

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao  
đề)

**PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM** (6 điểm)

**Câu 1.** Tìm giá trị của  $m$  sao cho đa thức  $f(x) = 3x + m - (x - 2)$  có nghiệm là  $x = -5$

- A. 8                      B. -8                      C. 2                      D. -2.

**Câu 2.** Tìm giá trị biểu thức  $A = (x^{2024} - 1)(x^{2024} + 2023) - (x + 2)(x - 3)$  tại  $|x| = 1$

- A. 2 ~~vaø~~                      B. 4 ~~vaø~~                      C. -2 ~~vaø~~                      D. -1 ~~vaø~~ 2021

**Câu 3.** Ông Bảo đã thu lãi  $400$  triệu đồng (chưa trừ tiền thuế), khi mua đất đầu tư. Khi ông mua, mỗi  $m^2$  đất có giá  $1$  triệu đồng, nhưng khi bán, có giá gấp  $5$  lần. Hỏi miếng đất ông Bảo đầu tư, có diện tích bằng bao nhiêu  $m^2$

- A.  $80 m^2$                       B.  $90 m^2$                       C.  $75 m^2$                       D.  $100 m^2$

**Câu 4.** Tìm các số tự nhiên  $n$  để giá trị biểu thức  $5n^3 - 9n^2 + 15n - 27$  là số nguyên tố

- A. 2                      B. 3                      C. 5                      D. 9

**Câu 5.** Biết  $a^3 + b^3 = 3ab - 1$ . Tính  $a + b$

- A. 2; 1                      B. 0; -1                      C. -1; 2                      D. 1; 2

**Câu 6.** Cô Hân có nuôi  $80$  con gồm gà trống, gà mái và vịt. Số gà mái gấp ba lần số gà trống,  $60\%$  số gia cầm này là vịt. Vậy có bao nhiêu gà mái

- A. 20                      B. 24                      C. 36                      D. 40

**Câu 7.** Tìm số nguyên  $n$  để giá trị đa thức  $6n^2 - n + 5$  chia hết cho giá trị của đa thức  $2n + 1$

- A.  $n \in \{0; -1; 3; -4\}$                       B.  $n \in \{0; -1; 2; -4\}$                       C.  $n \in \{-2; -1; 3; -4\}$                       D.  $n \in \{0; -2; 3; -4\}$

**Câu 8.** Cho  $x > 0$  thỏa mãn  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ . Tính giá trị biểu thức  $x^5 + \frac{1}{x^5}$

- A. 120                      B. 123                      C. 113                      D. 49

**Câu 9.** Đa giác có mấy cạnh thì số đường chéo gấp ba lần số cạnh

- A. 7      B. 4      C. 6      D. 9

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $BC = 13 \text{ cm}$ . Vẽ đường trung tuyến  $AM$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AM$ . Tính  $AM$ ,  $BI$

- A.  $AM = 5,5$ ;  $BI = \frac{3\sqrt{41}}{2}$       B.  $AM = 6,5$ ;  $BI = \frac{3\sqrt{41}}{4}$   
 C.  $AM = 4,5$ ;  $BI = \frac{3\sqrt{41}}{4}$       D.  $AM = 6,5$ ;  $BI = \frac{3\sqrt{41}}{2}$

**Câu 10:** Tìm dư khi chia  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  cho  $x^2 - 1$

- A.  $2x + 3$       B.  $2x - 3$       C.  $-2x + 3$       D.  $-2x - 3$

**Câu 11:** Cho hình thang  $ABCD$  có hai đáy  $AB$ ,  $CD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$ ,  $BD$ . Biết  $OA = 2 \text{ cm}$ ,  $OB = 4 \text{ cm}$ ,  $S_{AOB} = 1 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích hình thang  $ABCD$

- A.  $80 \text{ m}^2$       B.  $10 \text{ m}^2$       C.  $7 \text{ m}^2$       D.  $9 \text{ m}^2$

**PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)**

**Câu 1.** (3 điểm) Cho biểu thức:

$$P = \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left( \frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{y^2 + 2xy + x^2} \right) \text{ với } x \neq \pm y; y \neq 0$$

- a) Rút gọn biểu thức  $P$   
 b) Tính giá trị của  $P$  biết  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$   
 c) Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^5 + x + 1$

**Câu 2.** (2 điểm)

- a) Giải phương trình:  $(x^2 + 5x - 2)^2 = 4(x^2 + 2)(5x - 4)$   
 b) Cho  $x, y$  là các số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn  $\frac{1 - 2x}{1 - x} + \frac{1 - 2y}{1 - y} = 1$ . Chứng minh  $M = x^2 + y^2 - xy$  là bình phương của một số hữu tỉ

**Câu 3.** (2 điểm)

- a) Cho  $x, y, z$  khác 0 thỏa mãn  $x + y + z = 2024$  và  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2024}$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{x^{2023}} + \frac{1}{y^{2023}} + \frac{1}{z^{2023}} = \frac{1}{x^{2023} + y^{2023} + z^{2023}}$   
 b) Tìm các số tự nhiên  $x, y, z$  sao cho:  $x + y + z = xyz$

**Câu 4.** (6 điểm) Cho hình vuông  $ABCD$ .  $M$  là một điểm tùy ý trên đường chéo  $BD$ . Kẻ  $ME$  vuông góc với  $AB$ ,  $MF$  vuông góc với  $AD$

a) Chứng minh  $DE = CF, DE \perp CF$

b) Chứng minh ba đường thẳng  $DE, BF, CM$  đồng quy

c) Xác định vị trí của điểm M trên BD để diện tích tứ giác AEMF lớn nhất

**Câu 5.** (1 điểm) Cho  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức : 
$$S = \frac{1}{ab+a+2} + \frac{1}{bc+b+2} + \frac{1}{ca+c+2}$$

## **ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**

- Giáo viên xem kỹ hướng dẫn chấm các bài trong đề
- Học sinh có thể làm cách khác nhưng suy luận đúng tính chất toán học vẫn cho điểm tối đa.
- Giáo viên kiểm tra và thống nhất điểm chấm thành phần từng ý, từng bài sao cho phù hợp.

### **PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)**

**Câu 1.** Tìm giá trị của  $m$  sao cho đa thức  $f(x) = 3x + m - (x - 2)$  có nghiệm là  $x = -5$

**A.**  $m = 8$

**Câu 2.** Tìm giá trị biểu thức  $A = (x^{2022} - 1)(x^{2022} + 2021) - (x + 2)(x - 3)$  tại  $|x| = 1$

**B.** 4 và 6  $\begin{cases} A = 6 \\ A = 4 \end{cases}$

**Câu 3.** Ông Bảo đã thu lãi 400 triệu đồng (chưa trừ tiền thuế), khi mua đất đầu tư. Khi ông mua, mỗi  $m^2$  đất có giá 1 triệu đồng, nhưng khi bán, có giá gấp 5 lần. Hỏi miếng đất ông Bảo đầu tư, có diện tích bằng bao nhiêu  $m^2$

**D.**  $100 m^2$

**Câu 4.** Tìm các số tự nhiên  $n$  để giá trị biểu thức  $5n^3 - 9n^2 + 15n - 27$  là số nguyên tố

**A.**  $n = 2$

**Câu 5.** Biết  $a^3 + b^3 = 3ab - 1$ , Tính  $a + b$

**C.** -1; 2  $\begin{cases} a + b = -1 \\ a + b = 2 \end{cases}$

**Câu 6.** Cô Hân có nuôi 80 con gồm gà trống, gà mái và vịt. Số gà mái gấp ba lần số gà trống, 60% số gia cầm này là vịt. Vậy có bao nhiêu gà mái

**B.** 24 gà mái

**Câu 7.** Tìm số nguyên  $n$  để giá trị đa thức  $6n^2 - n + 5$  chia hết cho giá trị của đa thức  $2n + 1$

$n \in \{0; -1; 3; -4\}$

**Câu 8.** Cho  $x > 0$  thỏa mãn  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ . Tính giá trị biểu thức  $x^5 + \frac{1}{x^5}$

**B.**  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

**Câu 9.** Đa giác có mấy cạnh thì số đường chéo gấp ba lần số cạnh

Gọi  $n$  là số cạnh của đa giác đã cho ( $n > 3$ ), ta có số đường chéo của đa giác

$$\frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = 3n \Rightarrow n = 9$$

**D.** 9

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 5 \text{ cm}, BC = 13 \text{ cm}$ . Vẽ đường trung tuyến  $AM$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AM$ . Tính  $AM, BI$

**B.**  $AM = 6,5 ; BI = \frac{3\sqrt{41}}{4}$

**Câu 11: A.**  $2x + 3$

Tìm dư khi chia  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  cho  $x^2 - 1$

Có  $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$

Đặt  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ . Xét phép chia  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  cho  $x^2 - 1$ . Vì đa thức chia có bậc 2 nên dư có bậc nhỏ hơn 2. Gọi đa thức dư là  $ax + b$ , gọi thương là  $q(x)$  ta có

$$f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = (x - 1)(x + 1)q(x) + ax + b$$

$$f(1) = a \cdot 1 + b = 5 \Rightarrow a + b = 5$$

$$f(-1) = a \cdot (-1) + b = 1 \Rightarrow -a + b = 1$$

Giải hệ  $\begin{cases} a + b = 5 \\ -a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$

Vậy dư cần tìm là  $2x + 3$

**Câu 12: D.**  $9 \text{ m}^2$

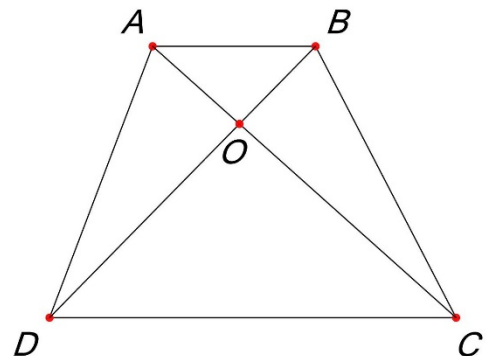
Do  $AB \parallel CD$

$$\Rightarrow \Delta ABO \sim \Delta CDO \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{OCD}} = \left(\frac{OB}{OD}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{OCD} = 4 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{ABD}} = \frac{OB}{DB} = \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{ABD} = 3S_{AOB} = 3 \text{ cm}^2$$

$$\frac{S_{OCD}}{S_{BCD}} = \frac{OD}{DB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{BCD} = \frac{3}{2}S_{OCD} = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = 3 + 6 = 9 \text{ cm}^2$$



## II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
-----	---	----------	------

			<b>m</b>
<b>Bài 1</b> <b>3,0đ</b>	Cho biểu thức: $P = \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left( \frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{y^2 + 2xy + x^2} \right)$ với $x \neq \pm y \neq 0$ .  a. Rút gọn biểu thức $P$ . b. Tính giá trị của $P$ biết $x, y$ thoả mãn $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$		
a) 2đ	$x \neq \pm y \neq 0$ ta có $P = \frac{4xy}{y^2 - x^2} : \left( \frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{y^2 + 2xy + x^2} \right)$  Với $= \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \left( \frac{1}{(y-x)(y+x)} + \frac{1}{(y+x)^2} \right)$		1,0
	$= \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \frac{y+x+y-x}{(y-x)(y+x)^2}$		0,75
	$= \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} \cdot \frac{(y-x)(y+x)^2}{2y}$		0,25
	$= 2x(x+y)$		
b)1đ	Ta có $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$ . Suy ra $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 0$ .		0,5

		<p>Do đó <math>x = -1, y = 2</math> (thỏa mãn ĐKXĐ)</p> <p>Khi đó <math>P = 2(-1)(-1+2) = -2</math></p>	0,5
	c) 1 đ	<p><b>Phân tích đa thức sau thành nhân tử :</b> <math>x^5 + x + 1</math></p> $x^5 + x + 1 = (x^5 - x^2) + x^2 + x + 1 = x^2(x-1)(x^2+x+1) + x^2 + x + 1$ $= (x^2+x+1)(x^3-x^2+1)$	0,5 đ 0,5 đ
<b>Bài 2</b> <b>2 đ</b>		<p>a) Giải phương trình: <math>(x^2 + 5x - 2)^2 = 4(x^2 + 2)(5x - 4)</math></p> <p>b) Cho <math>x, y</math> là các số hữu tỉ khác 1 thỏa mãn <math>\frac{1-2x}{1-x} + \frac{1-2y}{1-y} = 1</math>.</p> <p>Chứng minh <math>M = x^2 + y^2 - xy</math> là bình phương của một số hữu tỉ</p>	
	a) 1 đ	$(x^2 + 5x - 2)^2 = 4(x^2 + 2)(5x - 4) \quad (1)$ <p>Đặt <math>\begin{cases} x^2 + 2 = a \\ 5x - 4 = b \end{cases} \Rightarrow a + b = x^2 + 5x - 2</math> khi đó PT (1) trở thành:</p>	0,25
		$(a+b)^2 = 4ab \Leftrightarrow (a-b)^2 = 0 \Leftrightarrow a-b=0$ <p>Với <math>a-b=0</math> thì</p>	0,25
		$x^2 + 2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$	0,5
		<p>Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm <math>S = \{2; 3\}</math></p>	
	b) 1 đ	<p>Ta có <math>\frac{1-2x}{1-x} + \frac{1-2y}{1-y} = 1 \Leftrightarrow (1-2x)(1-y) + (1-2y)(1-x) = (1-x)(1-y)</math></p> $\Leftrightarrow 1-y-2x+2xy+1-x-2y+2xy = 1-x-y+xy \Leftrightarrow x+y = \frac{3xy+1}{2}$	0,5
		<p>Khi đó</p>	0,5

		$M = x^2 + y^2 - xy = (x+y)^2 - 3xy = \left(\frac{3xy+1}{2}\right)^2 - 3xy = \dots = \left(\frac{3xy-1}{2}\right)^2$ <p>Vì <math>x, y</math> thuộc <math>\mathcal{Q}</math> nên <math>\frac{3xy-1}{2}</math> là số hữu tỉ, vậy <math>M</math> là bình phương của một số hữu tỉ</p>	
<b>Bài 3 đđ</b>	a) 1,0đ	$x+y+z=2024; \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2024} \Rightarrow \frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$	0,5
		$\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \Leftrightarrow (x+y)(y+z)(z+x) \left( \frac{1}{xyz(x+y+z)} \right) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -y \\ y = -z \\ z = -x \end{cases} \text{ (đpcm)}$	0,5
	b) 1,0đ	<p>Chia hai vế của: <math>x+y+z=xyz</math> cho <math>xyz &gt; 0</math> ta có: <math>\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} = 1</math></p> <p>Do vai trò <math>x, y, z</math> như nhau nên giả sử: <math>1 \leq x \leq y \leq z</math> ta có:</p> $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{3}{x^2} \geq 1 \Rightarrow x=1$ <p>(vì <math>x</math> nguyên dương)</p>	0,5
		<p>Thay <math>x=1</math> ta có: <math>yz = y+z+1 \Leftrightarrow (y-1)(z-1) = 2 \Leftrightarrow y=2, z=3</math> (vì <math>y &lt; z</math>)</p>	0,25
		<p>Vậy ba số cần tìm là: 1; 2; 3.</p>	0,25



<p><b>Bài</b> <b>4</b> <b>6đ</b></p>		<p>Vẽ hình đúng</p>
<p>a) 2,0đ</p>	<p>a) <b>Chứng minh</b> <math>DE = CF</math>, <math>DE \perp CF</math>  Tứ giác <math>AEMF</math> là hình chữ nhật nên <math>AE = MF</math>, mà <math>FD = MF</math>  (do <math>\Delta FMD</math> vuông cân nên <math>AE = DF</math>)  Xét <math>\Delta AED</math> và <math>\Delta DFC</math> có <math>AE = DF</math>, <math>\angle EAD = \angle FDC = 90^\circ</math>;  <math>AD = DC</math>  <math>\Rightarrow \Delta AED = \Delta DFC \Rightarrow DE = CF</math> và <math>\angle ADE = \angle DCF</math>  Gọi <math>N</math> là giao điểm của <math>ED</math> và <math>CF</math>. Ta có  <math>\angle ADE + \angle NDC = 90^\circ</math></p>	<p>1,5</p>
	<p>Mà  <math>\angle ADE = \angle DCF \Rightarrow \angle DCN + \angle NDC = 90^\circ \Rightarrow \angle DNC = 90^\circ \Rightarrow DE \perp CF</math></p>	<p>0,5</p>
<p>b) 2đ c) 2đ</p>	<p>Chứng minh tương tự câu 1 ta có <math>BF \perp CE</math>  Gọi <math>H</math> là giao điểm của <math>CM</math> và <math>EF</math>, <math>I</math> là giao điểm của <math>EM</math> và <math>CD</math>  Chứng minh  <math>\Delta IMC = \Delta MFE</math> (c.g.c) <math>\Rightarrow \angle EFM = \angle CMI</math> hay <math>\angle HFM = \angle CMI</math></p>	<p>0,75</p>
	<p>Suy ra <math>\Delta HFM \sim \Delta IMC</math> (g.g) <math>\Rightarrow \angle MHF = \angle CIM = 90^\circ \Rightarrow CM \perp FE</math></p>	<p>0,75</p>

	Xét $\triangle CFE$ có $CM, ED, BF$ là các đường cao nên $DE, BF, CM$ đồng quy	0,5
	c) Đặt $AE = x, AF = y, AB = a$ không đổi $\Rightarrow x + y = a$ Ta có : $S_{AEMF} = xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{a^2}{4}$	1,0
	Dấu bằng xảy ra khi $x = y$ . Khi đó $M$ là trung điểm của $BD$ .	0,5
	Vậy khi $M$ là trung điểm của $BD$ thì diện tích tứ giác $AEMF$ lớn nhất. Khi đó $S_{AEMF} = \frac{a^2}{4}$	0,5
<b>Bài 5</b> <b>1 đ</b>	Ta có : $\frac{1}{ab+a+2} = \frac{1}{ab+a+1+1} = \frac{1}{ab+abc+a+1} \leq \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{1}{ab+abc} + \frac{1}{a+1} \right)$ .	0,5
	Mà : $\frac{1}{4} \left( \frac{1}{ab+abc} + \frac{1}{a+1} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{abc}{ab(c+1)} + \frac{1}{a+1} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{c}{c+1} + \frac{1}{a+1} \right)$ $\Rightarrow \frac{1}{ab+a+2} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{c}{c+1} + \frac{1}{a+1} \right)$	
	Tương tự : $\frac{1}{bc+b+2} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{a}{a+1} + \frac{1}{b+1} \right)$ ; $\frac{1}{ca+c+2} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{b}{b+1} + \frac{1}{c+1} \right)$ $\Rightarrow S \leq \frac{1}{4} \left( \frac{a+1}{a+1} + \frac{b+1}{b+1} + \frac{c+1}{c+1} \right) = \frac{3}{4}$ . Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$ $\Rightarrow \text{Max } S = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = b = c = 1$	0,5