

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	3
[6,46 ; 6,70)	6,58	7
[6,70 ; 6,94)	6,82	5
[6,94 ; 7,18)	7,06	20
[7,18 ; 7,42)	7,30	5
		$n = 40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	2
[6,46 ; 6,70)	6,58	5
[6,70 ; 6,94)	6,82	8
[6,94 ; 7,18)	7,06	19
[7,18 ; 7,42)	7,30	6
		$n = 40$

Bảng 16

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $\approx 6,92(m)$.
- b)** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,26(m)$.
- c)** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,16$.
- d)** Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 là:

$$\bar{x}_D = \frac{3 \cdot 6,34 + 7 \cdot 6,58 + 5 \cdot 6,82 + 20 \cdot 7,06 + 5 \cdot 7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92(m).$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_D^2 = \frac{1}{40} \left[3 \cdot (6,34 - 6,92)^2 + 7 \cdot (6,58 - 6,92)^2 + 5 \cdot (6,82 - 6,92)^2 + 20 \cdot (7,06 - 6,92)^2 + 5 \cdot (7,30 - 6,92)^2 \right] = \frac{2,9824}{40} \approx 0,07.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_D \approx \sqrt{0,07} \approx 0,26(m)$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 là:

$$\bar{x}_H = \frac{2 \cdot 6,34 + 5 \cdot 6,58 + 8 \cdot 6,82 + 19 \cdot 7,06 + 6 \cdot 7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95(m).$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_H^2 = \frac{1}{40} \left[2 \cdot (6,34 - 6,95)^2 + 5 \cdot (6,58 - 6,95)^2 + 8 \cdot (6,82 - 6,95)^2 + 19 \cdot (7,06 - 6,95)^2 + 6 \cdot (7,30 - 6,95)^2 \right] = \frac{2,5288}{40} \approx 0,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24(m)$

Do $s_H \approx 0,24 < s_D \approx 0,26$ nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

Câu 2. Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	15	[10; 15)	12,5	25
[15; 20)	17,5	18	[15; 20)	17,5	15
[20; 25)	22,5	10	[20; 25)	22,5	7
[25; 30)	27,5	10	[25; 30)	27,5	5
[30; 35)	32,5	5	[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	2	[35; 40)	37,5	3
		$n = 60$			$n = 60$
Bảng 1			Bảng 2		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 52,91
- b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:
 $\bar{x}_A = \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} = \frac{62}{3}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$s_A^2 = \frac{15 \cdot \left(12,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 18 \cdot \left(17,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(22,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(27,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 5 \cdot \left(32,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(37,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} \approx 49,14$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{49,14} \approx 7$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:
 $\bar{x}_B = \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} = \frac{229}{12}$

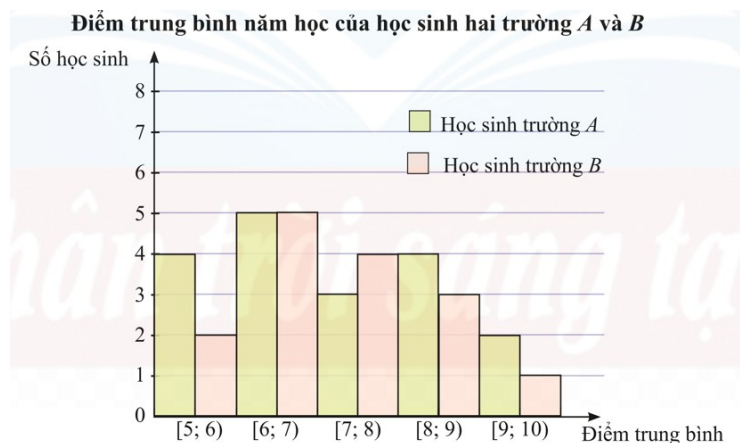
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$s_B^2 = \frac{25 \cdot \left(12,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 15 \cdot \left(17,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 7 \cdot \left(22,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(27,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(32,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(37,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} \approx 57,91$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là: $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{57,91} \approx 7,61$

Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Câu 3. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên như sau:

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A là: 6,1
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường B là: 1,23
- c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Cỡ mẫu: $n_A = 18$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_4 \in [5;6); x_5; \dots; x_9 \in [6;7); x_{10}; \dots; x_{12} \in [7;8); x_{13}; \dots; x_{16} \in [8;9); x_{17}; x_{18} \in [9;10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [6;7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là: $Q_1 = 6 + \frac{\frac{18}{4} - 4}{5}(7 - 6) = 6,1$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [8;9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là: $Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4}(9 - 8) = 8,375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2,275$

Cỡ mẫu: $n_B = 15$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{15}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2 \in [5;6); y_3; \dots; y_7 \in [6;7); y_8; \dots; y_{11} \in [7;8); y_{12}; \dots; y_{14} \in [8;9); y_{15} \in [9;10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$Q_1' = 6 + \frac{\frac{15}{4} - 2}{5} (7 - 6) = 6,35$$

ghép nhóm là:

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$Q_3' = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 15}{4} - (2 + 5 + 4)}{3} (9 - 8) = 8,08$$

nhóm là:

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = 1,73$$

Vậy nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn

Xét số liệu của trường A:

$$\bar{x}_A = \frac{4.5,5 + 5.6,5 + 3.7,5 + 4.8,5 + 2.9,5}{18} = 7,22$$

Số trung bình:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{4.5,5^2 + 5.6,5^2 + 3.7,5^2 + 4.8,5^2 + 2.9,5^2}{18} - 7,22^2} \approx 1,79$$

Độ lệch chuẩn:

Xét số liệu của trường B:

$$\bar{x}_B = \frac{2.5,5 + 5.6,5 + 4.7,5 + 3.8,5 + 1.9,5}{15} = 7,23$$

Số trung bình:

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{2.5,5^2 + 5.6,5^2 + 4.7,5^2 + 3.8,5^2 + 1.9,5^2}{15} - 7,23^2} \approx 1,31$$

Độ lệch chuẩn:

Vậy nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn

Câu 4. Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (đơn vị: độ C).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[16, 8; 19, 8)	18,3	2
[19, 8; 22, 8)	21,3	3
[22, 8; 25, 8)	24,3	2
[25, 8; 28, 8)	27,3	1
[28, 8; 31, 8)	30,3	4
		$n = 12$

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[16, 8; 19, 8)	18,3	1
[19, 8; 22, 8)	21,3	2
[22, 8; 25, 8)	24,3	3
[25, 8; 28, 8)	27,3	2
[28, 8; 31, 8)	30,3	4
		$n = 12$

Bảng 1	Bảng 2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Hà Nội là: 8,75
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Hà Nội (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,56
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Huế là: 12,75
d) Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

- Xét số liệu ở Hà Nội:

+ Khoảng biến thiên: $R = 31,8 - 16,8 = 15$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 2, cf_2 = 5, cf_3 = 7, cf_4 = 8, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ mà $2 < 3 < 5$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 2 là nhóm $[19,8; 22,8)$ có $s = 19,8, h = 3, n_2 = 3$ và nhóm 1 là nhóm $[16,8; 19,8)$ có $cf_1 = 2$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là:
$$Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 19,8 + \left(\frac{3 - 2}{3} \right) \cdot 3 = 20,8$$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ mà $8 < 9 < 12$ suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 5 là nhóm $[28,8; 31,8)$ có $t = 28,8, l = 3, n_5 = 4$ và nhóm 4 là nhóm $[25,8; 28,8)$ có $cf_4 = 8$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:
$$Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_4}{n_5} \right) \cdot l = 28,8 + \left(\frac{9 - 8}{4} \right) \cdot 3 = 29,55$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 29,55 - 20,8 = 8,75$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{2 \cdot 18,3 + 3 \cdot 21,3 + 2 \cdot 24,3 + 27,3 + 4 \cdot 30,3}{12} = 24,8$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{2(18,3 - 24,8)^2 + 3(21,3 - 24,8)^2 + 2(24,3 - 24,8)^2 + (27,3 - 24,8)^2 + 4(30,3 - 24,8)^2}{12} = 20,75$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{20,75} \approx 4,56$

- Xét số liệu ở Huế:

+ Khoảng biến thiên: $R = 31,8 - 16,8 = 15$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 1, cf_2 = 3, cf_3 = 6, cf_4 = 8, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 2 là nhóm $[19,8; 22,8)$ có $s = 19,8, h = 3, n_2 = 2$ và nhóm 1 là nhóm $[16,8; 19,8)$ có $cf_1 = 1$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_1}{n_2} \right) h = 19,8 + \left(\frac{3 - 1}{2} \right) \cdot 3 = 22,8$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ mà $8 < 9 < 12$ suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 5 là nhóm $[28,8; 31,8)$ có $t = 28,8, l = 3, n_5 = 4$ và nhóm 4 là nhóm $[25,8; 28,8)$ có $cf_4 = 8$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_4}{n_5} \right) l = 28,8 + \left(\frac{9 - 8}{4} \right) \cdot 3 = 29,55$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 29,55 - 22,8 = 6,75$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{18,3 + 2 \cdot 21,3 + 3 \cdot 24,3 + 2 \cdot 27,3 + 4 \cdot 30,3}{12} = 25,8$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{(18,3 - 25,8)^2 + 3(21,3 - 25,8)^2 + 3(24,3 - 25,8)^2 + 2(27,3 - 25,8)^2 + 4(30,3 - 25,8)^2}{12} = 15,75$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{15,75} \approx 3,97$

Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Câu 5. Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

Bảng 24

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75; 78,3)	76,65	0	[75; 78,3)	76,65	5
[78,3; 81,6)	79,95	2	[78,3; 81,6)	79,95	6
[81,6; 84,9)	83,25	1	[81,6; 84,9)	83,25	1
[84,9; 88,2)	86,55	6	[84,9; 88,2)	86,55	0
[88,2; 91,5)	89,85	3	[88,2; 91,5)	89,85	0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là: 16,5
- b) Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,28
- c) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là: 4,235
- d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

- Xét số liệu ở Đà Lạt:

+ Khoảng biến thiên: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

+ Số phân tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 0, cf_2 = 2, cf_3 = 3, cf_4 = 9, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 3 là nhóm [81,6; 84,9) có $s = 81,6, h = 3,3, n_3 = 1$ và nhóm 2 là nhóm [78,3; 81,6) có $cf_2 = 2$

$$Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 81,6 + \left(\frac{3 - 2}{1} \right) \cdot 3,3 = 84,9$$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là:

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 4 là nhóm [84,9; 88,2) có $t = 84,9, l = 3,3, n_4 = 6$ và nhóm 3 là nhóm [81,6; 84,9) có $cf_3 = 3$

$$Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 84,9 + \left(\frac{9 - 3}{6} \right) \cdot 3,3 = 88,2$$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 88,2 - 84,9 = 3,3$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:
 $\bar{x}_1 = \frac{0.76,65 + 2.79,95 + 3.83,25 + 6.86,55 + 3.89,85}{12} = 86$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{0(76,65 - 86)^2 + 2(79,95 - 86)^2 + (83,25 - 86)^2 + 6(86,55 - 86)^2 + 3(89,95 - 86)^2}{12} = 10,7825$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{10,7825} \approx 3,28$

- Xét số liệu ở Vũng Tàu:

+ Khoảng biến thiên: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 5, cf_2 = 11, cf_3 = 12, cf_4 = 12, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 1 là nhóm $[75; 78,3)$ có $s = 75, h = 3,3, n_1 = 5$

$$Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 75 + \left(\frac{3 - 0}{5} \right) \cdot 3,3 = 76,98$$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là:

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 2 là nhóm $[78,3; 81,6)$ có $t = 78,3, l = 3,3, n_2 = 6$ và nhóm 1 là nhóm $[75; 78,3)$ có $cf_1 = 5$

$$Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_1}{n_2} \right) \cdot l = 78,3 + \left(\frac{9 - 5}{6} \right) \cdot 3,3 = 77,2$$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 77,2 - 76,98 = 0,22$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{5 \cdot 76,65 + 6 \cdot 79,95 + 83,25}{12} = 78,85$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{5(76,65 - 78,85)^2 + 6(79,95 - 78,85)^2 + (83,25 - 78,85)^2}{12} = 4,235$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{4,235} \approx 2,06$

Vũng Tàu có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Câu 6. Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130;160)	[160;190)	[190;220)	[220;250)	[250;280)	[280;310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét số liệu ở Nha Trang thì khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: 32,64
- b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn
- c) Xét số liệu của Quy Nhơn ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 30,59
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Nha Trang đồng đều hơn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Cỡ mẫu: $n = 20$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về số giờ nắng trong tháng 6 trong 20 năm của Nha Trang được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1 \in [130; 160); x_2 \in [160; 190); x_3 \in [190; 220); x_4; \dots; x_{11} \in [220; 250); x_{12}; \dots; x_{18} \in [250; 280); x_{19}; x_{20} \in [280; 310)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+1+1)}{8} (250 - 220) = 227,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+1+1+8)}{7} (280 - 250) = \frac{1870}{7}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 39,64$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về số giờ nắng trong tháng 6 trong 20 năm của Quy Nhơn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$y_1; \dots; y_2 \in [160; 190); y_3; y_4 \in [190; 220); y_5; \dots; y_7 \in [220; 250); y_8; \dots; y_{17} \in [250; 280); y_{18}; \dots; y_{20} \in [280; 310)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_5 + y_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1' = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+2)}{4} (250 - 220) = 235$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{15} + y_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3' = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+2+4)}{10} (280 - 250) = 274$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = 39$

Vậy nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn
Xét số liệu của Nha Trang:

Số trung bình: $\bar{x}_x = \frac{1.145 + 1.175 + 1.205 + 8.235 + 7.265 + 2.295}{20} = 242,5$

Độ lệch chuẩn: $\sigma_x = \sqrt{\frac{1.145^2 + 1.175^2 + 1.205^2 + 8.235^2 + 7.265^2 + 2.295^2}{20} - 242,5^2} \approx 35,34$

Xét số liệu của Quy Nhơn:

Số trung bình: $\bar{x}_y = \frac{1.175 + 2.205 + 4.235 + 10.265 + 3.295}{20} = 253$

Độ lệch chuẩn: $\sigma_y = \sqrt{\frac{1.175^2 + 2.205^2 + 4.235^2 + 10.265^2 + 3.295^2}{20} - 253^2} \approx 30,59$

Vậy nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn

Câu 7. Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111,6 134,9 130,3 134,2 140,9 109,3 154,4 156,3 116,1 96,7
105,2 80,8 80,8 110 109 139 145 161 126 114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Số giờ nắng	[80;98)	[98;116)	[116;134)	[134;152)	[152;170)
Giá trị đại diện	89	107	125	143	161
Số năm	3	6	3	5	3

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 124,1.
- b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 566,19.
- c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần nghìn) là 23,795.
- d) Sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần nghìn) là 4,805%.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

-Xét theo mẫu số liệu gốc

Cỡ mẫu là $n = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x}_1 = \frac{111,6 + 134,9 + \dots + 114}{20} = 122,755.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$S_1^2 = \frac{1}{20} (111,6^2 + 134,9^2 + \dots + 114^2) - 122,755^2 \approx 515,453.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

$$S_1 \approx \sqrt{515,453} \approx 22,704.$$

-Xét theo mẫu số liệu ghép nhóm

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{3.89 + 6.107 + 3.125 + 5.143 + 3.161}{20} = 124,1.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{20} (3.89^2 + 6.107^2 + 3.125^2 + 5.143^2 + 3.161^2) - 124,1^2 = 566,19.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{566,19} \approx 23,795.$$

Sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc là

$$\frac{|S_2 - S_1|}{S_1} = \frac{|23,795 - 22,704|}{22,704} \cdot 100\% \approx 4,805\%.$$

Câu 8. Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Lớp \ Điểm trung bình	Điểm trung bình				
	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: 5.

b) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

c) Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{0,51}$.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

-Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: $10 - 5 = 5$.

Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là: $10 - 6 = 4$.

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

-Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Lớp \ Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
	1	0	11	22	6
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

- Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{0,61}$.

- Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

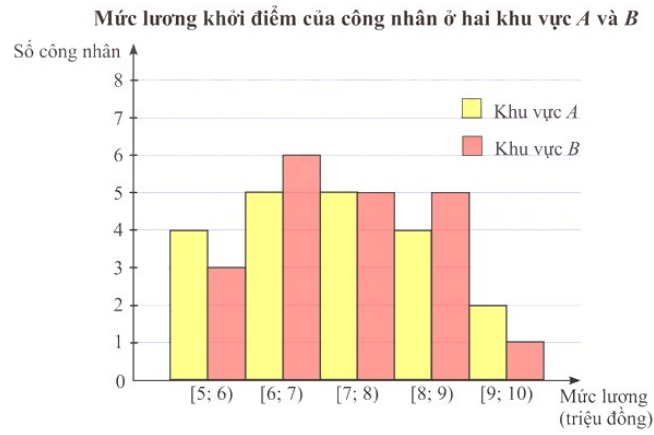
$$S_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $S_1 < S_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Chú ý: Trong bài toán trên, kết quả so sánh độ phân tán theo giá trị trung bình và độ lệch chuẩn có sự khác biệt. Điều này là do mẫu số liệu của học sinh lớp 11A có một giá trị ngoại lệ.

Câu 9. Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu như sau:

Mức lương	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Mức lương đại diện (triệu đồng)	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Khu vực A	4	5	5	4	2
Khu vực B	3	6	5	5	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 6,25.
- b) Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{1,5875}$
- c) Xét mẫu số liệu của khu vực B ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 1,3875.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

- Xét mẫu số liệu của khu vực A :

Cỡ mẫu là $n_A = 4 + 5 + 5 + 4 + 2 = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{4 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 4 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{20} = 7,25.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s_A^2 = \frac{1}{20} (4 \cdot 5,5^2 + 5 \cdot 6,5^2 + 5 \cdot 7,5^2 + 4 \cdot 8,5^2 + 2 \cdot 9,5^2) - (7,25)^2 = 1,5875$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s_A = \sqrt{1,5875}$$

- Xét mẫu số liệu của khu vực B :

Cỡ mẫu là $n_B = 3 + 6 + 5 + 5 + 1 = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{3 \cdot 5,5 + 6 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 5 \cdot 8,5 + 1 \cdot 9,5}{20} = 7,25.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_B^2 = \frac{1}{20} (3 \cdot 5,5^2 + 6 \cdot 6,5^2 + 5 \cdot 7,5^2 + 5 \cdot 8,5^2 + 1 \cdot 9,5^2) - (7,25)^2 = 1,2875.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_B = \sqrt{1,2875}$$

Do $S_A > S_B$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A .

Chú ý: Với các mẫu số liệu ghép nhóm có cùng số trung bình (hoặc xấp xỉ nhau), ta thường sử dụng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ phân tán của các mẫu số liệu đó.

Câu 10. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $7,5216$
- b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $115,28$.
- c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{15,4096}$
- d) Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \cdot 121 + 9 \cdot 123 + 12 \cdot 125 + 10 \cdot 127 + 11 \cdot 129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$.

- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16.121 + 4.123 + 3.125 + 6.127 + 21.129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,28)^2 = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$.

Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .