

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CASIO
NĂM HỌC 2009 – 2010 -Lớp 12 THPT**

Qui định: Học sinh trình bày văn tắt cách giải, công thức áp dụng, kết quả tính toán vào ô trống liền kề bài toán. Các kết quả tính gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định chính xác tới 4 chữ số phân thập phân sau dấu phẩy

Bài 1 (5 điểm).

Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình $3\sin 2x - 5\cos^2 x = 1$.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:
--------------------	----------

Bài 2 (5 điểm).

Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = 3x - 2 + \sqrt{4 - 3x^2}.$$

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:
--------------------	----------

Bài 3: (5 điểm)

Tính giá trị của a, b, c, d nếu đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ qua các điểm $A(1; 3)$, $B(0; \frac{3}{5})$, y chia cho $x - 2$ dư 1, y chia cho $x - 2.5$ dư -1.2.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 4 (5 điểm). Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1; -2)$, $B(3; 4)$, $C(0; 5)$.

- Tính diện tích và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.
- Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 5 (5 điểm). Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \log_3^2 x + 4^y = 8 \\ \log_2 x + 2^y = 2 \end{cases}$$

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 6 (5 điểm). Tính gần đúng giá trị của a, b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(1;2)$ và là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 3x + 4$.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 7 (5 điểm).

Tính gần đúng bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có các cạnh $AB = AC = AD = 7\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$, $BD = 4\text{cm}$.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 8 (5 điểm). Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$. Xét dãy số: $u_n = x_1^n + x_2^n$ ($n \in \mathbf{N}$).

a) Tính giá trị của $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$.

b) Lập công thức truy hồi tính u_{n+1} theo u_n và u_{n-1} . Tính chính xác u_7 . Kết quả là hỗn số hoặc phân số.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 9 (5 điểm).

Tính gần đúng thể tích của hình chóp S.ABCD biết rằng đáy ABCD là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = 10\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$, $SD = 12\text{cm}$ và góc $\angle ABC = 80^\circ$ các nghiệm của phương trình: $2\sqrt{3}x^4 - 4\sqrt{3}x^2 + 3x + 3 + \sqrt{3} = 0$.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

Bài 10 (5 điểm).

Tính gần đúng tọa độ hai giao điểm của đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ và đường thẳng $2x + 3y - 1 = 0$.

Tóm tắt cách giải:	Kết quả:

———— Hết ————

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài 1:

$$3 \sin 2x - 5 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 3 \sin 2x - \frac{5(1 + \cos 2x)}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow 6 \sin 2x - 5 \cos 2x = 7 \Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{61}} \sin 2x - \frac{5}{\sqrt{61}} \cos 2x = \frac{7}{\sqrt{61}}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \cos \varphi - \cos 2x \sin \varphi = \sin \alpha \text{ với } \cos \varphi = \frac{6}{\sqrt{61}}; \sin \alpha = \frac{7}{\sqrt{61}}$$

$$x_1 \approx 51^\circ 44' 17'' + k180^\circ; x_2 \approx 78^\circ 4' 3'' + k180^\circ$$

Bài 2:

$$f(x) = 3x - 2 + \sqrt{4 - 3x^2} \text{ có tập xác định là: } D = \left[-\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}} \right]$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Dùng chức năng CALC tính:

$$f\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx -5.4641; f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx 1.4641; f(1) = 2.$$

$$\text{Vậy: } \max_D f(x) = f(1) = 2; \min_D f(x) = f\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx -5.4641.$$

Bài 3:

Thay tọa độ các điểm lần lượt vào biểu thức hàm số và biến đổi ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 3 \\ 8a + 4b + 2c + d = 1 \\ 2.5^3 a + 2.5^2 b + 2.5c + d = -1.2 \\ d = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta được: } a = \frac{6}{25}; b = -\frac{73}{25}; c = \frac{127}{25}; d = \frac{3}{5}$$

Bài 4:

$$\text{a) } AB = 2\sqrt{10}; AC = \sqrt{10}; BC = 5\sqrt{2}; p \approx 8.2790$$

$$\text{Ta có diện tích tam giác ABC là: } S = 10, r = \frac{S}{p} \approx 1.2079.$$

$$\text{b) Ta có công thức: } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} \approx 3.5355 \text{ (cm)}$$

$$I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Bài 5:

Điều kiện để hệ phương trình có nghiệm là: $x > 0$

Hệ phương trình có một nghiệm duy nhất: $(x; y) \approx (20.1150; - 0.4500)$

Bài 6:

Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; 2)$ nên $b = 2 - a$, phương trình của đường thẳng d trở thành: $y = ax - a + 2 = 0$

$$\begin{cases} a_1 \approx 3.8284 \\ b_1 \approx -1.8284 \end{cases}; \begin{cases} a_2 \approx -1.8284 \\ b_2 \approx 3.8284 \end{cases}$$

Bài 7:

$$R \approx 3.5162$$

Bài 8:

Ta có hai nghiệm của phương trình $x^2 - 8x - 5 = 0$ là $x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}$; $x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$

$$u_1 = 1.5; u_2 = 3.25; u_3 = 5.625; u_4 = 10.0625; u_5 = 17.90625; u_6 = 31.890625;$$

$$u_{n+1} = 1.5u_n + 0.5u_{n-1}$$

$$u_7 = 1.5u_6 + 0.5u_5 = \frac{7269}{128}$$

Bài 9:

Thể tích của hình chóp: $V = \frac{1}{3} dt(ABCD) \times h \approx 221.1042$ (đvtt)

Bài 10:

Tọa độ giao điểm của đường elip và đường thẳng nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được hai giao điểm của đường thẳng và đường elip có tọa độ gần đúng là: $M(-3.6283; 2.7522)$, $N(-5.3882; -3.2588)$.