|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT**  **------------✰------------** | **KÌ THI HỌC SINH GIỎI**  **Môn: TOÁN**  ***Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*** |

**ĐỀ RA**

**Câu 1** *(2.0 điểm).* Cho biểu thức:

.

a) Rút gọn *P*.

b) Tính giá trị của *P* tại .

**Câu 2** *(1.5 điểm).*Giải phương trình: 

**Câu 3** *(2.5 điểm).*Cho *x, y* là các số dương.

1. Chứng minh: .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: .

**Câu 4** *(3.0 điểm).*Cho điểm *M* nằm trên nửa đường tròn tâm *O* đường kính *AB = 2R* (*M* không trùng với *A* và *B*). Trong nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn có bờ là đường thẳng *AB,* kẻ tiếp tuyến *Ax*. Đường thẳng *BM* cắt *Ax* tại *I*; tia phân giác của  cắt nửa đường tròn *O* tại E, cắt *IB* tại *F;* đường thẳng *BE* cắt *AI* tại *H*, cắt *AM* tại *K.*

1. Chứng minh 4 điểm *F, E, K, M* cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh .
3. Xác định vị trí của *M* trên nửa đường tròn *O* để chu vi  đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị đó theo *R*?

**Câu 5** *(1.0 điểm).*Tìm các số tự nhiên *x, y* biết rằng:

.

--------------------- Hết ---------------------

\***Ghi chú:** *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT** | **KÌ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **Môn: TOÁN** |

**ĐÁP ÁN,**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **CÂU** | | **NỘI DUNG** | **ĐIỂM** |
| 1 | a | Điều kiện | 0.25 |
|  | 0.25 |
|  | 0.25 |
| Vậy | 0.25 |
| b |  | 0.25 |
|  | 0.25 |
| . | 0.25 |
|  | Vậy  do đó | 0.25 |
| 2 |  | Điều kiện | 0.25 |
| (1) | 0.5 |
| Khi : Ta có  . Phương trình vô nghiệm | 0.25 |
| Khi : Ta có | 0.25 |
| Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho. | 0.25 |
| 3 | a | Vì *x > 0, y* > 0 nên  và | 0.25 |
| Áp dụng bất đẳng thức  dấu "=" xảy ra  ta có | 0.25  0.25 |
| Vậy . | 0.25 |
| Dấu "=" xảy ra  (vì *x > 0, y* > 0) | 0.25 |
| b | Đặt , ta có | 0.25 |
| Vì  nên ; | 0.25 |
| Ta có | 0.25 |
| Do đó ; | 0.25 |
| Vậy giá trị nhỏ nhất của *M* bằng  khi và chỉ khi . | 0.25 |
|  |  | Hình vẽ  *x*  **I**  **F**  **M**  **H E**    **K**  **A O B** |  |
| a | Ta có M, E nằm trên nửa đường tròn đường kính AB nên và . | 0.5 |
| Vậy 4 điểm *F, E, K, M* cùng nằm trên đường tròn đường kính FK | 0.25 |
| b | Ta có  cân tại *A* nên *AH = AK* (1) | 0.25 |
| *K* là trực tâm của  nên ta có  suy ra FK // AH (2) | 0.25 |
| Do đó  mà  (gt) cho nên | 0.25 |
| Suy ra *AK = KF*, kết hợp với (1) ta được *AH = KF* (3) | 0.25 |
| Từ (2) và (3) ta có *AKFH* là hình bình hành nên *HF // AK.* Mà  suy ra . | 0.25 |
| c | Chu vi của  lớn nhất khi chỉ khi *MA + MB* lớn nhất (vì AB không đổi). | 0.25 |
| Áp dụng bất đẳng thức  dấu "=" xảy ra , ta có | 0.25 |
| Nên *MA + MB* đạt giá trị lớn nhất bằng  khi và chỉ khi  *MA = MB* hay *M* nằm chính giữa cung *AB*. | 0.25 |
| Vậy khi *M* nằm chính giữa cung *AB* thì  đạt giá trị lớn nhất.  Khi đó | 0.25 |
| 5 |  | Đặt , ta có  là tích của 5 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 5. Nhưng  không chia hết cho 5, do đó A chia hết cho 5. | 0.25 |
| Nếu , ta có  chia hết cho 5 mà 11879 không chia hết cho 5 nên  không thỏa mãn, suy ra *y = 0.* | 0.25 |
| Khi đó *,* ta có | 0.25 |
| .  Vậy  là hai giá trị cần tìm. | 0.25 |