạy  của học sinh ở hai lớp  trong lần thi chạy kể trên.

**Giải**

a) **Cách 1**

Sử dụng bảng phân bố tần só ghép lớp (bảng 2) ta có





Cách 2

Sử dụng bảng phân bố tần suất ghép lớp (bảng 3), ta có

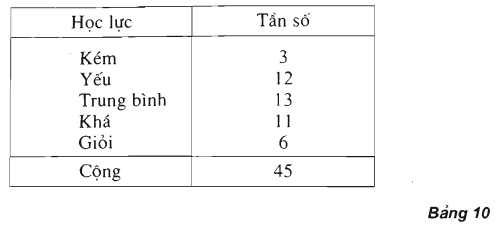




b), nên trong lần thi chạy kể trên, học sinh lớp  chạy nhanh hơn học sinh lớp .

**Bài 2.**

Cho Bảng xếp loai học lực của học sin! lóp  trường Trang học phổ thông . năm hoc 



a) Tính số trung bình, số trung vị, mốt của bảng 10 (nếu tính được).

b) Chọn giá trị đại diện cho học lực của học sinh lóp .

**Giải**

a) Bảng phân bố tần số đã cho gổm 45 số liệu, mỗi số liệu là một xếp loại học lực. Có tất cả 5 xếp loại học lực được sắp thành dãy không giảm, từ học lực thấp nhất là "Kém" đến học lực cao nhất là "Giỏi". Số liệu đứng giữa là số liệu thứ 23 .

Số liệu này thuộc xếp loại học lực "Trung bình". Suy ra số trung vị  là học lực "Trung bình".

Trong bảng phân bố tần số đã cho, xếp loại học lực "Trung bình" có tần số lớn nhất nên môt  là học lực "Trung bình". Kết quả này có nghĩa là trong lớp , nhiều nhất là những học sinh có xếp loại học lực "Trung bình".

b) Dựa vào kết quả của câu a), ta chọn xếp loại học lực "Trung bình" làm đại diện cho học lực của học sinh lớp .

**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

1. Cho bảng thống số liệu thông kê điểm kiểm tra  tiết môn Toán của  học sinh như sau:



Số trung vị  và mốt  của bảng số liệu thống kê trên là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo công thức trung vị đối với  chẵn thì ta có:

Số đứng vị trí  là 6 và số đứng vị trí  là .

Vậy số trung vị .

 do số điểm  có tần suất suất hiện nhiều nhất là  lần.

1. Bạn An đạt được điểm môn Toán như sau: điểm hệ số , điểm hệ số , điểm thi học kỳ (hệ số ): . Điểm trung bình môn Toán của An là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điểm trung bình môn toán của An là: .

1. Số trung bình của dãy số liệu ; ;; ; ; ; ; ; ; ; ; ; ;  gần đúng với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Số trung bình của dãy số liệu ; ;; ; ; ; ; ; ; ; ; ; ;  là

 .

1. Thời gian chạy 50m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (giây) | 8,3 | 8,4 | 8,5 | 8,7 | 8,8 |
| Tần số | 2 | 3 | 9 | 5 | 1 |

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là:

**A.** 8,54. **B.** 4. **C.** 8,50. **D.** 8,53

**Lời giải**

**Chọn D**

****.

1. Điểm kiểm tra của 24 học sinh được ghi lại trong bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 2 | 3 | 5 | 8 | 2 |
| 8 | 5 | 8 | 4 | 9 | 6 |
| 6 | 1 | 9 | 3 | 6 | 7 |
| 3 | 6 | 6 | 7 | 2 | 9 |

Tìm mốt của điểm điều tra

**A.** 2. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 9

**Lời giải**

**Chọn C**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| Tần số | 1 | 3 | 3 | 1 | 2 | 5 | 3 | 3 | 3 | N=24 |

Ta thấy điểm 6 có tần số lớn nhất nên .

1. Cho bảng phân bố tần số khối lượng 30 quả trứng gà của một rổ trúng gà:

|  |  |
| --- | --- |
| Khối lượng (g) | Tần số |
| 25 | 3 |
| 30 | 5 |
| 35 | 10 |
| 40 | 6 |
| 45 | 4 |
| 50 | 2 |
| Cộng | 30 |

Số trung vị là

**A.** 37,5. **B.** 40. **C.** 35. **D.** 75

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy N chẵn nên số trung vị là:

1. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20).Kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Tần số | 1 | 1 | 3 | 5 | 8 | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2 |

Số trung bình cộng là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Chọn C**

****.

1. Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20).Kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Tần số | 1 | 1 | 3 | 5 | 8 | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2 |

Số trung vị là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy N=100 chăn nên số trung vị là:.

1. Bảng phân bố tần số- tần suất ghép lớp điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Lớp điểm | Tần số | Tần suất % | Đại diện |  |  |
|  | 4 | 13 | 45 | 180 | 8100 |
|  | 6 | 19 | 55 | 330 | 18150 |
|  | 10 | 31 | 65 | 650 | 42250 |
|  | 6 | 19 | 75 | 450 | 33750 |
|  | 4 | 13 | 85 | 340 | 28900 |
|  | 2 | 6 | 95 | 190 | 18050 |
| N | 32 | 100% |  | 2140 | 149200 |

Số điểm trung bình là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Chọn A**

hoặc tính .

1. Để được cấp chứng chỉ A - Anh văn của một trung tâm ngoại ngữ,học viên phải trải qua 6 lần kiểm tra trắc nghiệm,thang điểm mỗi lần kiểm tra là 100,và phải đạt điểm trung bình từ 70 điểm trở lên.Qua 5 lần thi Minh đạt điểm trung bình là 64,5 điểm.Hỏi trong lần kiểm tra cuối cùng Minh phải đạt ít nhất là bao nhiêu điểm để được cấp chứng chỉ?

**A.** 97,5. **B.** 92,5. **C.** 95,5. **D.** 97,8

**Lời giải**

**Chọn** **A**

Gọi x là số điểm trong lần kiểm tra cuối mà Minh cần đạt được để được cấp chứng chỉ.Ta có số điểm qua 5 lần thi của Minh là 64,5.5=322,5 suy ra:

