MÃ 108

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đá $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{3}{2}a^3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 4. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=16\pi R^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Câu 5. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5=\frac{(n-5)!}{n!}$. **B.** $A_n^5=\frac{5!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5=\frac{n!}{5!(n-5)!}$. **D.** $A_n^5=\frac{n!}{(n-5)!}$.

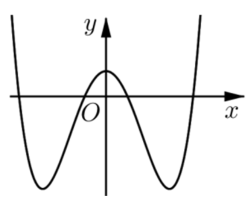
Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là

A. $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$ **B.** $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$ **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$ **D.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là:

A. $x=\frac{25}{3}$. **B.** $x=\frac{32}{3}$. **C.** $x=25$. **D.** $x=32$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$.

C. $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;3)$. **B.** $(4;1;3)$. **C.** $(4;-1;3)$. **D.** $(-4;1;-3)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $(\log_5 2;+\infty)$.

Câu 11. Cho $a>0$ và $a\neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** -3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 12. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. 48π **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $64a^3$. **C.** $32a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 14. Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $6-2i$. **B.** $-4-6i$. **C.** $6+2i$. **D.** $4+6i$.

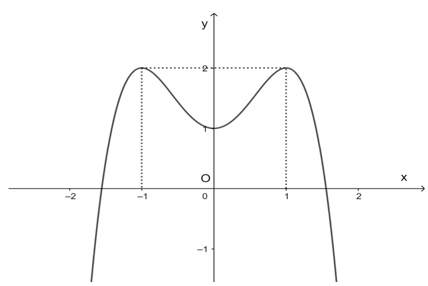
Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3=3-2i$. **B.** $z_2=-3+2i$. **C.** $z_1=-3-2i$. **D.** $z_4=3+2i$.

Câu 16. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng.

A. -9. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(0;1)$

Câu 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng của phương trình:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=x^2+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng:

A. $\int f(x)dx=x^3+3x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{x^3}{3}+3x+C$.

C. $\int f(x)dx=2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=x^2+3x+C$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 21. Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 2.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 1 **B.** 3 **C.** –5 **D.** -1

Câu 23. Đồ thị hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=e^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x-x+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+C$

C. $\int f(x)dx=e^{x-1}+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+x+C$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+5y+z-3=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;5;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;5;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-5;1)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28. Nếu $\int_1^4 f(x)dx=6$ và $\int_1^4 g(x)dx=-5$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. 11. **B.** -1. **C.** -11. **D.** 1.

Câu 29. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $3a$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Câu 31. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là

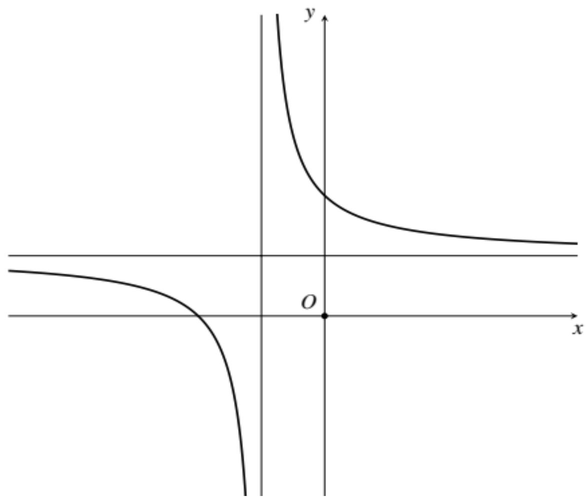
A. $\overline{z}=5-6i$. **B.** $\overline{z}=-5+6i$. **C.** $\overline{z}=-5-6i$. **D.** $\overline{z}=5+6i$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $2x+y+4z-4=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$.

C. $2x+y+2z-11=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

Câu 34. Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

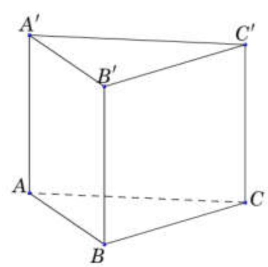


A. $y'<0,\forall x\neq -1$. **B.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 35. Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=64$. **B.** $a^3b=256$. **C.** $a^3b=64$. **D.** $a^3+b=256$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa
hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 37. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2\left[2f\left(x\right)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

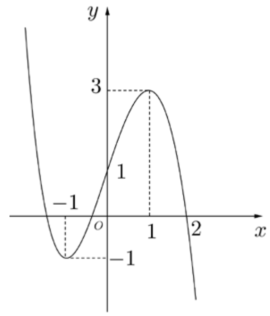
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M\left(2;1;-1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-3y+2z+1=0$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là

A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2-2 & \text{khi } x<1\end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$.Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng.

A. 6. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2\left(x+30\right)-5\right]\le 0$?

A. 31. **B.** 29. **C.** Vô số. **D.** 30.

Câu 42. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+f'\left(x\right)+f''\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị lần lượt là -4 và 2. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 6$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $3\ln 2$

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $\left|z_0\right|=5$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 45. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ và $\left(ABCD\right)=30^o$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đa cho bằng ?

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$ **B.** $48\sqrt{3}a^3$ **C.** $16\sqrt{3}a^3$ **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 46. Xét các số phức z, w thoả mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 47. Cắt hình nón (N)bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60^0 ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{12x}$

A. 27. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ là

A. $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{37}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2C	3B	4C	5D	6A	7A	8B	9C	10C
11D	12A	13B	14A	15B	16D	17D	18D	19B	20A
21B	22B	23A	24D	25A	26B	27A	28A	29B	30A
31A	32D	33B	34A	35B	36D	37A	38D	39B	40D
41A	42B	43D	44A	45D	46B	47A	48D	49B	50D

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

B. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

D. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Minh Thúy; Fb:ThuyMinh

Chọn C

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng r là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$ nên chọn đáp án **C.**

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đá $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. a^3.

D. $\frac{3}{2}a^3$.

Lời giải

Fb tác giả:Nguyễn Thu

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.3a^2.a=a^3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$ nên phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Câu 4. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=16\pi R^2$.

B. $S=\frac{4}{3}\pi R^2$.

C. $S=4\pi R^2$.

D. $S=\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thị Minh

Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức $S = 4\pi R^2$.

Câu 5. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \ge 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5 = \dfrac{(n-5)!}{n!}$. **B.** $A_n^5 = \dfrac{5!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5 = \dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **D.** $A_n^5 = \dfrac{n!}{(n-5)!}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là

A. $y' = \dfrac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$ **B.** $y' = \dfrac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$ **C.** $y' = \dfrac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$ **D.** $y' = \dfrac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(x^{\alpha})' = \alpha.x^{\alpha-1}$

Ta có $y' = \dfrac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là:

A. $x = \dfrac{25}{3}$. **B.** $x = \dfrac{32}{3}$. **C.** $x = 25$. **D.** $x = 32$.

Lời giải

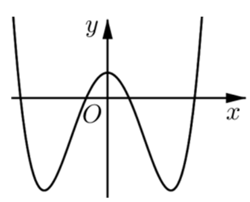
Fb tác giả:Nguyễn Thu

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$

Phương trình $\log_5(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 5^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{25}{3}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;3)$. **B.** $(4;1;3)$. **C.** $(4;-1;3)$. **D.** $(-4;1;-3)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thu Hương

Tọa độ điểm $O(0;0;0)$ nên $\overrightarrow{OA}(4;-1;3)$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty;)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $(\log_5 2;+\infty;)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_2 5 \Rightarrow S = (-\infty;\log_2 5)$.

Câu 11. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** -3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Dung

Với $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.

Câu 12. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. 48π **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

FB tác giả: Thiệu Hảo

Chọn A

Thể tích khối trụ là

$V = \pi r^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi$.

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $64a^3$. **C.** $32a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 14. Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $6 - 2i$. **B.** $-4 - 6i$. **C.** $6 + 2i$. **D.** $4 + 6i$.

Lời giải

Ta có $z + w = 6 - 2i$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 3 - 2i$. **B.** $z_2 = -3 + 2i$. **C.** $z_1 = -3 - 2i$. **D.** $z_4 = 3 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $M\left(-3;2\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_2=-3+2i$.

Câu 16. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng.

A. -9. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

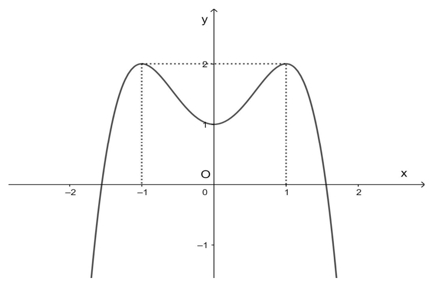
Tác giả: Phó Văn Giang; Fb:Giang Phó

Chọn D

Gọi công bội của cấp số nhân đã cho là q.

Ta có: $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{12}{3}=4$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\infty;0\right)$ **B.** $\left(-1;1\right)$ **C.** $\left(0;+\infty\right)$ **D.** $\left(0;1\right)$

Lời giải

FB tác giả: Thiệu Hảo

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng của phương trình:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-2\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x+1}{x-2}=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x+1}{x-2}=-\infty$.

Suy ra $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=x^2+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng:

A. $\int f(x)dx = x^3 + 3x + C$.
B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2x + C$.
D. $\int f(x)dx = x^2 + 3x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Hữu Vinh

Chọn B

Ta có: $\int f(x)dx = \int (x^2+3)dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là:

A. $\mathbb{R}$.
B. $[0;+\infty)$.
C. $(0;+\infty)$.
D. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số mũ $y = a^x, 0 < a \neq 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 21. Phần thực của số phức $z = 6 - 2i$ bằng

A. -2.
B. 6.
C. -6.
D. 2.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 6 - 2i$ bằng 6.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 1
B. 3
C. -5
D. -1

Lời giải

FB tác giả: Bùi Anh Đức

Chọn B

Từ Bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = y(-1) = 3$

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3.
B. 1.
C. 0.
D. 2.

Lời giải

Chọn A

Với $x = 0 \Rightarrow y = 3$.

Vậy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ 3.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=e^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x-x+C$.
B. $\int f(x)dx=e^x+C$
C. $\int f(x)dx=e^{x-1}+C$.
D. $\int f(x)dx=e^x+x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Chung Anh

Chọn câu D

Ta có: $\int f(x)dx=\int\left(e^x+1\right)dx=e^x+x+C$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+5y+z-3=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$.
B. $\overrightarrow{n_1}=(2;5;1)$.
C. $\overrightarrow{n_4}=(2;5;-1)$.
D. $\overrightarrow{n_3}=(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	+	0	-	0	+	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.
B. 4.
C. 3.
D. 2.

Lời giải

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta có hàm số có các điểm cực trị là $x=-3; x=-2; x=3; x=5$.

Câu 27. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 6.
B. 18.
C. 2.
D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Huong Nguyen.

Chọn A

Ta có $\int_0^3 2f(x)dx=2\int_0^3 f(x)dx=6$.

Câu 28. Nếu $\int_1^4 f(x)dx=6$ và $\int_1^4 g(x)dx=-5$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. 11.
B. -1.
C. -11.
D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^4 [f(x)-g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 6-(-5) = 11$.

Câu 29. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Biến cố "lấy được ba quả màu xanh" có số phần tử: $n(A) = C_6^3$

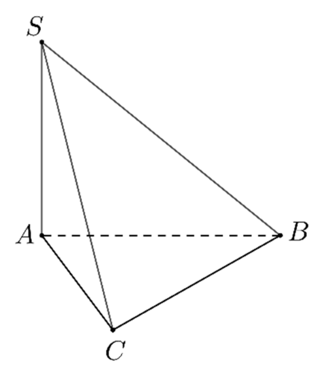
Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $3a$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.

Suy ra $d(B,(SAC)) = BC = AC = 3a$.

Câu 31. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Ta đang xét trên đoạn $[-2;1]$ nên loại $x = 2$.

Ta có $f'(-2) = -21; f'(0) = -1; f'(1) = -3$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ là -1, tại $x = 0$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z} = 5 - 6i$. **B.** $\overline{z} = -5 + 6i$. **C.** $\overline{z} = -5 - 6i$. **D.** $\overline{z} = 5 + 6i$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Ngọc Hiếu

Chọn D

Ta có $iz = 6+5i \Rightarrow z = \dfrac{6+5i}{i} = 5-6i \Rightarrow \bar{z} = 5+6i$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $2x+y+4z-4=0$.

B. $2x+y+2z-2=0$.

C. $2x+y+2z-11=0$.

D. $2x+y+4z-17=0$.

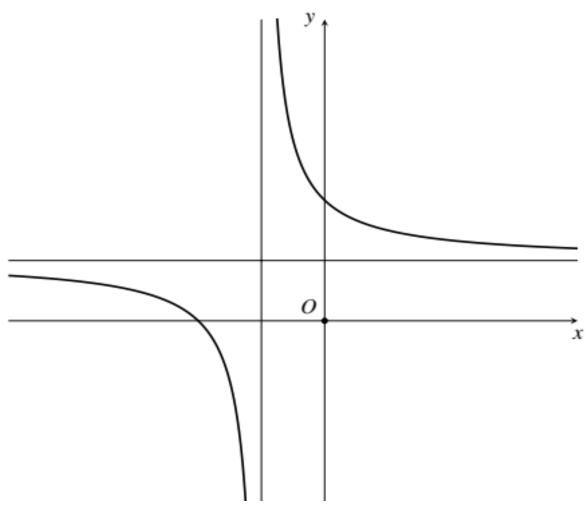
Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua A có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$. Nên có phương trình là:

$2(x-0)+1(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2-0$.

Câu 34. Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0, \forall x\neq -1$.

B. $y'>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

C. $y'>0, \forall x\neq -1$.

D. $y'<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Huong Chu

Điều kiện xác định: $x\neq -1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định.

Do đó $y'<0, \forall x\neq -1$.

Câu 35. Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=64$.

B. $a^3b=256$.

C. $a^3b=64$.

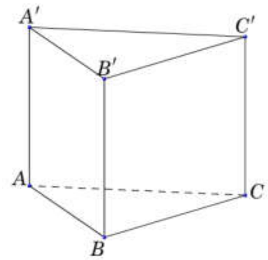
D. $a^3+b=256$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3+\log_2 b=8 \Leftrightarrow \log_2 a^3b=8 \Leftrightarrow a^3b=256$.

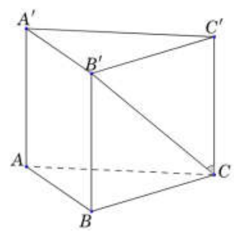
Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa
hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

FB tác giả: Dương Phạm



Vì hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông suy ra $\widehat{C'CB'}=45°$.

Lại có $AA'//CC'$ nên góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng góc giữa hai đường thẳng CC' và $B'C$ bằng góc $\widehat{C'CB'}$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng $45°$

Câu 37. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2 \left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

FB tác giả: Trần Nguyễn Vĩnh Nghi.

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 \left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x = 2\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 1\mathrm{d}x = 2.3-2=4.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

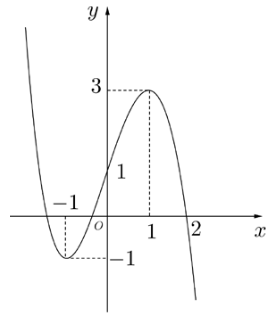
Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_p}=(1;-3;2)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Vì $d \perp (P)$ nên d nhận vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_p} = (1;-3;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

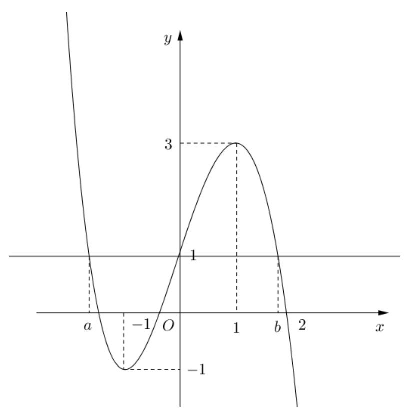


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là

A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

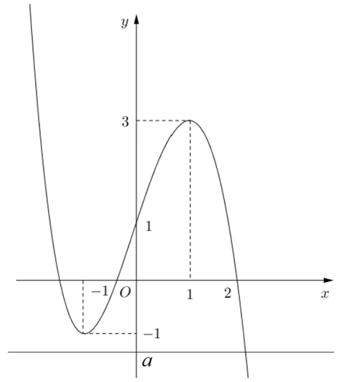
Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Lan



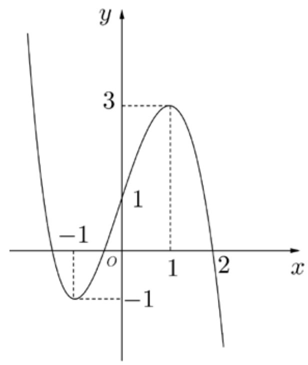
Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = a\,(a < -1) \\ f(x) = 0 \\ f(x) = b\,(1 < b < 2) \end{array}\right.$.

TH1: Với $f(x) = a\,(a < -1)$



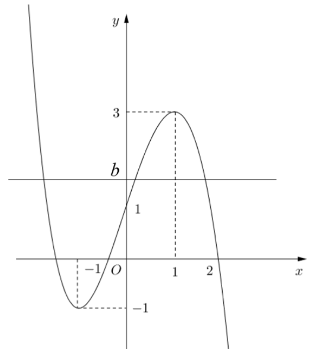
Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 1 nghiệm.

TH2: Với $f(x)=0$



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

TH3: Với $f(x)=b(1<b<2)$



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Các nghiệm của 3 trường hợp trên là đôi một khác nhau .

Vậy phương trình $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x\ge 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x<1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$.Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng.

A. 6. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int(2x-1)\mathrm{d}x=x^2-x+c_1$; $\int(3x^2-2)\mathrm{d}x=x^3-2x+c_2$

Suy ra $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}x^2-x+C_1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3-2x+C_2 & \text{khi } x<1\end{cases}$

Mà ta có $F(0)=2\Rightarrow C_2=2$

Mặt khác hàm số F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $y=F(x)$ liên tục tại $x=1$

Suy ra $\lim\limits_{x\to1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to1^-}F(x)\Rightarrow C_1=1$.

Khi đó ta có: $F(x)=\begin{cases}x^2-x+1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3-2x+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}F(-1)=3\\ F(2)=3\end{cases}$.

Vậy $F(-1)+2F(2)=9$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]\le 0$?

A. 31. **B.** 29. **C.** Vô số. **D.** 30.

Lời giải

Điều kiện: $x>-30$ (*)

+ Trường hợp 1:

$$\begin{cases}3^{x^2}-9^x\ge 0\\ \log_2(x+30)-5\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\ge 0\\ x+30\le 2^5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 2\end{array}\right.\\ x\le 2\end{cases}$$

Kết hợp điều kiện (*) ta được $x\in(-30;0]\cup\{2\}$.

+ Trường hợp 2:

$$\begin{cases}3^{x^2}-9^x\le 0\\ \log_2(x+30)-5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\le 0\\ x+30\ge 2^5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$$

Vậy $x\in(-30;0]\cup\{2\}$, suy ra có tất cả 31 số nguyên x.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị lần lượt là -4 và 2. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 6$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $3\ln 2$

Lời giải

FB tác giả: Trần Quốc Đại

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm giữa $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$:

$\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1\Rightarrow f(x)-g(x)=6$ (1)

Ta có $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ suy ra $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)$

Suy ra $f(x)-g(x)=f'''(x)-g'(x)$ mà $f'''(x)=6$

Nên $f(x)-g(x)=6-g'(x)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $f(x)-g(x)=6\Leftrightarrow 6=6-g'(x)\Leftrightarrow g'(x)=0$

Mặt khác, hàm số $g(x)$ là đa thức bậc ba có hai điểm cực trị nên $g'(x)=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$.

Mặt khác từ pt (2) ta có

$g'(x)+f(x)=6+g(x)\Rightarrow \dfrac{g'(x)+f(x)}{6+g(x)}=1\Rightarrow \dfrac{g'(x)}{6+g(x)}=1-\dfrac{f(x)}{6+g(x)}$

Ta có

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|1-\frac{f(x)}{6+g(x)}\right|dx=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g'(x)}{6+g(x)}\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{6+g(x)}dx\right|$$

$$=\left|\ln\left|6+g(x)\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|=\left|\ln\left|6+g(x_1)\right|-\ln\left|6+g(x_2)\right|\right|$$

Do hàm số $g(x)$ có giá trị cực trị lần lượt là -4 và 2 nên không mất tính tổng quát giả sử $g(x_1)=-4;g(x_2)=2$

Do đó $S=\left|\ln\left|6+g(x_1)\right|-\ln\left|6+g(x_2)\right|\right|=\left|\ln 2-\ln 8\right|=2\ln 2$

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta'=2m+1$.

TH1: Nếu $\Delta'=2m+1\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm thực.

Phương trình có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=5\Leftrightarrow z_0=\pm 5$.

Với $z_0=5$ ta có $25-10(m+1)+m^2=0\Leftrightarrow m^2-10m+15=0\Leftrightarrow m=5\pm\sqrt{10}\,(tm)$.

Với $z_0=-5$ ta có $25+10(m+1)+m^2=0\Leftrightarrow m^2+10m+35=0\,(vn)$.

TH2: Nếu $\Delta' = 2m+1<0 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$ thì phương trình có 2 nghiệm phức $z_0;\overline{z_0}$.

Khi đó ta có $z_0.\overline{z_0}=|z_0|^2 \Leftrightarrow m^2=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5(l) \\ m=-5(tm)\end{array}\right.$

Vậy có 3 giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$.
B. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.
C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.
D. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$.

Lời giải

FB tác giả: DU LO Mia

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) thì Δ là giao tuyến của (P) và (Q)

Ta có $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{u_d}\right]=(3;-5;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q):3(x+1)-5y+z-1=0 \Leftrightarrow 3x-5y+z+2=0$

Mọi điểm thuộc Δ có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases}2x+y-z+3=0\\3x-5y+z+2=0\end{cases}$ nên Δ đi qua điểm $M(-1;0;1)$.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(Q)}};\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(4;5;13)$.

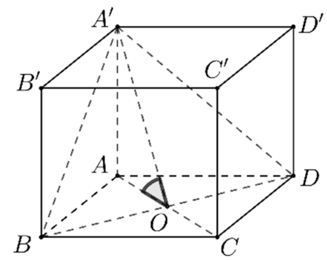
Phương trình Δ là $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$.

Câu 45. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)=30^o$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đa cho bằng ?

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$
B. $48\sqrt{3}a^3$
C. $16\sqrt{3}a^3$
D. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$

Lời giải

Chọn D



Gọi O là trung điểm của BD. Ta có: $\Delta A'AB = \Delta A'AD$ suy ra $A'B = A'D$ suy ra $\Delta A'BD$ cân.

Mà $\begin{cases} (A'BD)\cap(ABCD) = BD \\ A'O \perp BD \\ AO \perp BD \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(A'BD),(ABCD)}\right) = \widehat{A'OA} = 30°. = 30^o$.

Xét $\Delta A'OA$ vuông tại A có: $\tan 30^o = \dfrac{A'A}{AO} = \dfrac{A'A}{\frac{AC}{2}} = \dfrac{A'A}{\frac{BD}{2}} = \dfrac{A'A}{2a} \Rightarrow A'A = 2a\tan 30° = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Xét hình vuông $ABCD$ có: $BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = 2a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối hình hộp chữ nhật bằng: $V = A'A.AB^2 = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 46. Xét các số phức z, w thoả mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\overline{w} + 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Nguyễn Tiến Trung

Ta có $|z + i\overline{w} + 6 - 8i| \ge |6 - 8i| - |z + i\overline{w}| = 10 - |z + i\overline{w}| \ge 10 - \left(|z| + |i\overline{w}|\right) = 10 - \left(|z| + |\overline{w}|\right) = 7$.

Do đó $|z + i\overline{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\begin{cases} z = t(6 - 8i) \\ i\overline{w} = t'(6 - 8i), \forall t, t' \le 0 \\ |z| = 1, |w| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\dfrac{1}{10}(6 - 8i) \\ i\overline{w} = \dfrac{2}{10}(6 - 8i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\dfrac{3}{5} + \dfrac{4}{5}i \\ w = \dfrac{8}{5} - \dfrac{6}{5}i \end{cases}$$

$\Rightarrow |z - w| = \dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

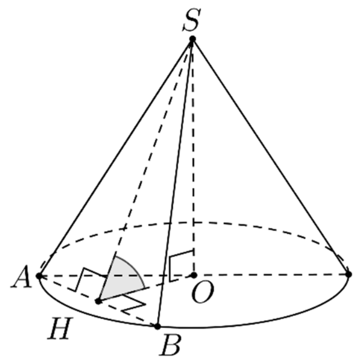
Câu 47. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60^0 ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Fb:Minhchu

Chọn A



Mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB cạnh $2a \Rightarrow AB = 2a$.

Kẻ $OH \perp AB$ tại $H \Rightarrow AH = a, SH = a\sqrt{3}$.

Góc giữa mặt phẳng (SAB) với mặt đáy bằng $60° \Rightarrow \widehat{SHO} = 60° \Rightarrow SO = SH.\sin 60° = \dfrac{3a}{2}$.

Mà $OH = \dfrac{SO}{\tan 60°} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{h^2 + r^2} = 4a.$

Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{7}}{2}.2a = \sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{12x}$

A. 27. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{12x} \Leftrightarrow 3^{3(3x^2+xy-12x)} = 1 + xy \Leftrightarrow 3^{3(3x^2+xy-12x)} - 1 - xy = 0$

Để tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{12x}$ thì $1 + xy > 0 \Leftrightarrow y > -\dfrac{1}{x} \Rightarrow y > -3$

Với $y \geq 14$ thì $3\left(3x^2 + x(y-12)\right) > 1, \forall x \in \left(\dfrac{1}{3};4\right)$ nên áp dụng bất đẳng thức Becnuli ta có:

$$1 + xy = 3^{3(3x^2+xy-12x)} \geq 2.3(3x^2 + xy - 12x) + 1 \Leftrightarrow 18x^2 + 5xy - 72x \leq 0 \qquad (1)$$

Do $x \in \left(\dfrac{1}{3};4\right)$ nên $18x^2 + 5xy - 72x = 6x(3x-1) + x(5y-66) > 0$. Vậy (1) không xảy ra hay không tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta xét các giá trị $y \in \{-2;-1;0;1;...13\}$.

Xét hàm số $f(x) = 3^{3(3x^2+xy-12x)} - 1 - xy$ liên tục trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};4\right)$

Với $y = 0$, ta có $f(x) = 3^{9x^2-36x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$ không thỏa mãn.

Với $y\in\{-2;-1;1;2;...12\}$, ta có $f\left(\frac{1}{3}\right)=3^{y-11}-1-\frac{1}{3}y<0; f(4)=3^{12y}-1-4y>0$ nên phương trình $f(x)=0$ có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};4\right)$.

Với $y=13$, ta có $f(x)=3^{9x^2+3x}-1-13x \Rightarrow f'(x)=(18x+3).3^{9x^2+3x}.\ln 3-13>0, \forall x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$

và có $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{3}>0$ nên $f(x)>0, \forall x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$. Vậy $y=13$ không thỏa mãn.

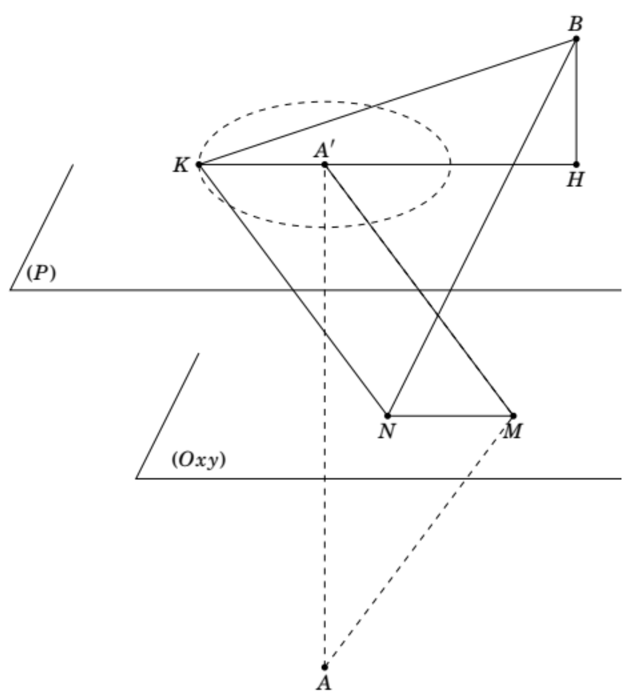
Vậy có 14 giá trị y thỏa mã yêu cầu bài toán là $y\in\{-2;-1;1;2;...;12\}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ là

A. $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{37}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Tuấn Anh – Thân Phùng



Nhận xét A, B khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi $A'(1;-3,-2)$ là điểm đối xứng của A qua (Oxy).

Dựng $\overrightarrow{A'K}=\overrightarrow{MN}$ suy ra $A'M=KN$. Do đó $AM=A'M=KN$.

Khi đó $|AM-BN|=|KN-BN|\le KB$.

Vì $A'K \parallel MN$ nên $A'K$ nằm trên mặt phẳng (P) đi qua A' và song song với (Oxy). Đồng thời do $A'K=1$ nên K nằm trên một đường tròn tâm A' bán kính $R=1$.

Ta có $(P): z+2=0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên (P). Khi đó $H(-2;1;-2)$.

Ta có $BH=d(B,(P))=1$.

Từ đó $BK=\sqrt{BH^2+HK^2}\le\sqrt{1+(HA'+R)^2}=\sqrt{1+(5+1)^2}=\sqrt{37}$

Vậy $\max|AM-BN|=\sqrt{37}$. Đẳng thức xảy ra khi A' nằm giữa H, K.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f(|x^3+6x|+m)$ có ít nhất 3 cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=0$ tại $x=8, x=\pm3$.

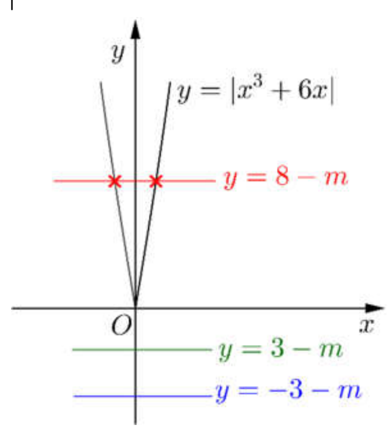
Đặt $g(x)=f(|x^3+6x|+m)$

Ta có: $g'(x)=\left[f(|x^3+6x|+m)\right]'=\dfrac{(3x^2+6)(x^3+6x)}{|x^3+6x|}.f'(|x^3+6x|+m)$ $(x\ne0)$.

Với $x=0$ là 1 cực trị của $g(x)$

Để $g(x)$ có ít nhất 3 cực trị thì $g'(x)$ phải có ít nhất 3 nghiệm bội lẻ hay $f'(|x^3+6x|+m)=0$ có ít nhất 2 nghiệm.

$f'(|x^3+6x|+m)=0\to\left[\begin{array}{l}|x^3+6x|+m=-3\\|x^3+6x|+m=3\\|x^3+6x|+m=8\end{array}\right.$. Ta có đồ thị $u(x)=|x^3+6x|$ (với $m>0$):



Để $f'(|x^3+6x|+m)=0$ có ít nhất 2 nghiệm thì : $8-m>0\to m<8\to m\in[1;7]$.

Vậy có 7 giá trị m.