

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\cos x}$ là:

- A.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Câu 2. Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng mà không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành từ 6 điểm đã cho?

- A.** 729. **B.** 216. **C.** 120. **D.** 20.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng

- A.** 24. **B.** -12. **C.** -24. **D.** 48.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-2; 2)$.

Câu 5. Tìm x thỏa mãn $3^{x+6} = 27$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -3$.

Câu 6. Khối đa diện dưới đây có số mặt luôn là số chẵn?

- A.** Khối lăng trụ. **B.** Khối chóp.
C. Khối chóp cụt. **D.** Khối đa diện đều

Câu 7. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $4\pi rl$. **C.** πrl . **D.** $2\pi rl$.

Câu 8. Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A.** $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2^x$ là

- A.** $x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ **B.** $2 + 2^x \ln 2 + C$ **C.** $2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ **D.** $x^2 + 2^x \ln 2 + C$.

Câu 10. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx = 3$. Giá trị $\int_1^2 g(x)dx$ bằng

- A.** 7 **B.** 5 **C.** -1 **D.** 1

Câu 11. Trong khai triển $(1+x)^n$, biết tổng các hệ số $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^{n-1} = 126$. Hệ số của x^3 bằng

- A.** 35. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 20.

Câu 12. Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$ là:

A. $+\infty$

B. $-\infty$

C. 0

D. 1

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , tâm O . Khoảng cách từ O của hình lập phương đó đến mỗi cạnh bằng

A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus -1$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

Đồ thị hàm số được vẽ trong bảng biến thiên, với các mũi tên chỉ hướng tăng và giảm.

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

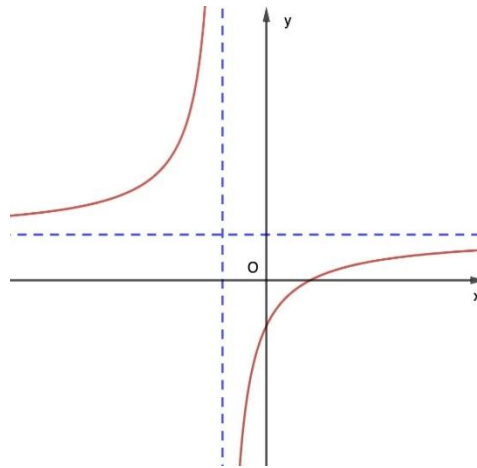
A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 0

C. 1.

D. 3.

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x^2 - x + 5$.

B. $y = x^4 + 4$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - x^2 + 3x + 2$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-2x}$ là

A. $y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 3$.

B. $y' = 3^{1-2x} \cdot \ln 3$

C. $y' = 2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 2$.

D. $y' = -2 \cdot 3^{1-2x}$.

Câu 18. Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

A. $P = \frac{15}{8}$.

B. $P = \frac{18}{25}$.

C. $P = \frac{21}{10}$.

D. $P = \frac{7}{5}$.

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{5}{9}} + \ln(x+2)$

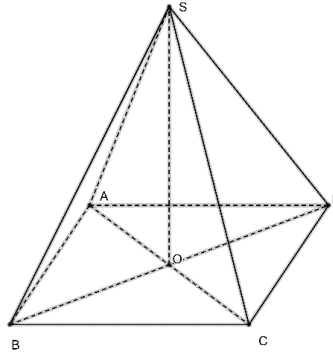
A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $D = (-2; 2)$.

D. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:



A. $2a^3$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{6} a^3$.

C. $\frac{\sqrt{7}}{2} a^3$.

D. $\frac{\sqrt{14}}{2} a^3$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4, BC = 2, SA = 4\sqrt{3}, \angle SAB = \angle SAC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V_{S.ABC} = 8$

B. $V_{S.ABC} = 6$

C. $V_{S.ABC} = 4$

D. $V_{S.ABC} = 12$

Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $CD, A'B', A'D'$. Thể tích khối tứ diện $A'MNP$ bằng:

A. $\frac{a^3}{16}$

B. $\frac{a^3}{32}$

C. $\frac{a^3}{12}$

D. $\frac{a^3}{24}$

Câu 23. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2 và khối cầu ngoại tiếp hình trụ có thể tích bằng $\frac{125\pi}{6}$. Tính thể tích khối trụ.

A. $2\sqrt{41}\pi$.

B. 6π .

C. 12π .

D. $\sqrt{41}\pi$.

Câu 24. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(0; 4)$

D. $(-3; 1)$

Câu 25. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = \int_0^x \frac{2tdt}{1+t^2}$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

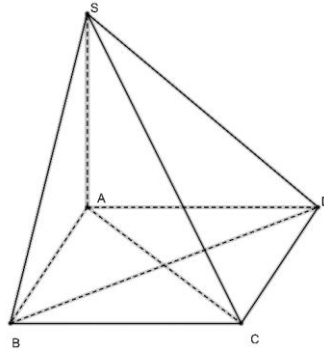
D. 3

Câu 26. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 4\sin^4 x + 4\cos^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Tính hiệu $M - m$ bằng:

- A.** $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy (Hình minh họa). Góc giữa cạnh SC và AB bằng:



- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 29. Tìm các giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 2022]$ để hàm số $y = (2m-1)x - (m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A.** 1. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

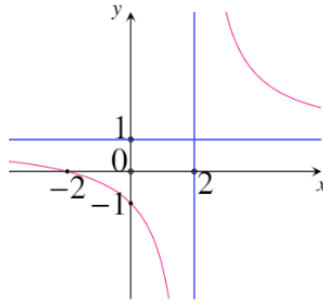
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)+3) = 0$ là

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 31. Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 25)x^2 + 2$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

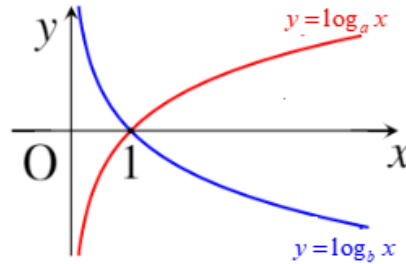
- A.** 10. **B.** -10. **C.** 0. **D.** 15.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$



- A. $P = 5$. B. $P = -3$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Câu 33. Cho hai hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1, có đồ thị lần lượt như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây sai?



- A. $0 < b < 1 < a$. B. $0 < b < 1$. C. $a > 1$. D. $0 < b < a < 1$.

Câu 34. Tìm x thỏa mãn điều kiện $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ là:

- A. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. B. $(-3; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 35. Gọi S là tập các giá trị x thỏa mãn điều kiện $2\log_3(x^3+1) = \log_3(2x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1)$. Tổng các phần tử của S là:

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$. C. $\frac{3}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$.

Câu 37. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $ACB = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 38. Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuộn tấm nhôm đó thành một hình trụ (không có đáy). Nếu hình trụ được tạo thành có chu vi đáy bằng $2a$ thì thể tích của nó bằng

- A. $\frac{a^3}{\pi}$. B. πa^3 . C. $\frac{a^3}{2\pi}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 39. Biết rằng xe^x là một nguyên hàm của hàm số $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^x$ thỏa mãn $F(0) = 1$, giá trị của $F(-1)$ bằng:

A. $\frac{7}{2}$

B. $\frac{5-e}{2}$

C. $\frac{7-e}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

Câu 40. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x \, dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Câu 41. Hai bạn An, Bình và 7 bạn khác được xếp chỗ ngồi theo hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Xác suất để hai bạn An và Bình xếp chỗ ngồi cách nhau không quá 1 chỗ ngồi?

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{18}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° .

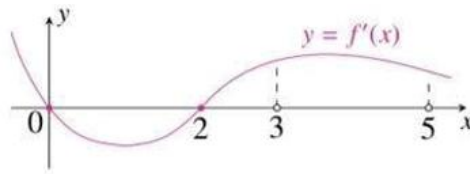
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm $y = f'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là



A. $f(0), f(5)$.

B. $f(2), f(5)$.

C. $f(2), f(0)$.

D. $f(1), f(5)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $|f(1 - 2022x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

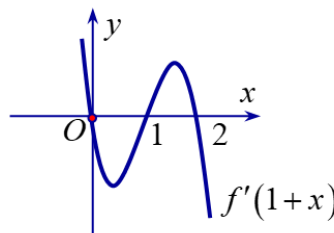
A. 12.

B. 10.

C. 9.

D. 11.

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(1+x)$ có đồ thị như trong hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $g(x) = f(-x^2 + 2x - 2022 + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?



A. 2021.

B. 2023.

C. 2022.

D. 2024.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $|4^x - 2^{x+2} + m - 1| = 2^{x+1} + 2$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 10.

B. 8.

C. 11.

D. 9.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) - f(x) = (x+1)e^{3x}$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = \frac{5}{4}$, giá trị $f(1)$ bằng

A. $\frac{5}{4}e^3 + e$.

B. $\frac{3}{4}e^3 - e$.

C. $\frac{3}{4}e^3 + e$.

D. $\frac{5}{4}e^3 - e$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại số thực $b \geq a$ thỏa mãn $4^a = 2^b + b$ và đoạn $[a; b]$ chứa không quá 5 số nguyên?

A. 5.

B. 11.

C. 10.

D. 6.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A , góc $\angle BAC = 120^\circ$ và $AB = a$. Các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau và góc giữa SA với mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3}{4}a^3$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau, $AD = 2a\sqrt{2}; BC = a\sqrt{2}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách từ M là trung điểm đoạn AB đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$.

C. $\frac{3a\sqrt{15}}{20}$.

D. $\frac{9a\sqrt{15}}{20}$.

.....**HẾT**.....

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\cos x}$ là:

- A.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$.

Câu 2. Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng mà không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành từ 6 điểm đã cho?

- A.** 729. **B.** 216. **C.** 120. **D.** 20.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng

- A.** 24. **B.** -12. **C.** -24. **D.** 48.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $q = \frac{-6}{3} = -2 \Rightarrow u_4 = 3 \cdot (-2)^3 = -24$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-2; 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

Câu 5. Tìm x thỏa mãn $3^{x+6} = 27$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Số $x = -3$ thỏa mãn $3^{x+6} = 27$.

Câu 6. Khối đa diện dưới đây có số mặt luôn là số chẵn?

- A.** Khối lăng trụ. **B.** Khối chóp.
C. Khối chóp cụt. **D.** Khối đa diện đều.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đa diện đều: tứ diện, lục diện, bát diện, thập nhị diện, nhị thập diện số mặt luôn chẵn.

Câu 7. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $\frac{1}{3}\pi rl$. B. $4\pi rl$. C. πrl . D. $2\pi rl$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $S_{\text{nón}} = \pi rl$.

Câu 8. Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $2\sqrt{2}a$. D. $2a$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $S_{\text{cầu}} = 4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R^2 = 4a^2 \Rightarrow R = 2a$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2^x$ là

- A. $x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ B. $2 + 2^x \ln 2 + C$ C. $2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $x^2 + 2^x \ln 2 + C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\int (2x + 2^x) dx = x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 10. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = 3$. Giá trị $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

- A. 7 B. 5 C. -1 D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $2 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 3 \Rightarrow \int_1^2 g(x) dx = 4 - 3 = 1$.

Câu 11. Trong khai triển $(1+x)^n$, biết tổng các hệ số $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^{n-1} = 126$. Hệ số của x^3 bằng

- A. 35. B. 21. C. 15. D. 20.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 128 \Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow n = 7$.

Suy ra hệ số của x^3 bằng $C_7^3 = 35$.

Câu 12. Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$ là:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$

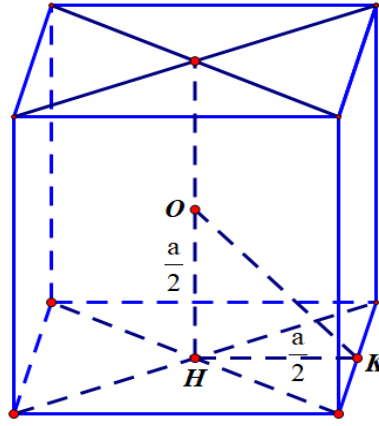
Suy ra $u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow \lim u_n = 1$.

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , tâm O . Khoảng cách từ O của hình lập phương đó đến mỗi cạnh bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Ta có khoảng từ tâm O đến cạnh là: $OK = OH\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus -1$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

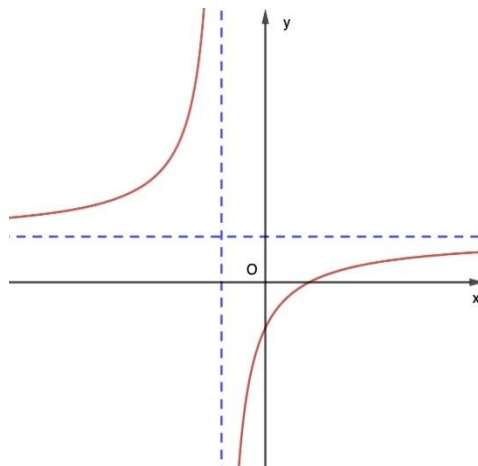
- A.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- C.** Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.
- D.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng là câu sai.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 0

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ cùng dấu. Tiệm cận đứng $x = \frac{2}{c} < 0 \Rightarrow c < 0$. Vậy $a, c < 0$

Với $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{-2} < 0 \Rightarrow b > 0$. Vậy trong các số a, b và c có 1 số dương.

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x^2 - x + 5$.

B. $y = x^4 + 4$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - x^2 + 3x + 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $y = x^3 - x^2 + 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-2x}$ là

A. $y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 3$.

B. $y' = 3^{1-2x} \cdot \ln 3$

C. $y' = 2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 2$.

D. $y' = -2 \cdot 3^{1-2x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y = 3^{1-2x} \Rightarrow y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 3$.

Câu 18. Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

A. $P = \frac{15}{8}$.

B. $P = \frac{18}{25}$.

C. $P = \frac{21}{10}$.

D. $P = \frac{7}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\log_a b = 3 \Rightarrow b = a^3$

$$\text{Suy ra } P = \log_{a^5} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_{2^2} a^{-2} = \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \log_a 2 \cdot (-\log_2 a) = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{21}{10}.$$

Câu 19. Tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{5}{9}} + \ln(x+2)$

A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $D = (-2; 2)$.

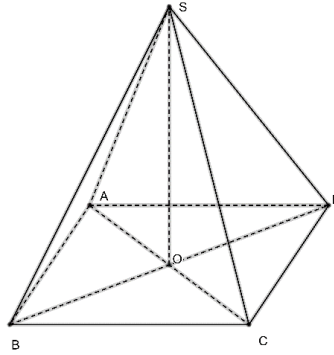
D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2-x > 0 \\ 2+x > 0 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < 2 \text{ hay } D = (-2; 2).$$

Câu 20. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:



- A. $2a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$. C. $\frac{\sqrt{7}}{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{14}}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

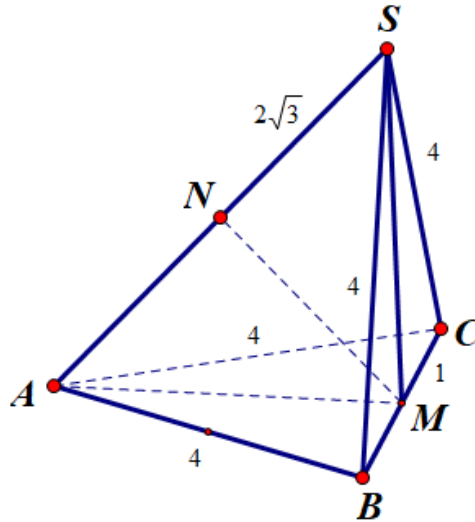
Tính chiều cao: $h = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}a$. Suy ra $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{14}}{2}a = \frac{\sqrt{14}}{6}a^3$.

Câu 21. Cho hình chóp S.ABC có $AB = AC = 4, BC = 2, SA = 4\sqrt{3}, SAB = SAC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

- A. $V_{S.ABC} = 8$. B. $V_{S.ABC} = 6$. **C.** $V_{S.ABC} = 4$. D. $V_{S.ABC} = 12$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



Tính: $SB = SC = \sqrt{4^2 + (4\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 16\sqrt{3} \cos 30^\circ} = 4$.

Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow BC \perp (SAM)$. Tính: $AM = SM = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$.

Gọi N là trung điểm SA. Suy ra $MN = \sqrt{15 - 12} = \sqrt{3} \Rightarrow dt\Delta AMS = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$.

$V = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot dt\Delta AMS = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 6 = 4$.

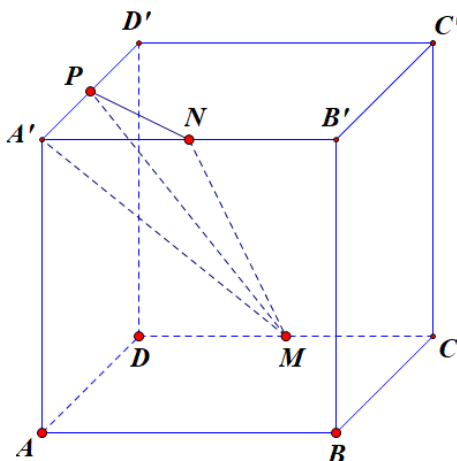
Câu 22. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh CD, A'B', A'D'. Thể tích khối tứ diện A'MNP bằng:

- A. $\frac{a^3}{16}$ B. $\frac{a^3}{32}$ C. $\frac{a^3}{12}$ **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xem khối tứ diện là hình chóp $M.A'NP$



Chiều cao: $h = a$. Suy ra $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{24} a^3$.

Câu 23. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2 và khối cầu ngoại tiếp hình trụ có thể tích bằng $\frac{125\pi}{6}$.

Tính thể tích khối trụ.

A. $2\sqrt{41}\pi$.

B. 6π .

C. 12π .

D. $\sqrt{41}\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi bán kính khối cầu ngoại tiếp là R , ta có: $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 = \frac{125\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{5}{2}$.

Đường cao khối trụ là $h = 2\sqrt{R^2 - r^2} = 2\sqrt{\frac{25}{4} - 4} = 3$.

Vậy $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 h = 12\pi$.

Câu 24. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(0; 4)$

D. $(-3; 1)$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $6 = \int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = m^3 - m^2 + m \Rightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow m = 2$.

Câu 25. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = \int_0^x \frac{2tdt}{1+t^2}$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $f'(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ và dễ dàng suy ra $f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 26. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 4\sin^4 x + 4\cos^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Tính hiệu $M - m$ bằng:

A. $4\sqrt{2}$.

B. 6.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

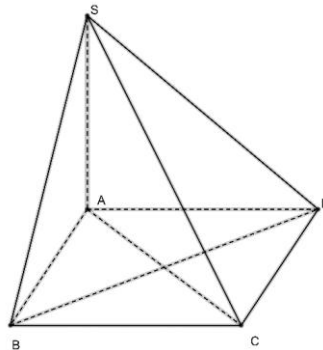
Chọn A.

$$\text{Ta có } y = 4\left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)}{2}\right)^2 = (1 - \cos 2x)^2 + (1 - \sin 2x)^2$$

$$\Leftrightarrow y = 3 - 2\cos 2x - 2\sin 2x = 3 - 2\sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Suy ra: $M = 3 + 2\sqrt{2}; m = 3 - 2\sqrt{2}$. Vậy $M - m = 4\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy (Hình minh họa). Góc giữa cạnh SC và AB bằng:



A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $(SC, AB) = (SC, CD) = \angle SCD$. Tính $SD = \sqrt{3}a$.

$$\text{Do đó } \tan \angle SCD = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SCD = 60^\circ.$$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1) = (x-1)^2(x+1)(x^2-3)(x^2+1).$$

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1; x = \pm\sqrt{3}$ với $x = 1$ là nghiệm kép (bội 2).

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 29. Tìm các giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 2022]$ để hàm số $y = (2m-1)x - (m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 1.

B. 2022.

C. 2023.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y' = (2m-1) + (m+1)\sin x$

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow (2m-1) + (m+1)\sin x \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Rightarrow (2m-1) + |m+1| \leq 0 \Leftrightarrow |m+1| \leq 1-2m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ m+1 \leq 1-2m \Leftrightarrow m \leq 0. \\ 2m-1 \leq m+1 \end{cases}$$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						
			2			$+\infty$
	$-\infty$			-2		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)+3) = 0$ là

A. 6.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } f'(f(x)+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)+3 = 1 \\ f(x)+3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -2 \\ f(x) = -4 \end{cases}.$$

Phương trình $f(x) = -2$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = -4$ có một nghiệm.

Vậy số nghiệm phân biệt của phương trình $f'(f(x)+3) = 0$ là 3.

- Câu 31.** Tìm tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 25)x^2 + 2$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.
- A.** 10. **B.** -10. **C.** 0. **D.** 15.

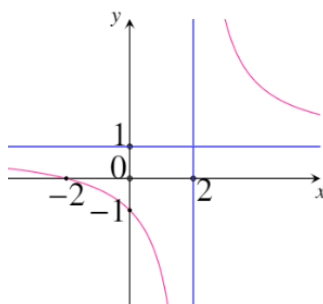
Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 25 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 5 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}.$$

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m là 10.

- Câu 32.** Cho hàm số $y = \frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.



- A.** $P = 5$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 1$.

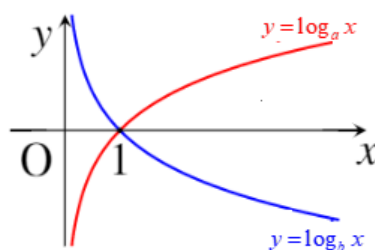
Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$+ \text{Tiệm cận ngang } \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 1. \text{ Tiệm cận đứng } -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2.$$

$$+ \text{Với } x = 0 \Rightarrow y = \frac{-a}{c} = -1 \Rightarrow a = -2. \text{ Vậy } P = a + b + c = -3.$$

- Câu 33.** Cho hai hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1, có đồ thị lần lượt như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây sai?



- A.** $0 < b < 1 < a$. **B.** $0 < b < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $0 < b < a < 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy $a > 1$ và $0 < b < 1$. Vậy $0 < b < a < 1$ là sai.

- Câu 34.** Tìm x thỏa mãn điều kiện $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ là:

- A.** $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. **B.** $(-3; 1)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} 6-5x > 0 \\ 3-2x > 6-5x \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}.$

- Câu 35.** Gọi S là tập các giá trị x thỏa mãn điều kiện: $2\log_3(x^3+1) = \log_3(2x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1).$
 Tổng các phần tử của S là:
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đkxđ: $\begin{cases} x > -1 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$. Ta có: $2\log_3(x^3+1) = \log_3(2x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(x+1)$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(x^3+1) = 2\log_3|2x-1| + 2\log_3(x+1)$$

$$\Rightarrow \log_3(x^3+1) = \log_3(|2x-1|(x+1)) \Leftrightarrow |2x-1|(x+1) = (x+1)(x^2-x+1)$$

$$\Leftrightarrow |2x-1| = x^2-x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = x^2-x+1 \\ 2x-1 = -(x^2-x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ x^2+x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=0 \\ x=-1 \end{cases}.$$

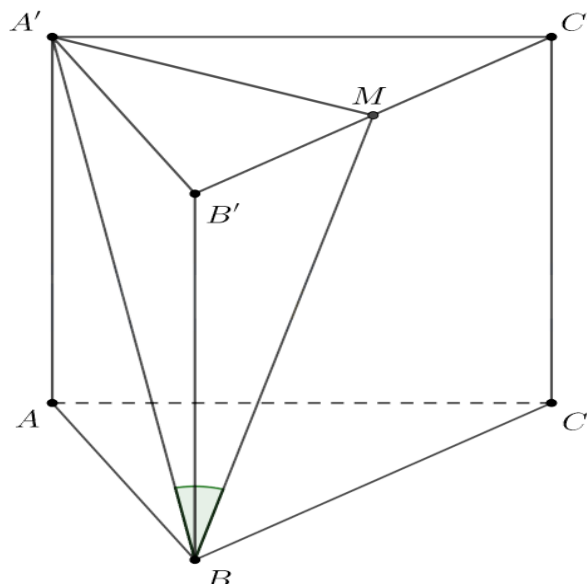
So sánh điều kiện suy ra $S = \{0; 1; 2\}$. Vậy tổng các phần tử của S là 3.

- Câu 36.** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$. **C.** $\frac{3}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Ta chứng minh được $A'M \perp (BCC'B')$

$$\Rightarrow (A'B, (BCC'B')) = (A'B, BM) = A'BM \text{ (vì } \triangle A'BM \text{ vuông tại } M) \Rightarrow A'BM = 30^\circ$$

Ta có:

$$+ A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'B = \frac{A'M}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}$$

$$+ AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

$$+ S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 37. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $ACB = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **D.** $V = \pi a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

+ Chiều cao hình nón $h = AC = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$. Bán kính đáy $r = AB = a$.

+ Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 38. Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuộn tấm nhôm đó thành một hình trụ (không có đáy). Nếu hình trụ được tạo thành có chu vi đáy bằng $2a$ thì thể tích của nó bằng

A. $\frac{a^3}{\pi}$. **B.** πa^3 . **C.** $\frac{a^3}{2\pi}$. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

+ Chu vi đường tròn đáy $2\pi r = 2a \Rightarrow r = \frac{a}{\pi}$. Chiều cao hình trụ $h = a$.

+ Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi \frac{a^2}{\pi^2} \cdot a = \frac{a^3}{\pi}$.

Câu 39. Biết rằng xe^x là một nguyên hàm của hàm số $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^x$ thỏa mãn $F(0) = 1$, giá trị của $F(-1)$ bằng:

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{5-e}{2}$. **C.** $\frac{7-e}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $f(-x) = (xe^x)' = e^x + xe^x \Rightarrow f(x) = e^{-x} - xe^{-x} \Rightarrow f'(x) = -2e^{-x} + xe^{-x}$.

Suy ra $e^x f'(x) = -2 + x \Rightarrow F(x) = -2x + \frac{1}{2}x^2 + C$. Mà $F(0) = 1 \Rightarrow C = 1$.

Do đó $F(x) = -2x + \frac{1}{2}x^2 + 1 \Rightarrow F(-1) = \frac{7}{2}$.

Câu 40. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x \, dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

- A. 1. **B.** 2. C. 4. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $a\pi + b = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x \, dx = \left[(2x+1) \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx$.

$a\pi + b = (\pi+1) + 2[\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 1 \Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 2$.

Câu 41. Hai bạn An, Bình và 7 bạn khác được xếp chỗ ngồi theo hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Xác suất để hai bạn An và Bình xếp chỗ ngồi cách nhau không quá 1 chỗ ngồi?

- A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{5}{12}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{18}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A là biến cố “Hai bạn An và Bình xếp chỗ ngồi cách nhau không quá 1 chỗ ngồi”. Ta tô màu hai vị trí của An và Bình, 7 bạn khác không tô màu. Xét hai trường hợp:

+ **Trường hợp 1:** An và Bình cách nhau đúng 1 vị trí, ta có sơ đồ

Có 7 khả năng xếp vị trí hàng ngang theo màu, ứng với mỗi khả năng thì có $2!.7!$ cách xếp chỗ ngồi cho 9 bạn. Trong trường hợp này có $7.2!.7!$ cách xếp chỗ ngồi.

+ **Trường hợp 2:** An và Bình kề nhau, ta có sơ đồ

Có 8 khả năng xếp vị trí hàng ngang theo màu, ứng với mỗi khả năng thì có $2!.7!$ cách xếp chỗ ngồi cho 9 bạn. Trong trường hợp này có $8.2!.7!$ cách xếp chỗ ngồi.

Do đó $n(A) = 8.2!.7! + 7.2!.7! = 15.2!.7!$. Vậy xác suất cần tìm là $p = \frac{15.2!.7!}{9!} = \frac{5}{12}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

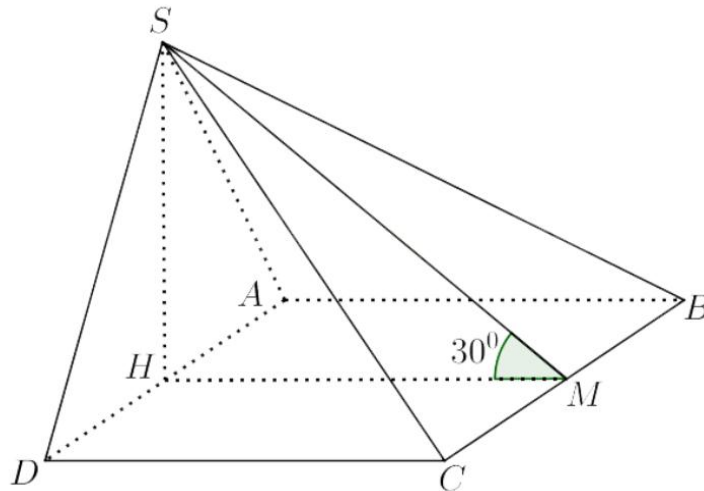
B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



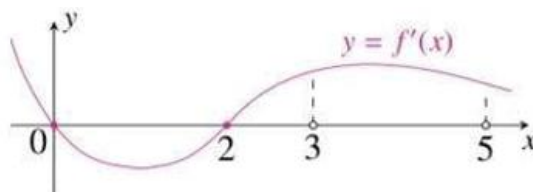
Gọi H là trung điểm AD , ta có $SH \perp AD$, $(SAD) \perp (ABCD)$, $(SAD) \cap (ABCD) = AD$ nên $SH \perp (ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $BC \perp HM$, $BC \perp SH \Rightarrow BC \perp SM$.

Vậy $((SBC), (ABCD)) = SMH = 30^\circ$, suy ra $HM = SH \cdot \cot SMH = 3a$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot AD \cdot HM = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot 3a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm $y = f'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là



A. $f(0), f(5)$.

B. $f(2), f(5)$.

C. $f(2), f(0)$.

D. $f(1), f(5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có BBT của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ như sau:

x	0		2		3		5
$f'(x)$	0	-	0	+		+	
$f(x)$	$f(0)$		$f(2)$		$f(3)$		$f(5)$

Suy ra: $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$ và $f(2) < f(3)$, mà $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$ nên $f(0) < f(5)$.

Vậy: $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$; $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $|f(1 - 2022x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

A. 12.

B. 10.

C. 9.

D. 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x) = x^3(x - 2)(x^2 - 2)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x - 2)(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}. \text{ Suy ra hàm số } f(x) \text{ có 4 cực trị.}$$

Đặt $g(x) = f(1 - 2022x)$. Ta có $g'(x) = -2022 \cdot f'(1 - 2022x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2022x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2022}, x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2022}. \text{ Suy ra } g(x) \text{ có 4 cực trị.}$$

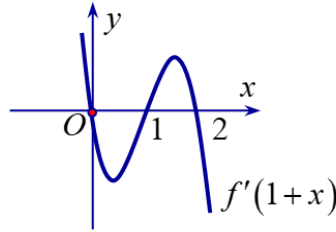
Quan sát bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	$+\infty$	
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$							$y = 0$

Ta thấy phương trình $g(x) = 0$ có tối đa 5 nghiệm.

Vậy hàm số $y = |g(x)| = |f(1 - 2022x)|$ có tối đa 9 cực trị.

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(1 + x)$ có đồ thị như trong hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $g(x) = f(-x^2 + 2x - 2022 + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?



A. 2021.

B. 2023.

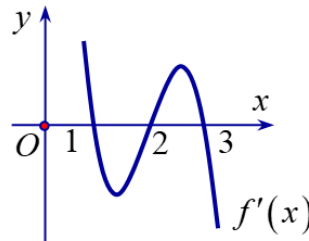
C. 2022.

D. 2024.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tính tiền đồ thị hàm số $y = f'(1+x)$ sang phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



$$g'(x) = (-2x+2)f'(-x^2+2x-2022+m).$$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow f'(-x^2+2x-2022+m) \geq 0, \forall x \in (0;1) \text{ (vì } -2x+2 > 0, \forall x \in (0;1))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+2x-2022+m \leq 1, \forall x \in (0;1) \\ 2 \leq -x^2+2x-2022+m \leq 3, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq x^2-2x+2022, \forall x \in (0;1) \\ \begin{cases} m-2 \geq x^2-2x+2022, \forall x \in (0;1) \\ m-3 \leq x^2-2x+2022, \forall x \in (0;1) \end{cases} \end{cases} (*)$$

Xét hàm số $h(x) = x^2 - 2x + 2022$ trên khoảng $(0;1)$.

$h'(x) = 2x - 2 < 0, \forall x \in (0;1)$ nên hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq h(1) \\ \begin{cases} m-2 \geq h(0) \\ m-3 \leq h(1) \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq 2021 \\ \begin{cases} m-2 \geq 2022 \\ m-3 \leq 2021 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2022 \\ m = 2024 \end{cases}$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; \dots; 2022; 2024\}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $|4^x - 2^{x+2} + m - 1| = 2^{x+1} + 2$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 10.

B. 8.

C. 11.

D. 9.

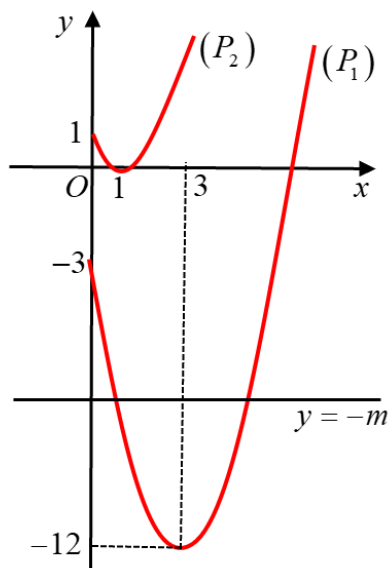
Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = 2^x (t > 0)$.

Phương trình đã cho trở thành $|t^2 - 4t + m - 1| = 2t + 2 (*)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 4t + m - 1 = 2t + 2 \\ t^2 - 4t + m - 1 = -2t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m = t^2 - 6t - 3 (P_1) \\ -m = t^2 - 2t + 1 (P_2) \end{cases}.$$



Vẽ hai parabol $(P_1), (P_2)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12 < -m < -3 \\ -m = 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < m < 12 \\ m = 0 \\ m \leq -1 \end{cases}.$$

Vì $m \in \mathbb{N}$ nên $m \in \{0; 4; 5; \dots; 11\}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) - f(x) = (x+1)e^{3x}$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết

$f(0) = \frac{5}{4}$, giá trị $f(1)$ bằng

A. $\frac{5}{4}e^3 + e.$

B. $\frac{3}{4}e^3 - e.$

C. $\frac{3}{4}e^3 + e.$

D. $\frac{5}{4}e^3 - e.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có:

$$f'(x) - f(x) = (x+1)e^{3x} \Leftrightarrow e^{-x}f'(x) - e^{-x}f(x) = (x+1)e^{2x} \Leftrightarrow (e^{-x}f(x))' = (x+1)e^{2x}$$

$$\text{Khi đó: } e^{-x}f(x) = \int (x+1)e^{2x} dx = \frac{1}{2}(x+1)e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C$$

Do $f(0) = \frac{5}{4}$ nên: $\frac{1}{4} + C = \frac{5}{4} \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+1)e^{3x} - \frac{1}{4}e^{3x} + e^x$

Vậy $f(1) = \frac{3}{4}e^3 + e$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại số thực $b \geq a$ thỏa mãn $4^a = 2^b + b$ và đoạn $[a; b]$ chứa không quá 5 số nguyên?

A. 5.

B. 11.

C. 10.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $4^a = 2^b + b \Leftrightarrow 2^b + b - 4^a = 0$

Xét hàm số $f(b) = 2^b + b - 4^a \Rightarrow f'(b) = 2^b \ln 2 + 1 > 0$

Nên hàm số $f(b)$ luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ta có $4^a = 2^b + b \geq 2^a + a \Leftrightarrow 2^a + a - 4^a \leq 0 \Leftrightarrow f(a) \leq 0$

Nên để tồn tại số thực b và đoạn $[a; b]$ không chứa quá 5 số nguyên:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(a) \leq 0 \\ f(a+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^a + a - 4^a \leq 0 \\ 2^{a+5} + a + 5 - 4^a > 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \{-5; -4; \dots; 4; 5\}.$$

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A , góc $\angle BAC = 120^\circ$ và $AB = a$. Các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau và góc giữa SA với mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3}{4}a^3$.

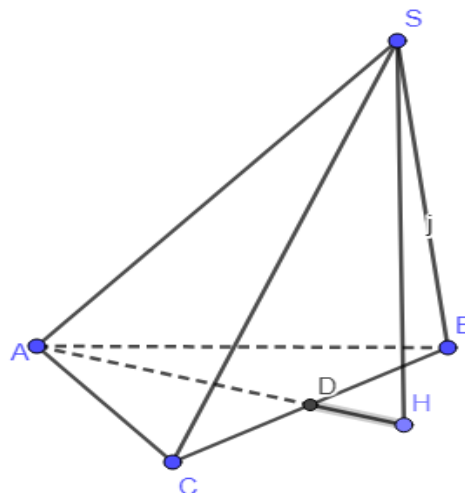
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

D. $\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



+ Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) ,

Do $SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

+ Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\angle SAH \Rightarrow \angle SAH = 60^\circ$.

+ Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC) = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2AH \Rightarrow AH = a; SH = AH \cdot \tan \angle SAH = a\sqrt{3}.$$

$$+ V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ \cdot SH = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau, $AD = 2a\sqrt{2}; BC = a\sqrt{2}$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách từ M là trung điểm đoạn AB đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

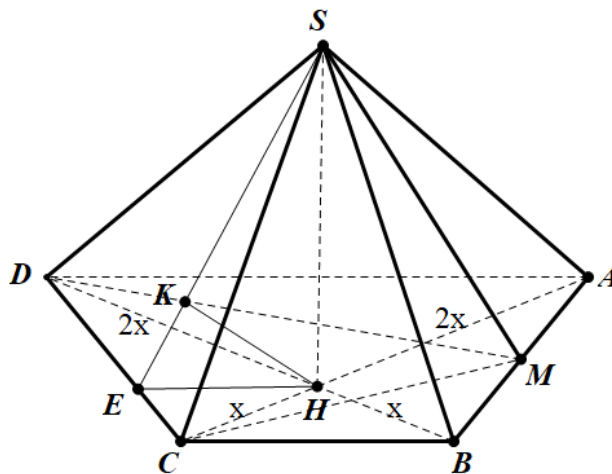
B. $\frac{a\sqrt{15}}{20}$.

C. $\frac{3a\sqrt{15}}{20}$.

D. $\frac{9a\sqrt{15}}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $H = AC \cap BD$, vì (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét các tam giác đồng dạng, ta có: $\frac{HC}{HA} = \frac{HB}{HD} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$.

Đặt $HC = HB = x$, suy ra $HA = HD = 2x$. Kẻ $HE \perp CD$ & $HK \perp SE$. Ta có:

$CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK$, từ đó suy ra $HK \perp (SCD)$ và $SHK = 60^\circ$ là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

Trong tam giác vuông BHC ta có: $x\sqrt{2} = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow x = a$.

Lại có $HE = \frac{2x^2}{CD} = \frac{2x^2}{x\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, suy ra $SE = 2HE = \frac{4a}{\sqrt{5}} \Rightarrow dt(SCD) = \frac{1}{2}CD.SE = 2a^2$.

Mặt khác $dt(ABCD) = \frac{1}{2}AC.BC = \frac{9x^2}{2} = \frac{9a^2}{2}$, do đó $dt(CDM) = \frac{1}{2}dt(ABCD) = \frac{9a^2}{4}$.

Ta có $SH = HE.\tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \Rightarrow V_{s.CDM} = \frac{1}{3}SH.dt(CDM) = \frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$.

Vậy $d(M, (SCD)) = \frac{3V_{s.CDM}}{dt(SCD)} = \frac{3a^3\sqrt{15}/10}{2a^2} = \frac{3a\sqrt{15}}{20}$.