|  |  |
| --- | --- |
|  | ĐỀ THI HỌC SINH GIỎISỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẾN TRENĂM HỌC 2018 – 2019Môn: Toán Lớp: 12 |

**Câu 1 . a)**  Giải phương trình .

**b)** Giải hệ phương trình 

**c)** Cho hàm số  có đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị  biết  cắt trục lần lượt tại hai điểm  sao cho  (với  là gốc tọa độ).

**Câu 2.**

**a)** Bạn An có một đồng xu mà khi tung có xác suất xuất hiện mặt ngửa là  và bạn Bình có một

đồng xu mà khi tung có xác suất xuất hiện mặt ngửa là . Hai bạn An và Bình lần lượt chơi trò chơi tung đồng xu của mình đến khi có người được mặt ngửa, ai được mặt ngửa trước thì thắng. Các lần tung là độc lập với nhau và bạn An chơi trước. Xác suất bạn An thắng là , trong đó  và  là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tìm .

**b)** Tìm hệ số của số hạng chứa  trong khai triển nhị thức  biết rằng  là số nguyên dương thỏa mãn: .

**Câu 3.**

**a)** Trong không gian cho 4 điểm  thỏa mãn  Tính 

**b)** Cho các số thực không âm  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  .

**Câu 4: (4 điểm).**

Cho hình chóp , có  vuông góc với mặt phẳng ,  và tam giác  vuông tại  với . Gọi  là điểm di động trên , đặt . Tính khoảng cách từ  đến  theo  và . Tìm các giá trị của  để khoảng cách này lớn nhất.

**Lời giải**

***taminhtrangdhsp@gmail.com***

**Câu 1 .** a) Giải phương trình .

**Lời giải**

***Tác giả: Tạ Minh Trang; Fb: Minh Trang***











.

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm .

***anhtu82t@gmail.com***

**b)** Giải hệ phương trình 

**Lời giải**

***Tác giả: Đồng Anh Tú ; Fb: AnhTu***

ĐK: 

Đặt , , ta được . Khi đó phương trình  trở thành

(do ) nên PT (1) . Thay vào phương trình (2), ta được





Xét hàm số  trên , ta có , do đó hàm số  đồng biến trên .

Ta có 

.

Với , ta thấy  thỏa mãn điều kiện .

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là .

**Nhận xét: Ta có thể biến đổi phương trình (1) đi theo hướng khác như sau:**

Từ PT(2), ta có , nên PT(1) (4) , ta có đặt ,  thay vào (4), ta được , từ đây suy ra . Xét hàm số  đồng biến trên , ta được  hay .

**c)** Cho hàm số  có đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị  biết  cắt trục lần lượt tại hai điểm  sao cho  (với  là gốc tọa độ).

**Lời giải**

Điều kiện xác định: 

Ta có  nên tiếp tuyến của luôn có hệ số góc âm.

Tam giác  vuông tại  mà  từ đó ta có .

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến . Khi đó ta có  nên .

Gọi  là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến  với đồ thị .

Ta có .

+) Nếu , khi đó tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị là .

Phương trình của  là: .

+) Nếu , khi đó tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị là .

Phương trình của  là: .

Vậy có hai tiếp tuyến của  cần tìm là  và .

***Manhsang12.1@gmail.com***

**Câu 2.**

a) Bạn An có một đồng xu mà khi tung có xác suất xuất hiện mặt ngửa là  và bạn Bình có một đồng xu mà khi tung có xác suất xuất hiện mặt ngửa là . Hai bạn An và Bình lần lượt chơi trò chơi tung đồng xu của mình đến khi có người được mặt ngửa, ai được mặt ngửa trước thì thắng. Các lần tung là độc lập với nhau và bạn An chơi trước. Xác suất bạn An thắng là , trong đó  và  là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tìm .

**Lời giải**

Giả sử bạn An thắng ở lần gieo thứ ,  khi đó bạn An và bạn Bình tung đồng xu ở  lần

trước đó đều là sấp, xác suất để điều này xảy ra là .

Do  có thể tiến tới dương vô cùng, vậy nên áp dụng quy tắc cộng xác suất, ta có xác suất để An thắng là: 

Trong đó  là tổng của cấp số nhân vô hạn với số hạng đầu  và công

bội  nên , suy ra 

Từ đó ; suy ra 

**b.** Tìm hệ số của số hạng chứa  trong khai triển nhị thức  biết rằng  là số nguyên dương thỏa mãn: .

**Lời giải**

Xét khai triển  (1) 

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta có:

 (2)

Thay  vào (2) ta được:

 . Từ giả thiết 

Ta có:  (thỏa mãn ).

Số hạng tổng quát của khai triển là: 

Để  chứa  ta cần tìm số  sao cho và  (thỏa mãn).

Vậy hệ số của số hạng chứa  là: .

**Câu 3.**

**a)** Trong không gian cho 4 điểm  thỏa mãn  Tính 

Giải

Ta có



Thay số vào ta được 

**b)** Cho các số thực không âm  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  .

**Lời giải**

Với mọi số thực dương , ta có:

  .

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

Ta có:  



 .

Theo giả thiết, ta có: .

Áp dụng BĐT Cô-si cho các số không âm, ta có:









Suy ra:  .

Dấu đẳng thức xảy ra  .

Vậy .

**Bài tập tương tự: (Lê Cảnh Dương-sưu tầm).**

Cho *a,b,c* là các số thực không âm và không đồng thời bằng 0 thay đổi thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Lời giải**

Ta có: 



 .

Theo giả thiết, ta có: .

Áp dụng BĐT Cô-si cho các số không âm, ta có:









Suy ra: 

Dấu đẳng thức xảy ra  .

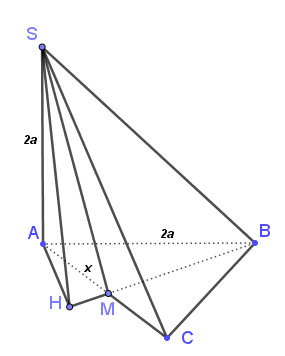
Vậy 

**Câu 4: (4 điểm).**

Cho hình chóp , có  vuông góc với mặt phẳng ,  và tam giác  vuông tại  với . Gọi  là điểm di động trên , đặt . Tính khoảng cách từ  đến  theo  và . Tìm các giá trị của  để khoảng cách này lớn nhất.

**Lời giải**

**Cách 1**



\*) Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *S* lên *BM*. Khi đó độ dài *SH* chính là khoảng cách từ *S* đến *BM*.

Ta có: .

Do đó hai tam giác  và  đồng dạng nên 

Mà  





\*) Do  cố định nên  lớn nhất khi và chỉ khi  lớn nhất.

Ta có .

TH1: .

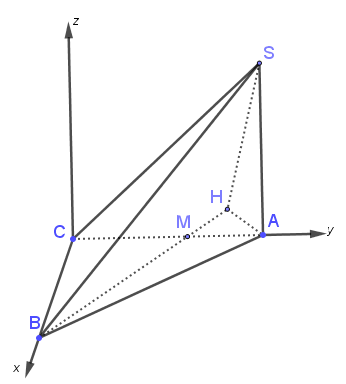
TH2: .

Do đó *AH* lớn nhất khi và chỉ khi hàm số  nhỏ nhất, với  ().

Mà , nên  đạt giá trị nhỏ nhất tại , tức là , khi đó .

Từ hai trường hợp trên ta kết luận được *SH* lớn nhất khi và chỉ khi .

**Cách 2**



Ta có .

Trong không gian, chọn hệ trục tọa độ  sao cho  Khi đó . Ta có:





Từ đây, xét hàm số  với , ta suy ra được đạt giá trị lớn nhất tại .

**Cách 3:** Dễ thấy lớn nhất là , khi đó vị trí *M* trùng với **, tức là .

Đây là bài toán cực trị dừng lại ở mức trung bình và thường xuất hiện trong các đề thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Mời bạn đọc tham khảo các bài toán dưới đây.

**Bài tập tương tự**

Cho hình chóp  có đáy *ABCD* là hình thoi cạnh *a*,  cạnh  và vuông góc với mặt phẳng . Gọi *M*  là điểm di động trên đoạn  và ,  , *K* là hình chiếu của *S* trên *DM.* Tính độ dài đường *SK* theo *a* và *x*. Tìm giá trị lớn nhất của đoạn *SK.*

**Đề thi HSG 11 THPT Nho Quan A, Ninh Bình năm 2018 – 2019**

Cho hình chóp  có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, cạnh  và vuông góc với mặt phẳng . Gọi *M*  là điểm di động trên đoạn *BC* và , *K* là hình chiếu của *S* trên *DM.* Tính độ dài đoạn *SK* theo *a* và *x*. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn *SK.*

**Đề thi HSG 11 Nghệ An năm 2017 – 2018**

Cho hình chóp  có đáy *ABCD* là hình thoi cạnh *a*,  Đặt  Tìm  theo  để tích  đạt giá trị lớn nhất.