

## CHƯƠNG 1: SỐ HỮU TỈ

### Bài 1: TẬP HỢP SỐ HỮU TỈ

#### I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

##### 1. Khái niệm số hữu tỉ và biểu diễn số hữu tỉ trên trục số:

a) **Khái niệm:** Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$

Tập hợp số hữu tỉ được kí hiệu là  $\mathbb{Q}$ .

\*) **Chú ý:** Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  là  $-\frac{a}{b}$

\*) **Nhận xét:** Các số thập phân đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Số nguyên, hỗn số cũng là các số hữu tỉ

##### b) Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

+ Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số: Tương tự như đối với số nguyên, ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trục số

+ Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  được gọi là điểm  $\frac{a}{b}$

+ Nhận xét: Trên trục số, hai điểm biểu diễn hai số hữu tỉ đối nhau  $\frac{a}{b}$  và  $-\frac{a}{b}$  nằm về hai phía khác nhau so với điểm  $O$  và có cùng khoảng cách đến  $O$

#### 2. Thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ

+ Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó

+ Với hai số hữu tỉ  $\frac{x}{y}$  ta luôn có hoặc  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$  hoặc  $\frac{x}{y} < \frac{a}{b}$  hoặc  $\frac{x}{y} > \frac{a}{b}$ .

+ Cho ba số hữu tỉ  $\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}$ , ta có:

Nếu  $\frac{a}{b} < \frac{b}{c}$  và  $\frac{b}{c} < \frac{c}{a}$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{c}{a}$  (tính chất bắc cầu)

+ Trên trục số, nếu  $\frac{a}{b} < \frac{c}{a}$  thì điểm  $\frac{a}{b}$  nằm trước điểm  $\frac{c}{a}$

\*) **Chú ý:**

+ Số hữu tỉ lớn hơn 0 được gọi là số hữu tỉ dương;

+ Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 được gọi là số hữu tỉ âm.

+ Số 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

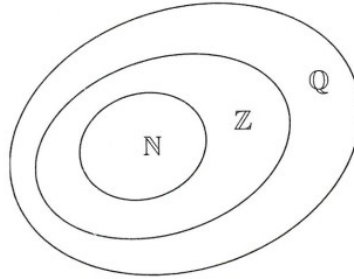
#### II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

##### Dạng 1: Nhận biết các số hữu tỉ, quan hệ trên tập hợp số

**Phương pháp giải:**

+ Muốn xác định xem một số có là số hữu tỉ hay không, ta hãy biến đổi xem số đó có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$  hay không.

+ Mỗi quan hệ giữa các tập hợp số đã biết với tập hợp số hữu tỉ:  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .



+ Sử dụng các kí hiệu  $\in, \notin, \subset, \supset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$  để biểu diễn mối quan hệ giữa số và tập hợp hoặc giữa các tập hợp với nhau.

$$\frac{5}{4}; 3\frac{2}{5}; \frac{-2}{7}; \frac{-13}{17}; \frac{0}{3}; \frac{3}{0}; \frac{-9}{-9}; 3,5; 0; 6,25$$

**Bài 1:** Cho các số sau:  $\frac{5}{4}; 3\frac{2}{5}; \frac{-2}{7}; \frac{-13}{17}; \frac{0}{3}; \frac{3}{0}; \frac{-9}{-9}; 3,5; 0; 6,25$ , hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

**Lời giải**

Ta viết:  $3,5 = \frac{35}{100}; 0,625 = \frac{625}{1000}$ . Vậy các số hữu tỉ là  $\frac{5}{4}; 3\frac{2}{5}; \frac{-2}{7}; \frac{-13}{17}; \frac{0}{3}; \frac{-9}{-9}; 3,5; 0; 6,25$

Số không phải số hữu tỉ là  $\frac{3}{0}$  (vì có mẫu số là 0).

**Bài 2:** Số nguyên  $\dots - 2; -1; 0; 1; 2; \dots$  có là số hữu tỉ không? Vì sao?

**Lời giải**

Vì các số nguyên đều có thể viết được dưới dạng phân số với mẫu số là 1 nên các số nguyên đều là số hữu tỉ.

**Bài 3:** Điền kí hiệu ( $\in; \notin$ ) thích hợp vào ô trống:

$6,5 \square \mathbb{Z}$	$6,5 \square \mathbb{Q}$	$2\frac{4}{7} \square \mathbb{Q}$	$0 \square \mathbb{Q}$	$-3,5 \square \mathbb{N}$
--------------------------	--------------------------	-----------------------------------	------------------------	---------------------------

**Lời giải**

$6,5 \notin \mathbb{Z}$	$6,5 \in \mathbb{Q}$	$2\frac{4}{7} \in \mathbb{Q}$	$0 \in \mathbb{Q}$	$-3,5 \notin \mathbb{N}$
-------------------------	----------------------	-------------------------------	--------------------	--------------------------

(∈;∉)

**Bài 4:** Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống:

$-5 \square \mathbb{N}$	$-5 \square \mathbb{Z}$	$-5 \square \mathbb{Q}$	$\frac{1}{5} \square \mathbb{Z}$	$-\frac{0}{8} \square \mathbb{Q}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

**Lời giải**

$-5 \notin \mathbb{N}$	$-5 \in \mathbb{Z}$	$-5 \in \mathbb{Q}$	$\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$	$-\frac{0}{8} \in \mathbb{Q}$
------------------------	---------------------	---------------------	---------------------------------	-------------------------------

**Bài 5:** Điền các kí hiệu  $\forall, \exists, \subset$  vào ô trống cho đúng (điền tất cả các khả năng có thể):

a)  $11 \in \dots$

b)  $-26 \in \dots$

c)  $\frac{1}{5} \in \dots$

d)  $-\frac{3}{4} \in \dots$

**Lời giải**a) Có thể điền  $\forall, \subset, \exists$ b) Có thể điền  $\subset, \exists$ c) Có thể điền  $\exists$ d) Có thể điền  $\exists$ 

(∈,∉,⊂,⊃,ℕ,ℤ,ℚ)

**Bài 6:** Điền các kí hiệu thích hợp vào ô trống:

$$-3 \square \mathbb{N} \quad -\frac{1}{2} \square \mathbb{Q}; \quad \frac{7}{9} \in \square; \quad \mathbb{N} \square \mathbb{Z} \subset \square.$$

**Hướng dẫn giải**

$$-3 \notin \mathbb{N} \quad -\frac{1}{2} \in \mathbb{Q};$$

$$\frac{7}{9} \in \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}.$$

(∈,∉,⊂,⊃,ℕ,ℤ,ℚ)

**Bài 7:** Điền các kí hiệu thích hợp vào ô trống:

$$1 \square \mathbb{N}; \quad -1 \square \mathbb{N}; \quad -\frac{10}{2} \square \mathbb{Z}; \quad \frac{3}{-8} \square \mathbb{Q};$$

$$\frac{-4}{9} \square \mathbb{Z}; \quad \frac{1}{4} \notin \square; \quad \frac{2}{5} \in \square; \quad \mathbb{Q} \supset \square.$$

**Lời giải**

$$1 \in \mathbb{N}; \quad -1 \notin \mathbb{N}; \quad -\frac{10}{2} \in \mathbb{Z} \text{ do } -\frac{10}{2} = -5 \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{3}{-8} \in \mathbb{Q}; \quad \frac{-4}{9} \notin \mathbb{Z}; \quad \frac{1}{4} \notin \mathbb{N}, \mathbb{Z}; \quad \frac{2}{5} \in \mathbb{Q}; \quad \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z}, \mathbb{N}.$$

**Chú ý:**

- + Kí hiệu  $\in$  là “thuộc”.
- + Kí hiệu  $\notin$  là “không thuộc”.
- + Kí hiệu  $\subset$  là “tập hợp con”.
- + Kí hiệu  $\supset$  là “chứa trong” hoặc “chứa”.
- + Kí hiệu  $\mathbb{N}$  là “tập hợp các số tự nhiên”.

**Bài 8:** Điền kí hiệu  $(\in, \notin, \subset)$  thích hợp và ô trống:

$$-4 \square \mathbb{N}; \quad \frac{-5}{3} \square \mathbb{Q}; \quad -8 \square \mathbb{Z}; \quad \frac{-2}{9} \square \mathbb{Z};$$

$$-\frac{1}{11} \square \mathbb{Z}; \quad -\frac{2}{7} \square \mathbb{Q}; \quad -\frac{2}{19} \square \mathbb{N}; \quad \mathbb{N} \square \mathbb{Q}.$$

**Lời giải**

$$-4 \notin \mathbb{N}; \quad \frac{-5}{3} \in \mathbb{Q}; \quad -8 \in \mathbb{Z}; \quad \frac{-2}{9} \notin \mathbb{Z};$$

$$-\frac{1}{11} \notin \mathbb{Z}; \quad -\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}; \quad -\frac{2}{19} \notin \mathbb{N}; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}.$$

**Bài 9:** Điền các kí hiệu  $\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}$  thích hợp vào ô trống (điền tất cả các khả năng có thể):

$$-6 \in \square; \quad 22 \in \square; \quad \frac{-2}{23} \in \square; \quad \mathbb{N} \subset \square;$$

$$\mathbb{Z} \subset \square; \quad \frac{-5}{7} \notin \square; \quad -21 \notin \square;; \quad 1\frac{3}{4} \notin \square.$$

**Lời giải**

$$-6 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}; \quad 22 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}; \quad \frac{-2}{23} \in \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}, \mathbb{Q};$$

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}; \quad \frac{-5}{7} \notin \mathbb{N}, \mathbb{Z}; \quad -21 \notin \mathbb{N}; \quad 1\frac{3}{4} \notin \mathbb{N}, \mathbb{Z}.$$

**Bài 10:** Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Số 19 là một số tự nhiên.

B. Số  $-5$  là một số nguyên âm.

C. Số  $-\frac{15}{19}$  là một số hữu tỉ.

D. Số 0 là một số hữu tỉ dương.

**Lời giải**

Chọn đáp án D

Vì số 0 không là số hữu tỉ âm, cũng không là số hữu tỉ dương.

**Bài 11:** Viết Đ vào ô có khẳng định đúng và S vào ô có khẳng định sai:

1. Số nguyên là số hữu tỉ

2. Số nguyên âm không là số hữu tỉ âm

3. Tập hợp  $\mathbb{Q}$  gồm các số hữu tỉ âm và các số hữu tỉ dương

4. Số  $1\frac{1}{2}$  là số hữu tỉ

5. Số  $-\frac{1}{5}$  không là số hữu tỉ

**Lời giải**

1. Đ

2. S

3. S

4. Đ

5. S

**Bài 12:** Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

a)  $-\frac{5}{7}$

b)  $\frac{4}{-9}$

c)  $\frac{-3}{-8}$

d)  $\frac{-14}{9}$

e)  $\frac{5}{-8}$

**Lời giải**

Số hữu tỉ dương là  $\frac{-3}{-8}$

Số hữu tỉ âm là  $-\frac{5}{7}$ ;  $\frac{4}{-9}$ ;  $\frac{-14}{9}$ ;  $\frac{5}{-8}$

**Bài 13:** Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

a)  $-\frac{-3}{5}$

b)  $\frac{2}{9}$

c)  $-4$

d)  $\frac{0}{-3}$

**Lời giải**

a)  $-\frac{-3}{5}$  là số hữu tỉ dương

b)  $\frac{2}{9}$  là số hữu tỉ dương

c)  $-4$  là số hữu tỉ âm

d)  $\frac{0}{-3} = 0$  không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương.

$$\frac{11}{2}; -4; \frac{-7}{6}; 0; \frac{-5}{7}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}$$

**Bài 14:** Tìm số đối của các số sau:

**Lời giải**

Số đối của  $\frac{11}{2}; -4; \frac{-7}{6}; 0; \frac{-5}{7}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}$  lần lượt là  $-\frac{11}{2}; 4; \frac{7}{6}; 0; \frac{5}{7}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}$

$$3\frac{1}{2}; (-5); \frac{-3}{-4}; -(-8)$$

**Bài 15:** Tìm số đối của các số sau:

**Lời giải**

Số đối của  $3\frac{1}{2}; (-5); \frac{-3}{-4}; -(-8)$  lần lượt là  $-3\frac{1}{2}; 5; -\frac{3}{4}; -8$

**Bài 16:** Dãy số nào dưới đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ

a)  $-0,3; \frac{-3}{10}; \frac{6}{20}$  b)  $5; \frac{-5}{-1}; \frac{-10}{2}$

c)  $\frac{2}{13}; \frac{-7}{17}; \frac{-14}{26}$  d)  $\frac{9}{12}; \frac{-6}{-8}; \frac{3}{4}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $-0,3 = \frac{-3}{10} \neq \frac{6}{20}$ . Dãy số này không biểu diễn một số hữu tỉ

b) Ta có:  $5 = \frac{-5}{-1} \neq \frac{-10}{2}$ . Dãy số này không biểu diễn một số hữu tỉ

c)  $\frac{2}{13} \neq \frac{-7}{17} = \frac{-14}{26}$ . Dãy số này không biểu diễn một số hữu tỉ

d)  $\frac{9}{12}; \frac{-6}{-8}; \frac{3}{4}$ . Dãy số này không biểu diễn một số hữu tỉ

$$\frac{-5}{4}$$

**Bài 17:** Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-5}{4}$ , từ đó rút ra dạng tổng

quát của các phân số bằng phân số  $\frac{-5}{4}$ .

$$\frac{-10}{4}, -\frac{15}{12}, -\frac{20}{16}, -\frac{19}{16}, \frac{25}{-20}, \frac{12}{15}$$

**Lời giải**

Rút gọn các phân số ta được:  $\frac{-10}{4} = \frac{-5}{2}, -\frac{15}{12} = -\frac{5}{4}, -\frac{20}{16} = -\frac{5}{4}, -\frac{19}{16} = -\frac{19}{16}, \frac{25}{-20} = -\frac{5}{4}, \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-5}{4}$  là  $\frac{-5}{8}, -\frac{10}{12}, -\frac{15}{20}$

Dạng tổng quát của các phân số bằng phân số  $\frac{-5}{4}$  là  $-\frac{5k}{4k} (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0)$

$$\frac{14}{21}$$

**Bài 18:** a) Tìm 3 phân số bằng các phân số

b) Tìm 3 phân số bằng các phân số  $-\frac{4}{12}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{14}{21} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{16}{24}$

b) Ta có:  $-\frac{4}{12} = -\frac{1}{3} = -\frac{2}{6} = -\frac{8}{24}$

**Bài 19:** Viết dạng chung của các số hữu tỉ bằng:

a)  $\frac{-123123}{164164}$

b)  $\frac{434343}{868686}$

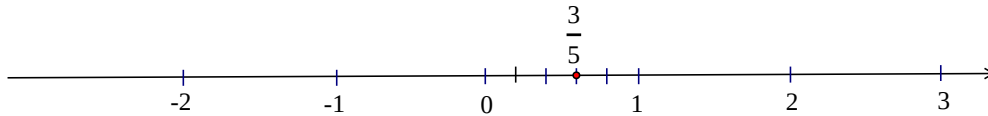
**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{-123123}{164164} = \frac{-123.1001}{164.1001} = \frac{-123}{164}$

Vậy dạng chung của số hữu tỉ  $\frac{-123123}{164164}$  là  $\frac{-123.m}{164.m}$  với  $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$

a) Ta có:  $\frac{434343}{868686} = \frac{1.434343}{2.434343} = \frac{1}{2}$

Vậy dạng chung của số hữu tỉ  $\frac{434343}{868686}$  là  $\frac{1.m}{2.m}$  với  $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$



**Bài 20:** Cho các số sau:  $\frac{2,3}{5}; 1\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -\frac{12}{7}; \frac{0}{8}; \frac{2}{0}; \frac{-3}{-3}; -1,6; 0,35$ . Hãy cho biết số nào là số hữu tỉ, số nào không phải là số hữu tỉ?

**Lời giải**

$$1\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -\frac{12}{7}; \frac{0}{8}; \frac{-3}{-3}; -1,6; 0,35$$

Các số hữu tỉ là

$$\frac{2,3}{5}; \frac{2}{0}$$

Số không phải là số hữu tỉ là

**Bài 21:** Các số hữu tỉ sau là âm hay dương?

$$-\frac{1}{4}; \frac{3}{11}; \frac{-2}{-5}; -6$$

**Lời giải**

Số hữu tỉ dương là:  $\frac{3}{11}; \frac{-2}{-5}$ ;

Số hữu tỉ âm là:  $-\frac{1}{4}; -6$

**Bài 22:** Tìm số đối của các số:  $5\frac{3}{7}; (-9); \frac{-4}{-11}; -(-5); -\frac{2}{3}; 0,56$ .

**Lời giải**

Số đối của  $5\frac{3}{7}; (-9); \frac{-4}{-11}; -(-5); -\frac{2}{3}; 0,56$  lần lượt là:  $-5\frac{3}{7}; 9; -\frac{4}{11}; -5; \frac{2}{3}; -0,56$

**Bài 23:** Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{2}{-5}$ ?

$$\frac{-8}{20}; \frac{9}{-12}; \frac{-10}{25}; \frac{6}{-15}; \frac{9}{-15}$$

**Lời giải**

Ta có  $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$ . Rút gọn các phân số đã cho ta được:

$$\frac{-8}{20} = \frac{-4}{5}; \frac{9}{-12} = \frac{-3}{4}; \frac{-10}{25} = \frac{-2}{5}; \frac{6}{-15} = \frac{-2}{5}; \frac{9}{-15} = \frac{-3}{5}$$





$$a) \frac{5}{x-3}$$

$$b) \frac{-4}{5x+10}$$

### Lời giải

a) Để  $\frac{5}{x-3}$  là số hữu tỉ thì  $x-3 \in \mathbb{Z}$  và  $x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$ .

Vậy khi  $x$  là số nguyên khác 3 thì  $\frac{5}{x-3}$  là số hữu tỉ.

b) Để  $\frac{-4}{5x+10}$  là số hữu tỉ thì  $5x+10 \in \mathbb{Z}$  và  $5x+10 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$ .

Vậy khi  $x$  là số nguyên khác -2 thì  $\frac{-4}{5x+10}$  là số hữu tỉ.

**Bài 28:** Tìm tất cả các số nguyên  $x$  để các phân số sau có giá trị là số nguyên:

$$a) A = \frac{10x-9}{2x-3}$$

$$b) B = \frac{x-10}{x-5}$$

### Lời giải

$$a) A = \frac{10x-9}{2x-3} = 5 + \frac{6}{2x-3}$$

a)

$$A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{6}{2x-3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x-3 \in$$

$U(6)$

$$\Rightarrow 2x-3 \in \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3\} \quad (x \in \mathbb{Z})$$

$$b) B = \frac{x-10}{x-5} = 1 - \frac{5}{x-5} \quad x \in \{4; 6; 0; 10\}$$

b)

. Làm tương tự câu a ta được

**Bài 29:** Cho số  $x$  thỏa mãn  $x^2 = 5$ . Hỏi số  $x$  có là số hữu tỉ không?

### Lời giải

$x$  không thể là số hữu tỉ.

## Dạng 2: Biểu diễn số hữu tỉ

### Bài toán 1: Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

\*) Phương pháp giải:

Để biểu diễn một số hữu tỉ trên trục số, ta thường làm như sau:

**Bước 1.** Ta viết số đó dưới dạng phân số có mẫu dương. Khi đó mẫu của phân số sẽ cho ta biết đoạn thẳng đơn vị được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

**Bước 2.** Lấy đoạn thẳng mới làm đơn vị.

**Bước 3.** Số hữu tỉ dương (âm) nằm bên phải (trái) điểm 0 và cách điểm 0 một khoảng bằng giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ đó.

**Bài 1:** Biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{3}{4}$  trên trục số.

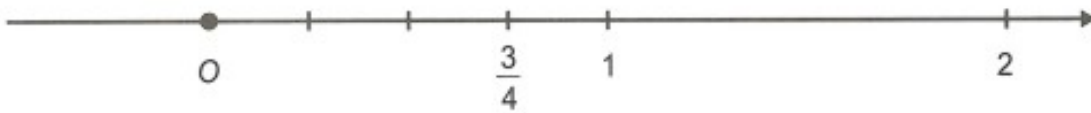
**Lời giải**

Chia các đoạn thẳng đơn vị ra làm 4 phần bằng nhau.

Lấy đoạn thẳng mới làm đơn vị (bằng  $\frac{1}{4}$  đơn vị cũ).

Lấy điểm nằm bên trái điểm 0, cách điểm 0 một đoạn bằng 3 đơn vị mới.

Điểm vừa lấy là điểm phải tìm.



**Bài 2:** Biểu diễn số hữu tỉ  $-\frac{3}{5}$  trên trục số.

**Lời giải**

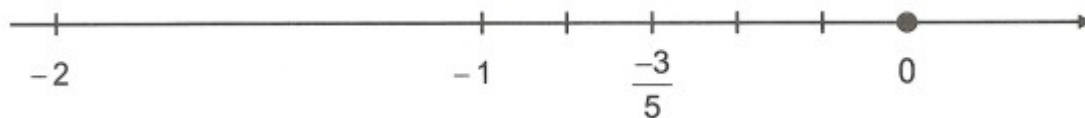
Ta có  $\frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$

Chia các đoạn thẳng đơn vị ra làm 5 phần bằng nhau.

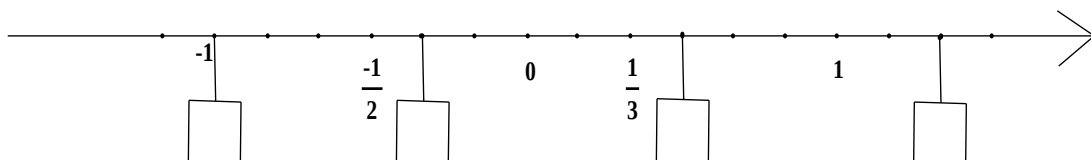
Lấy đoạn thẳng mới làm đơn vị (bằng  $\frac{1}{5}$  đơn vị cũ).

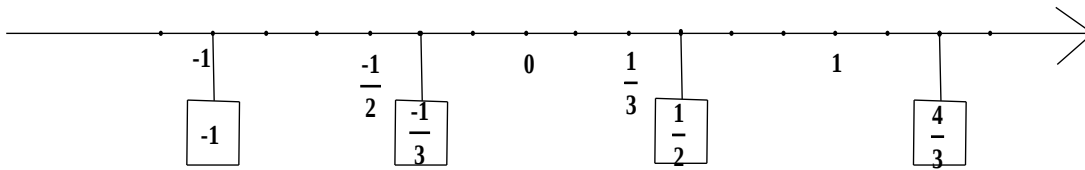
Lấy điểm nằm bên trái điểm 0, cách điểm 0 một đoạn bằng 3 đơn vị mới.

Điểm vừa lấy là điểm phải tìm.



**Bài 3:** Điền số thích hợp vào chỗ trống:



**Lời giải**

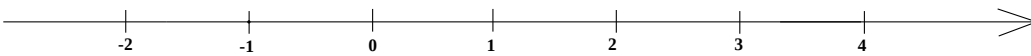
**Bài 4:** Biểu diễn số hữu tỉ  $-\frac{5}{4}; \frac{4}{4}; \frac{3}{5}$  trên trục số.

**Lời giải**

Biểu diễn số hữu tỉ  $-\frac{5}{4}$



Biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{4}{4} = 1$



Biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{3}{5}$

**Bài toán 2:** Biểu diễn số hữu tỉ dưới dạng các phân số bằng nhau

\*) Phương pháp giải:

Số hữu tỉ thường được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$ .

**Bài 1:** Cho các phân số sau:  $\frac{-6}{15}; \frac{4}{-12}; \frac{4}{-10}; \frac{20}{-8}$

Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{2}{-5}$  ?

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$ . Rút gọn các phân số đã cho ta được:  $\frac{-6}{15} = \frac{-2}{5}; \frac{4}{-12} = \frac{-1}{3}; \frac{4}{-10} = \frac{-2}{5}; \frac{20}{-8} = \frac{-5}{2}$

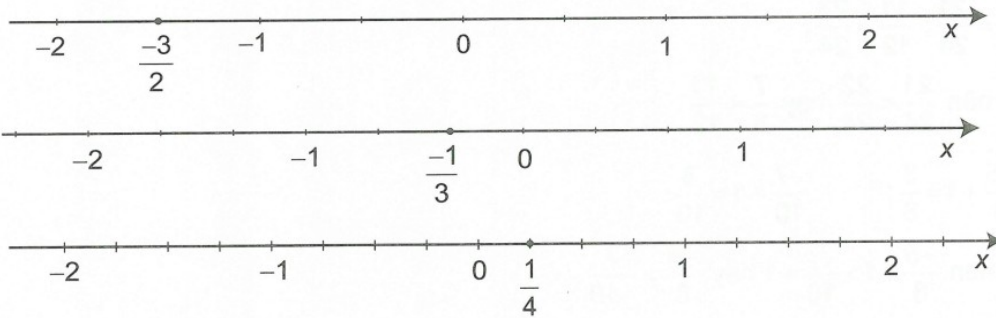
Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{2}{-5}$  là:  $\frac{-6}{15}$  và  $\frac{4}{-10}$ .

$$\frac{-3}{2}; \frac{1}{-3}; \frac{1}{4}$$

**Bài 2:** Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số:

**Lời giải**

Biểu diễn các số hữu tỉ  $\frac{-3}{2}; \frac{1}{-3}; \frac{1}{4}$  trên trục số như sau:



**Bài 3:** Cho các phân số sau  $\frac{-9}{6}; \frac{-14}{21}; \frac{4}{-6}; \frac{12}{20}$ . Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{2}{-3}$ ?

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3}$ .

Rút gọn các phân số đã cho ta được:  $\frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}; \frac{-14}{21} = \frac{-2}{3}; \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}; \frac{12}{-20} = \frac{-3}{5}$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{2}{-3}$  là:  $\frac{-14}{21}$  và  $\frac{4}{-6}$ .

**Bài 4:**

a) Cho các phân số  $\frac{-21}{27}; \frac{-14}{19}; \frac{-42}{-54}; \frac{35}{-45}; \frac{-5}{7}; \frac{-28}{36}$ . Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-7}{9}$ ?

b) Biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-7}{9}$  trên trục số.

**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{-21}{27} = \frac{-7}{9}; \frac{-28}{36} = \frac{-7}{9}; \frac{35}{-45} = \frac{-35}{45} = \frac{-7}{9}$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-7}{9}$  là:  $\frac{-21}{27}; \frac{-28}{36}$  và  $\frac{35}{-45}$ .

b) Biểu diễn các số hữu tỉ  $\frac{-7}{9}$  trên trục số như sau:



**Bài 5:** Trong các phân số sau, phân số nào **không** bằng phân số  $\frac{3}{5}$  ?

A.  $\frac{6}{11}$

B.  $\frac{9}{15}$

C.  $\frac{-6}{-10}$

D.  $\frac{-3}{-5}$

**Lời giải**

Các đáp án B, C, D sau khi rút gọn ta đều được phân số  $\frac{3}{5}$ .

**Bài 6:** Biểu diễn các số:  $\frac{1}{4}; 0,25; \frac{-25}{-100}; \frac{5}{20}$  bởi các điểm trên cùng một trục số ta được bao nhiêu điểm phân biệt?

A. Một điểm.

B. Hai điểm.

C. Ba điểm.

D. Bốn điểm.

**Lời giải**

Đưa các số hữu tỉ về dạng phân số tối giản, ta có:  $\frac{1}{4}; 0,25 = \frac{1}{4}; \frac{-25}{-100} = \frac{1}{4}; \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ .

Vậy các số trên cùng biểu diễn bởi điểm  $\frac{1}{4}$  trên trục số.

**Bài 7:** Trong các phân số  $\frac{14}{18}; \frac{24}{26}; \frac{26}{-28}; \frac{-28}{30}; \frac{72}{78}$  có bao nhiêu phân số bằng phân số  $\frac{12}{13}$  ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

$$\frac{14}{18} = \frac{7}{9}; \frac{24}{26} = \frac{12}{13}; \frac{26}{-28} = -\frac{13}{14}; \frac{-28}{30} = -\frac{14}{15}; \frac{72}{78} = \frac{12}{13}$$

Vậy có hai phân số biểu diễn phân số  $\frac{12}{13}$ .

### Dạng 3: So sánh hai số hữu tỉ

#### \*) Phương pháp giải:

+ Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số có cùng mẫu dương: So sánh các tử số, phân số nào có tử nhỏ hơn thì phân số đó nhỏ hơn.

- + So sánh các số trung gian ( $0, 1, \dots$ );
- + So sánh với phần hơn hoặc phần bù;
- + So sánh thương hai số hữu tỉ (khác  $0$ ) với  $1$ ;
- + Áp dụng tính chất bắc cầu và các bất đẳng thức đã chứng minh trong bài

$$\frac{-11}{6} \quad \frac{8}{-9}$$

**Bài 1:** So sánh các số hữu tỉ sau:  $\frac{-11}{6}$  và  $\frac{8}{-9}$ .

### Hướng dẫn giải

$$\frac{8}{-9} = \frac{-8}{9}$$

Ta có  $\frac{-11}{6} = \frac{-33}{18}; \frac{8}{-9} = \frac{-8}{9} = \frac{-16}{18}$

Vì  $-33 < -16$  nên  $\frac{-33}{18} < \frac{-16}{18}$  hay  $\frac{-11}{6} < \frac{8}{-9}$

**Bài 2:** So sánh các số sau:

a)  $\frac{-25}{20}$  và  $\frac{20}{25}$  ;

b)  $\frac{15}{21}$  và  $\frac{21}{49}$  ;

c)  $\frac{-19}{49}$  và  $\frac{-23}{47}$  .

### Hướng dẫn giải

a) Ta có  $\frac{-25}{20} < 0$  và  $\frac{20}{25} > 0$  nên  $\frac{-25}{20} < \frac{20}{25}$  .

b) Ta có  $\frac{15}{21} = \frac{5}{7}; \frac{21}{49} = \frac{3}{7}$  . Vì  $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$  nên  $\frac{15}{21} > \frac{21}{49}$

c) Ta có:  $\frac{-19}{49} > \frac{-23}{49}$  và  $\frac{-23}{49} > \frac{-23}{47}$  . Do đó  $\frac{-19}{49} > \frac{-23}{47}$

**Bài 3:** So sánh các số hữu tỉ sau:

a)  $\frac{998}{555}$  và  $\frac{999}{556}$  ;

b)  $\frac{-315}{380}$  và  $\frac{-316}{381}$  ;

c)  $\frac{2020}{2019}$  và  $\frac{2018}{2019}$  .

### Hướng dẫn giải

a) Ta thấy  $998 - 555 = 999 - 556 = 443$  nên ta so sánh hai phân số qua phần bù

Ta có  $\frac{998}{555} - 1 = \frac{443}{555}; \frac{999}{556} - 1 = \frac{443}{556}$

$$\text{Vì } \frac{443}{556} < \frac{443}{555} \text{ nên } \frac{999}{556} - 1 < \frac{998}{555} - 1 \text{ hay } \frac{999}{556} < \frac{998}{555}$$

$$380 + (-315) = 381 + (-316) = 65$$

b) Ta thấy nên ta so sánh hai phân số bằng cách cộng thêm 1.

$$\text{Ta có } \frac{-315}{380} + 1 = \frac{65}{380}; \frac{-316}{381} + 1 = \frac{65}{381}$$

$$\text{Vì } \frac{65}{380} > \frac{65}{381} \text{ nên } \frac{-315}{380} + 1 > \frac{-316}{381} + 1 \text{ hay } \frac{-315}{380} > \frac{-316}{381}.$$

$$\text{c) Ta có } 2020 > 2019 \text{ nên } \frac{2020}{2019} > 1$$

$$\text{Lại có } 2018 < 2019 \text{ nên } \frac{2018}{2019} < 1$$

$$\text{Do đó } \frac{2020}{2019} > \frac{2018}{2019}.$$

### **Chú ý:**

Ngoài phương pháp so sánh bằng cách quy đồng mẫu số, ta có thể sử dụng các phương pháp khác như:

- + So sánh qua một phân số trung gian.
- + So sánh qua phần bù.
- + Đưa về so sánh hai phân số có cùng tử số.

### **Bài 4: So sánh các số hữu tỉ sau:**

$$\text{a) } \frac{7}{8} \text{ và } \frac{11}{12};$$

$$\text{b) } \frac{-5}{8} \text{ và } \frac{7}{-10};$$

$$\text{c) } \frac{24}{35} \text{ và } \frac{19}{30};$$

$$\text{d) } \frac{-9}{21} \text{ và } \frac{27}{-63}.$$

### **Lời giải**

$$\text{a) Ta có } \frac{7}{8} = \frac{21}{24}; \frac{11}{12} = \frac{22}{24}$$

$$\text{Vì } 21 < 22 \text{ nên } \frac{21}{24} < \frac{22}{24} \text{ hay } \frac{7}{8} < \frac{11}{12}.$$

$$\text{b) Ta có } \frac{-5}{8} + 1 = \frac{3}{8}; \frac{-7}{10} + 1 = \frac{3}{10}$$



$$\text{Vì } \frac{3}{8} > \frac{3}{10} \text{ nên } \frac{-5}{8} + 1 > \frac{-7}{10} + 1 \text{ hay } \frac{-5}{8} > \frac{-7}{10}$$

$$\text{c) Ta có } \frac{24}{35} = 1 - \frac{11}{35}; \frac{19}{30} = 1 - \frac{11}{30}$$

$$\text{Vì } \frac{11}{35} < \frac{11}{30} \text{ nên } 1 - \frac{11}{35} > 1 - \frac{11}{30} \text{ hay } \frac{24}{35} > \frac{19}{30}$$

$$\text{d) Ta có } \frac{-9}{21} = \frac{-3}{7}; \frac{27}{-63} = \frac{-27}{63} = \frac{-3}{7}$$

$$\text{Suy ra } \frac{-9}{21} = \frac{27}{-63}.$$

**Bài 5:** So sánh các số hữu tỉ sau:

$$\text{a) } \frac{9}{70} \text{ và } \frac{5}{42};$$

$$\text{c) } \frac{13}{15} \text{ và } \frac{9}{11};$$

$$\text{b) } \frac{-4}{27} \text{ và } \frac{15}{-63};$$

$$\text{d) } \frac{-9}{17} \text{ và } \frac{-20}{-21}.$$

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có } \frac{9}{70} = \frac{27}{210}; \frac{5}{42} = \frac{25}{210}$$

$$\text{Vì } 27 > 25 \text{ nên } \frac{27}{210} > \frac{25}{210} \text{ hay } \frac{9}{70} > \frac{5}{42}$$

$$\text{b) Ta có } \frac{-4}{27} = \frac{-28}{189}; \frac{15}{-63} = \frac{-15}{63} = \frac{-45}{189}$$

$$\text{Vì } -28 > -45 \text{ nên } \frac{-28}{189} > \frac{-45}{189} \text{ hay } \frac{-4}{27} > \frac{15}{-63}$$

$$\text{c) Ta có } \frac{13}{15} = 1 - \frac{2}{15}; \frac{9}{11} = 1 - \frac{2}{11}$$

$$\text{Vì } \frac{2}{15} < \frac{2}{11} \text{ nên } 1 - \frac{2}{15} > 1 - \frac{2}{11} \text{ hay } \frac{13}{15} > \frac{9}{11}$$

$$\text{d) Ta có } \frac{-9}{17} < 0; \frac{-20}{-21} = \frac{20}{21} > 0 \text{ nên } \frac{-9}{17} < \frac{-20}{-21}.$$

**Bài 6:** Sắp xếp các số hữu tỉ  $\frac{-12}{19}; \frac{-3}{19}; \frac{-16}{19}; \frac{-1}{19}; \frac{-11}{19}; \frac{-14}{19}; \frac{-9}{19}$  theo thứ tự giảm dần.

**Lời giải**

$$\text{Vì } -16 < -14 < -12 < -11 < -9 < -3 < -1 \text{ nên } \frac{-16}{19} < \frac{-14}{19} < \frac{-12}{19} < \frac{-11}{19} < \frac{-9}{19} < \frac{-3}{19} < \frac{-1}{19}$$

Sắp xếp các số theo thứ tự giảm dần:  $\frac{-1}{19}; \frac{-3}{19}; \frac{-9}{19}; \frac{-11}{19}; \frac{-12}{19}; \frac{-14}{19}; \frac{-16}{19}$

**Bài 7:** Sắp xếp các số hữu tỉ  $\frac{-16}{27}; \frac{-16}{29}; -\frac{19}{27}$  theo thứ tự tăng dần.

**Lời giải**

Có  $27 < 29$  nên  $\frac{16}{27} > \frac{16}{29}$ . Suy ra  $\frac{-16}{27} < \frac{-16}{29}$

Lại có  $-16 > -19$  nên  $\frac{-16}{27} > \frac{-19}{27}$

Vậy  $-\frac{19}{27} < \frac{-16}{27} < \frac{-16}{29}$ .

Sắp xếp các số theo thứ tự tăng dần:  $-\frac{19}{27}; \frac{-16}{27}; \frac{-16}{29}$

**Bài 8:** So sánh các số hữu tỉ sau.

a)  $\frac{3}{7}$  và  $\frac{5}{7}$

b)  $\frac{-2}{5}$  và  $\frac{-3}{5}$

c)  $\frac{4}{-9}$  và  $\frac{5}{-9}$

d)  $\frac{-3}{-8}$  và  $\frac{-3}{8}$

**Lời giải**

a)  $\frac{3}{7}$  và  $\frac{5}{7}$

Vì  $3 < 5$  nên  $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$

b)  $\frac{-2}{5}$  và  $\frac{-3}{5}$

Vì  $-2 > -3$  nên  $\frac{-2}{5} > \frac{-3}{5}$

c)  $\frac{4}{-9}$  và  $\frac{5}{-9}$

Ta có:  $\frac{4}{-9} = \frac{-4}{9}$ ;  $\frac{5}{-9} = \frac{-5}{9}$

Vì  $\frac{-4}{9} > \frac{-5}{9}$  nên  $\frac{4}{-9} > \frac{5}{-9}$

$$d) \frac{-3}{-8} \text{ và } \frac{-3}{8}$$

$$\text{Ta có: } \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}; \frac{3}{8} > \frac{-3}{8}$$

$$\text{Vậy } \frac{-3}{-8} > \frac{-3}{8}$$

**Bài 9:** So sánh các số hữu tỉ sau:

$$a) \frac{5}{4} \text{ và } \frac{3}{4}$$

$$b) \frac{-3}{5} \text{ và } \frac{-3}{4};$$

$$c) \frac{1}{21} \text{ và } \frac{3}{27}.$$

**Lời giải**

$$a) \text{ Ta có } 5 > 4 \text{ nên } \frac{5}{4} > \frac{3}{4}.$$

$$b) \text{ Ta có } \frac{3}{5} < \frac{3}{4} \text{ nên } \frac{-3}{5} > \frac{-3}{4}.$$

$$c) \text{ Ta có } \frac{3}{27} = \frac{1}{9} \text{ mà } \frac{1}{21} < \frac{1}{9} \text{ nên } \frac{1}{21} < \frac{3}{27}.$$

**Bài 10:** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự giảm dần:  $\frac{-12}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{-16}{17}; \frac{-1}{17}; \frac{-11}{17}; \frac{-14}{17}; \frac{-19}{17}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \frac{-1}{17} > \frac{-3}{17} > \frac{-11}{17} > \frac{-12}{17} > \frac{-14}{17} > \frac{-16}{17} > \frac{-19}{17}$$

Các số được sắp xếp theo thứ tự giảm dần là:

$$\frac{-1}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{-11}{17}; \frac{-12}{17}; \frac{-14}{17}; \frac{-16}{17}; \frac{-19}{17}$$

**Bài 11:** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{-5}{9}; \frac{-5}{7}; \frac{-5}{2}; \frac{-5}{4}; \frac{-5}{8}; \frac{-5}{3}; \frac{-5}{11}$$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \frac{5}{11} < \frac{5}{9} < \frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{4} < \frac{5}{3} < \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{-5}{11} > \frac{-5}{9} > \frac{-5}{8} > \frac{-5}{7} > \frac{-5}{4} > \frac{-5}{3} > \frac{-5}{2}$$

Các số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{-5}{2}; \frac{-5}{3}; \frac{-5}{4}; \frac{-5}{7}; \frac{-5}{8}; \frac{-5}{9}; \frac{-5}{11}$$

**Bài 12:** So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a)  $\frac{-146}{43}$  và  $\frac{1}{89}$ ;

b)  $\frac{21}{23}$  và  $\frac{13}{12}$ ;

c)  $\frac{2019}{2019}$  và  $\frac{2020}{2019}$ .

**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{-146}{43} < 0$  và  $\frac{1}{89} > 0$  nên  $\frac{-146}{43} < \frac{1}{89}$ .

b) Ta có:  $\frac{21}{23} < 1$  và  $\frac{13}{12} > 1$  nên  $\frac{21}{23} < \frac{13}{12}$ .

c) Ta có:  $\frac{2019}{2019} = 1$  và  $\frac{2020}{2019} > 1$  nên  $\frac{2019}{2019} < \frac{2020}{2019}$ .

**Bài 13:** So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a)  $x = -0,125$  và  $y = \frac{1}{-8}$

b)  $x = 0,75$  và  $y = \frac{5}{4}$

c)  $x = \frac{-17}{23}$  và  $y = \frac{-171717}{232323}$

**Lời giải**

a)  $x = -0,125$  và  $y = \frac{1}{-8}$

Ta có:  $x = -0,125 = \frac{-1}{8}$ ;  $y = \frac{1}{-8} = \frac{-1}{8}$

Vậy  $x = y$

b)  $x = 0,75$  và  $y = \frac{5}{4}$

Ta có:  $x = 0,75 = \frac{3}{4}$  mà  $\frac{3}{4} < \frac{5}{4}$

Vậy  $x < y$

$$c) \quad x = \frac{-17}{23} \text{ và } y = \frac{-171717}{232323}$$

$$x = \frac{-17}{23} = \frac{-17 \cdot 10101}{23 \cdot 10101} = \frac{-171717}{232323}$$

Ta có:

Vậy  $x = y$

**Bài 14:** So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

$$a) \quad \frac{3131}{1313} \text{ và } \frac{31}{13}$$

$$b) \quad \frac{2021}{2021} \text{ và } \frac{2022}{2021};$$

$$c) \quad \frac{2019}{2018} \text{ và } \frac{2020}{2019}$$

**Lời giải**

$$a) \text{ Ta có: } \frac{3131}{1313} = \frac{31 \cdot 101}{13 \cdot 101} = \frac{31}{13} \Rightarrow \frac{3131}{1313} = \frac{31}{13}.$$

$$b) \text{ Ta có: } \frac{2021}{2021} = 1 \text{ và } \frac{2022}{2021} > 1 \text{ nên } \frac{2021}{2021} < \frac{2022}{2021}.$$

$$c) \text{ Ta có: } \frac{2019}{2018} = 1 + \frac{1}{2018} \text{ và } \frac{2020}{2019} = 1 + \frac{1}{2019} \text{ mà } \frac{1}{2018} > \frac{1}{2019} \text{ nên } \frac{2019}{2018} > \frac{2020}{2019}.$$

**Bài 15:** So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

$$a) \quad -1,6 \text{ và } -\frac{7}{4}$$

$$b) \quad \frac{2018}{2019} \text{ và } \frac{2019}{2020}$$

$$c) \quad \frac{-1234}{1244} \text{ và } \frac{-4321}{4331}$$

**Lời giải**

$$a) \text{ Ta có } -1,6 = -\frac{8}{5} = -\left(1 + \frac{3}{5}\right) \text{ và } -\frac{7}{4} = -\left(1 + \frac{3}{4}\right). \text{ Ta lại có } \frac{3}{5} < \frac{3}{4} \text{ nên } 1 + \frac{3}{5} < 1 + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -\left(1 + \frac{3}{5}\right) > -\left(1 + \frac{3}{4}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{8}{5} > -\frac{7}{4}$$

$$\text{Vậy } -1,6 > -\frac{7}{4}.$$

b) Ta có:  $\frac{2018}{2019} = 1 - \frac{1}{2019}$  và  $\frac{2019}{2020} = 1 - \frac{1}{2020}$  mà  $\frac{1}{2019} > \frac{1}{2020}$  nên  $\frac{2018}{2019} < \frac{2019}{2020}$ .

c) Ta có:  $\frac{-1234}{1244} + 1 = \frac{10}{1244}$ ;  $\frac{-4321}{4331} + 1 = \frac{10}{4331}$

Mà  $1244 < 4331 \Rightarrow \frac{10}{1244} > \frac{10}{4331} \Rightarrow \frac{-1234}{1244} + 1 > \frac{-4321}{4331} + 1$

Vậy  $\frac{-1234}{1244} > \frac{-4321}{4331}$

**Bài 16:** So sánh các số hữu tỉ sau một cách nhanh nhất:

a)  $\frac{-11}{33}$  và  $\frac{25}{-76}$       b)  $\frac{-31}{-32}$  và  $\frac{313131}{323232}$       c)  $\frac{3246}{-3247}$  và  $\frac{-45984}{45983}$

**Lời giải**

a)  $\frac{-11}{33}$  và  $\frac{25}{-76}$

Ta có:  $\frac{-11}{33} = \frac{-1}{3} = \frac{-25}{75} < \frac{-25}{76} = \frac{25}{-76}$

Vậy  $\frac{-11}{33} < \frac{25}{-76}$

b)  $\frac{-31}{-32}$  và  $\frac{313131}{323232}$

Ta có:  $\frac{-31}{-32} = \frac{31}{32} = \frac{31.10101}{32.10101} = \frac{313131}{323232}$

Vậy  $\frac{-31}{-32} = \frac{313131}{323232}$ .

c)  $\frac{3246}{-3247}$  và  $\frac{-45984}{45983}$

Ta có:  $\frac{3246}{-3247} > -1 > \frac{-45984}{45983}$  . Vậy  $\frac{3246}{-3247} > \frac{-45984}{45983}$

**Bài 17:** Quy đồng rồi sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:  $\frac{-1}{3}, -\frac{5}{12}, \frac{-3}{4}, \frac{1}{-4}, \frac{-7}{12}$

**Lời giải**

$$\frac{-1}{3} = \frac{-4}{12}, \frac{-3}{4} = \frac{-9}{12}, \frac{1}{-4} = \frac{-3}{12}.$$

Ta thực hiện quy đồng mẫu số với mẫu số chung là 12:

$$\frac{-9}{12} < \frac{-7}{12} < \frac{-5}{12} < \frac{-4}{12} < \frac{-3}{12} \Rightarrow \frac{-3}{4} < \frac{-7}{12} < -\frac{5}{12} < \frac{-1}{3} < \frac{1}{-4}$$

Do

**Bài 18:** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ lớn đến bé:  $\frac{-10}{8}, \frac{5}{12}, 0, \frac{-19}{19}, \frac{2}{-10}, \frac{17}{15}, 1.$

### Lời giải

• Các số hữu tỉ dương:  $\frac{5}{12}, \frac{17}{15}, 1.$  Sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé ta được:  $\frac{17}{15} > 1 > \frac{5}{12};$

• Các số hữu tỉ âm:  $\frac{-10}{8}, \frac{-19}{19} = -1, \frac{2}{-10}.$  Sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé ta được:

$$\frac{2}{-10} > \frac{-19}{19} > \frac{-10}{8};$$

• Vậy sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé ta được:  $\frac{17}{15} > 1 > \frac{5}{12} > 0 > \frac{2}{-10} > \frac{-19}{19} > \frac{-10}{8}$

**Bài 19:** Lớp  $7B$  có  $\frac{4}{5}$  số học sinh thích học toán,  $\frac{7}{10}$  số học sinh thích học văn,  $\frac{23}{25}$  số học sinh thích học anh. Môn học nào được nhiều bạn học sinh lớp  $7B$  yêu thích nhất?

### Lời giải

Ta có:  $\frac{4}{5} = \frac{40}{50}; \frac{7}{10} = \frac{35}{50}; \frac{23}{25} = \frac{46}{50}$

Vì  $\frac{35}{50} < \frac{40}{50} < \frac{46}{50}$  nên  $\frac{7}{10} < \frac{4}{5} < \frac{23}{25}$

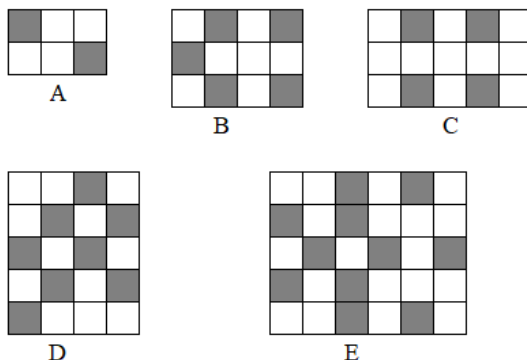
Hay  $\frac{23}{25}$  lớn nhất.

Vậy môn tiếng anh được nhiều bạn học sinh lớp  $7B$  yêu thích nhất.

**Bài 20:** Lưới nào sẫm nhất?

a) Đối với mỗi lưới ô vuông ở hình trên, hãy lập một phân số có tử là số ô sẫm, mẫu là tổng số ô sẫm và trắng.

b) Sắp xếp các phân số này theo thứ tự tăng dần và cho biết lưới nào sẫm nhất (có tỉ số ô sẫm so với tổng số ô là lớn nhất).

**Lời giải**

a)  $A. \frac{2}{6}; \quad B. \frac{5}{12}; \quad C. \frac{4}{15}; \quad D. \frac{8}{20}; \quad E. \frac{11}{30}$

b)

Ta có:  $\frac{2}{6} = \frac{20}{60}; \quad \frac{5}{12} = \frac{25}{60}; \quad \frac{4}{15} = \frac{16}{60};$

$$\frac{8}{20} = \frac{24}{60}; \quad \frac{11}{30} = \frac{22}{60}$$

Mà  $\frac{16}{60} < \frac{20}{60} < \frac{22}{60} < \frac{24}{60} < \frac{25}{60}$

Nên  $\frac{4}{15} < \frac{2}{6} < \frac{11}{30} < \frac{8}{20} < \frac{5}{12}$ .

Vậy lưới  $B$  sẫm nhất.

**Bài 21:** Nhiệt độ của Matxcơva các tháng trong năm 2020 được thống kê như sau:

**Lời giải**

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ(độ C)	- 3,75	- 7,6	- 1,2	0	7,5	8,63	19,2	17,5	11,3	14,5	15	12,5

Hãy sắp xếp nhiệt độ của các tháng theo thứ tự từ lớn đến bé.

**Lời giải:** Nhiệt độ của Matxcơva các tháng trong năm 2020 được sắp xếp theo thứ tự từ lớn đến bé là: 19,2; 17,5; 15; 14,5; 12,5; 11,3; 8,63; 7,5; 0; - 1,2; - 3,75; - 7,6.

**Bài 22:** Hãy viết bốn số hữu tỉ xen giữa  $\frac{-1}{2}$  và  $\frac{-1}{3}$



**Lời giải**

$$\frac{-1}{2} = \frac{-15}{30} \text{ và } \frac{-1}{3} = \frac{-10}{30}$$

Ta có:

$$\frac{-1}{2} \text{ và } \frac{-1}{3} \text{ là } \frac{-14}{30}, \frac{-13}{30}, \frac{-12}{30}, \frac{-11}{30}.$$

Bốn số hữu tỉ xen giữa

**Bài 23:** Viết 3 số hữu tỉ có mẫu khác nhau lớn hơn  $\frac{-1}{3}$  nhưng nhỏ hơn  $\frac{4}{5}$  ?

**Lời giải**

$$\frac{-1}{3} < \frac{4}{5} \text{ p } \frac{-5}{15} < \frac{12}{15} \text{ p } \frac{-5}{15} < \frac{-3}{15} < \frac{1}{15} < \frac{10}{15} < \frac{12}{15}$$

Ta có :

$$\text{p } \frac{-5}{15} < \frac{-1}{5} < \frac{1}{15} < \frac{2}{3} < \frac{12}{15}$$

$$\text{p } \frac{-1}{3} < \frac{-1}{5} < \frac{1}{15} < \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$

Vậy 3 phân số cần tìm:  $\frac{-1}{5}; \frac{1}{15}; \frac{2}{3}$

**Bài 24:** Tìm phân số có:

a) Mẫu số bằng 5, lớn hơn  $\frac{-5}{7}$  và nhỏ hơn  $\frac{-2}{7}$ .

b) Tử số bằng 8, lớn hơn  $\frac{5}{9}$  và nhỏ hơn  $\frac{5}{7}$ .

**Lời giải**

a) Gọi  $\frac{x}{5}$  ( $x \in \mathbb{Z}$ ) là phân số cần tìm. Theo đề bài ta có:

$$\frac{-5}{7} < \frac{x}{5} < \frac{-2}{7} \Rightarrow \frac{-25}{35} < \frac{7x}{35} < \frac{-10}{35} \Rightarrow -25 < 7x < -10$$

Mặt khác  $7x : 7$  nên  $7x \in \{-21; -14\}$ .

Với  $7x = -21 \Rightarrow x = -3$ ,

Với

Với  $7x = -14 \Rightarrow x = -2$ .

Với

Vậy các phân số cần tìm là  $\frac{-3}{5}; \frac{-2}{5}$ .

$$\frac{8}{x} \quad (x \in \mathbb{Z}, x \neq 0)$$

b) Gọi  $\frac{8}{x}$  là phân số cần tìm. Theo đề bài ta có:

$$\frac{5}{9} < \frac{8}{x} < \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{40}{72} < \frac{40}{5x} < \frac{40}{56} \Rightarrow 56 < 5x < 72$$

$$5x : 5 \text{ nên } 5x \in \{60; 65; 70\}.$$

Mặt khác

Với  $5x = 60 \Rightarrow x = 12$

Với  $5x = 65 \Rightarrow x = 13$

Với  $5x = 70 \Rightarrow x = 14.$

Vậy các phân số cần tìm là  $\frac{8}{12}; \frac{8}{13}; \frac{8}{14}$ .

**Bài 25:** Tìm phân số  $\frac{x}{9} (x \in \mathbb{Q})$  sao cho:  $\frac{x}{9} < \frac{4}{7} < \frac{x+1}{9}$

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{x}{9} < \frac{4}{7} < \frac{x+1}{9} \Rightarrow \frac{7x}{63} < \frac{36}{63} < \frac{7(x+1)}{63}$

$$\Rightarrow 7x < 36 < 7(x+1) \Rightarrow x < \frac{36}{7} < x+1$$

Mà  $5 < \frac{36}{7} < 6$ . Suy ra  $x = 5$ .

Vậy phân số cần tìm là:  $\frac{5}{9}$

**Bài 26:** Cho  $a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Y}^*, n \in \mathbb{Y}^*$ .

a) Nếu  $a < b$ , hãy so sánh hai số  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{a+n}{b+n}$

b) Nếu  $a > b$ , hãy so sánh hai số  $\frac{a}{b}$  và  $\frac{a+n}{b+n}$

**Lời giải**

$$a < b \Rightarrow an < bn (n \in \mathbb{N}^*)$$

a) Ta có:

$$\Rightarrow an + ab < bn + ab \Rightarrow a(n+b) < b(n+a)$$

$$\text{Vì } b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^* \quad b > 0; n+b > 0 \quad \text{nên}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$$

$$a > b \Rightarrow an > bn (n \in \mathbb{N}^*)$$

b) Ta có:

$$\Rightarrow an + ab > bn + ab \Rightarrow a(n+b) > b(n+a)$$

$$\text{Vì } b \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{N}^* \quad b > 0; n+b > 0 \quad \text{nên}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$$

**Bài 27:** Cho  $x, y \in \mathbb{Z}, y > 0$ , hãy so sánh hai số hữu tỉ:  $\frac{x}{y}$  và  $\frac{x+2018}{y+2018}$

**Lời giải**

$$\text{* Nếu } \frac{x}{y} > 1 \Rightarrow \frac{x}{y} > \frac{x+2018}{y+2018} \quad (\text{theo kết quả bài 19})$$

$$\text{* Nếu } \frac{x}{y} < 1 \Rightarrow \frac{x}{y} < \frac{x+2018}{y+2018} \quad (\text{theo kết quả bài 19})$$

**Bài 28:** a) Chứng tỏ rằng nếu  $x, y$  dương và  $\frac{m}{x} > \frac{n}{y}$  thì  $\frac{m}{x} > \frac{m+n}{x+y} > \frac{n}{y}$

b) Áp dụng kết quả câu a. Viết ba số hữu tỉ khác tử số và mẫu số sao cho chúng lớn hơn  $\frac{-1}{5}$  và nhỏ hơn  $\frac{-1}{6}$ .

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có } \frac{m}{x} > \frac{n}{y} \text{ và } x > 0, y > 0$$

$$\Rightarrow my > nx \Rightarrow my + mx > nx + mx$$

$$\Rightarrow \frac{my + mx}{x(x+y)} > \frac{nx + mx}{x(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{m(x+y)}{x(x+y)} > \frac{x(m+n)}{x(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{x} > \frac{m+n}{x+y}$$

$$\frac{m}{x} > \frac{n}{y} \text{ và } x > 0, y > 0$$

Ta có

$$\Rightarrow nx < my \Rightarrow nx + ny < my + ny$$

$$\Rightarrow \frac{nx + ny}{y(x+y)} < \frac{my + ny}{y(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{n(x+y)}{y(x+y)} < \frac{y(m+n)}{y(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{y} < \frac{m+n}{x+y}$$

Vậy ta có điều cần chứng minh.

$$\frac{-1}{5} < \frac{-1}{6} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-2}{11} < \frac{-1}{6}$$

b) Ta có:

$$\frac{-1}{5} < \frac{-2}{11} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-3}{16} < \frac{-2}{11}$$

$$\frac{-1}{5} < \frac{-3}{16} \Rightarrow \frac{-1}{5} < \frac{-4}{21} < \frac{-3}{16}$$

$$\frac{-1}{5} < \frac{-4}{21} < \frac{-3}{16} < \frac{-2}{11} < \frac{-1}{6}$$

Vậy

**Bài 29:** Chứng tỏ rằng nếu  $x, y, z \in \mathbb{Z}, z > 0$  và  $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$  thì  $\frac{x}{z} > \frac{x+y}{2z} > \frac{y}{z}$

**Lời giải**

Theo kết quả bài 21, ta có:  $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$  (Với  $x, y, z \in \mathbb{Z}, z > 0$ )

Suy ra:  $\frac{x}{z} > \frac{x+y}{z+z} = \frac{x+y}{2z} > \frac{y}{z}$ .

**Bài 30:** Cho hai số hữu tỉ  $\frac{m}{n}$  và  $\frac{p}{q}$  với  $n, q > 0$ . Chứng tỏ rằng: Nếu  $mq < np$  thì  $\frac{m}{n} < \frac{p}{q}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{m}{n} = \frac{mq}{nq}, \frac{p}{q} = \frac{np}{nq}$ . Mặt khác  $mq < np$  và  $nq > 0$  (do  $n > 0, q > 0$ ) nên  $\frac{mq}{nq} < \frac{np}{nq} \Rightarrow \frac{m}{n} < \frac{p}{q}$ .

**Bài 31:** Tìm  $x \in \mathbb{Q}$  để:

a)  $\frac{x+3}{x-7}$  là số hữu tỉ dương.

b)  $\frac{x-5}{x-10}$  là số hữu tỉ âm.

**Lời giải**

a)  $\frac{x+3}{x-7}$  là số hữu tỉ dương khi:

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ x-7 > 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x+3 < 0 \\ x-7 < 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x+3 > 0 \\ x-7 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 7 \end{cases} \Rightarrow x > 7 \quad (1)$$

$$* \begin{cases} x+3 < 0 \\ x-7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x < 7 \end{cases} \Rightarrow x < -3 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được:  $x < -3$  hoặc  $x > 7$

Vậy khi  $x < -3$  hoặc  $x > 7$  thì  $\frac{x+3}{x-7}$  là số hữu tỉ dương.

a)  $\frac{x-5}{x-10}$  là số hữu tỉ âm khi:

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 > 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < 10 \end{cases} \Rightarrow 5 < x < 10 \quad (1)$$

$$* \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x > 10 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được:  $5 < x < 10$

Vậy khi  $5 < x < 10$  thì  $\frac{x-5}{x-10}$  là số hữu tỉ âm.

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** So sánh các số hữu tỉ sau.

a)  $\frac{-1}{4}$  và  $\frac{1}{100}$

b)  $\frac{1}{-2}$  và  $\frac{-1}{3}$

c)  $\frac{-2}{3}$  và  $\frac{-3}{-5}$

d)  $-2,5$  và  $\frac{5}{-2}$

### Lời giải

a)  $\frac{-1}{4}$  và  $\frac{1}{100}$

Vì  $\frac{-1}{4} < 0; \frac{1}{100} > 0$  nên  $\frac{-1}{4} < \frac{1}{100}$

b)  $\frac{1}{-2}$  và  $\frac{-1}{3}$

Vì  $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{-2} < \frac{-1}{3}$

c)  $\frac{-2}{3}$  và  $\frac{-3}{-5}$

Ta có:  $\frac{-3}{-5} = \frac{3}{5} > \frac{-2}{3}$

Vậy  $\frac{-2}{3} < \frac{-3}{-5}$

d)  $-2,5$  và  $\frac{5}{-2}$

Ta có:  $-2,5 = \frac{-5}{2} = \frac{5}{-2}$

Vậy  $-2,5 = \frac{5}{-2}$

**Bài 2:** So sánh các số hữu tỉ sau:

$$a) \frac{2}{9} \text{ và } \frac{7}{9}$$

$$b) \frac{-4}{7} \text{ và } \frac{-4}{3};$$

$$c) \frac{3}{5} \text{ và } \frac{12}{20}.$$

### Lời giải

$$2 < 7 \text{ nên } \frac{2}{9} < \frac{7}{9}.$$

a) Ta có

$$\frac{4}{7} < \frac{4}{3} \text{ nên } \frac{-4}{7} > \frac{-4}{3}.$$

b) Ta có

$$\frac{12}{20} = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}$$

c) Ta có

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$$

Vậy

**Bài 3:** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{-6}{13}; \frac{-2}{13}; \frac{-12}{13}; \frac{-8}{13}; \frac{-17}{13}; \frac{-25}{13}; \frac{-3}{13}$$

### Lời giải

$$\frac{-25}{13} < \frac{-17}{13} < \frac{-12}{13} < \frac{-8}{13} < \frac{-6}{13} < \frac{-3}{13} < \frac{-2}{13}$$

Ta có:

Các số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

$$\frac{-25}{13}; \frac{-17}{13}; \frac{-12}{13}; \frac{-8}{13}; \frac{-6}{13}; \frac{-3}{13}; \frac{-2}{13}$$

**Bài 4:** So sánh các số hữu tỉ sau:

$$a) x = \frac{1}{2} \text{ và } y = \frac{3}{4}$$

$$b) x = \frac{2}{-5} \text{ và } y = \frac{-3}{7}$$

$$c) x = \frac{-3}{5} \text{ và } 0$$

### Lời giải

$$a) x = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \text{ và } y = \frac{3}{4}. \text{ Ta có: } \frac{2}{4} < \frac{3}{4} \text{ nên } x < y$$

$$b) x = \frac{2}{-5} = \frac{-2}{5} = \frac{-14}{35} \text{ và } y = \frac{-3}{7} = \frac{-15}{35}. \text{ Ta có } -14 > -15 \text{ và } 35 > 0 \text{ nên } \frac{-14}{35} > \frac{-15}{35} \text{ hay } x > y$$

c)  $x < 0$

**Bài 5:** So sánh các số hữu tỉ sau:

a)  $x = \frac{2017}{2018}$  và  $y = \frac{14}{13}$

b)  $x = \frac{-45}{81}$  và  $y = \frac{777}{-999}$

c)  $x = -2\frac{1}{5}$  và  $y = \frac{-110}{50}$

d)  $x = \frac{17}{20}$  và  $y = 0,75$

**Lời giải**

a)  $x = \frac{2017}{2018} < 1 < \frac{14}{13} = y$   
nên  $x < y$

b)  $x = \frac{-45}{81} = \frac{-5}{9}$ ;  $y = \frac{777}{-999} = \frac{-777:111}{999:111} = \frac{-7}{9}$   
nên ta có  $x > y$

c)  $x = -2\frac{1}{5} = \frac{-11}{5} = \frac{-110}{50} = y$   
nên  $x = y$

d)  $y = 0,75 = \frac{3}{4} = \frac{15}{20} < \frac{17}{20}$   
nên  $x > y$

**Bài 6:** So sánh các phân số sau:

a)  $\frac{1234}{1235}$  và  $\frac{4319}{4320}$

b)  $\frac{22}{-67}$  và  $\frac{51}{-152}$

c)  $\frac{-18}{91}$  và  $\frac{-23}{114}$

**Lời giải**

a)  $\frac{1234}{1235}$  và  $\frac{4319}{4320}$

$$\frac{1234}{1235} - 1 = \frac{-1}{1235}; \frac{4319}{4320} - 1 = \frac{-1}{4320}$$

Có  $1235 < 4320 \Rightarrow \frac{-1}{1235} < \frac{-1}{4320} \Rightarrow \frac{1234}{1235} - 1 < \frac{4319}{4320} - 1$

Vậy  $\frac{1234}{1235} < \frac{4319}{4320}$

b)  $\frac{22}{-67}$  và  $\frac{51}{-152}$



$$\frac{22}{-67} = \frac{-22}{67} > \frac{-22}{66} = \frac{-1}{3} = \frac{-51}{153} > \frac{-51}{152} = \frac{51}{-152} \quad \frac{22}{-67} > \frac{51}{-152}$$

. Vậy

c)  $\frac{-18}{91}$  và  $\frac{-23}{114}$

$$\frac{-18}{91} > \frac{-18}{90} = \frac{-1}{5} = \frac{-23}{115} > \frac{-23}{114} \quad \frac{-18}{91} > \frac{-23}{114}$$

. Vậy

**Bài 7:** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ bé đến lớn:  $\frac{14}{8}, -\frac{24}{23}, \frac{-50}{46}, \frac{-4}{-6}, \frac{25}{30}, \frac{7}{5}, \frac{234}{-235}, -2\frac{45}{46}$ .

**Lời giải**

+ Các số hữu tỉ dương:  $\frac{14}{8}, \frac{-4}{-6}, \frac{25}{30}, \frac{7}{5}$ . Vì  $\frac{-4}{-6} = \frac{4}{6} < \frac{5}{6} = \frac{25}{30} < 1$  và  $\frac{14}{8} = \frac{7}{4} > \frac{7}{5}$ , nên sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn ta được:

$$\frac{-4}{-6} < \frac{25}{30} < 1 < \frac{7}{5} < \frac{14}{8}$$

Các số hữu tỉ âm:  $-\frac{24}{23}, \frac{-50}{46}, \frac{234}{-235}, -2\frac{45}{46}$ . Vì  $-2\frac{45}{46} < \frac{-50}{46} = -\frac{25}{23} < -\frac{24}{23} < -1$  và  $\frac{234}{-235} > -1$  nên sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn ta được:

$$-2\frac{45}{46} < \frac{-50}{46} < -\frac{24}{23} < -1 < \frac{234}{-235}$$

$$-2\frac{45}{46} < \frac{-50}{46} < -\frac{24}{23} < \frac{234}{-235} < \frac{-4}{-6} < \frac{25}{30} < \frac{7}{5} < \frac{14}{8}$$

Vậy:

**Bài 8:** So sánh các số hữu tỉ sau:

a)  $\frac{47}{83}$  và  $\frac{65}{73}$

b)  $\frac{-33}{37}$  và  $\frac{-34}{35}$

c)  $\frac{29}{59}$  và  $\frac{47}{93}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{47}{83} < \frac{47}{73} < \frac{65}{73}$

Vậy  $\frac{47}{83} < \frac{65}{73}$

b) Ta có:  $\frac{33}{37} < \frac{34}{37} < \frac{34}{35} \Rightarrow \frac{-33}{37} > \frac{-34}{37} > \frac{-34}{35}$

$$\frac{-33}{37} > \frac{-34}{35}$$

Vậy

$$\frac{29}{59} < \frac{29+1}{59+1} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}; \quad \frac{47}{93} > \frac{47}{94} = \frac{1}{2}$$

c) Ta có:

$$\frac{29}{59} < \frac{47}{93}$$

Vậy

**Bài 9:** So sánh các số hữu tỉ sau:

$$\frac{456}{23} \text{ và } \frac{465}{32}$$

a)

$$-\frac{173}{457} \text{ và } \frac{-16}{47}$$

b)

**Lời giải**

$$\frac{456}{23} > 1 \quad \text{nên} \quad \frac{456}{23} > \frac{456+9}{23+9} = \frac{465}{32}$$

a) Ta có

$$-\frac{173}{457} < 1 \quad \text{nên} \quad -\frac{173}{457} < \frac{-173+13}{457+13} = \frac{-160}{470} = \frac{-16}{47}$$

b) Ta có

**Bài 10:** Trong dịp hè, bạn An muốn mua một số vở để chuẩn bị cho năm học mới. Cửa hàng có 2 loại vở: 6 quyển vở Hồng Hà có giá 65 nghìn đồng và 9 quyển vở Campus có giá 103 nghìn đồng. Hỏi để tiết kiệm tiền bạn An nên mua loại vở nào?

**Lời giải**

$$\text{Giá tiền mỗi quyển vở Hồng Hà là: } \frac{65}{6} \text{ (nghìn đồng).}$$

$$\text{Giá tiền mỗi quyển vở Campus là: } \frac{103}{9} \text{ (nghìn đồng).}$$

$$\text{Quy đồng mẫu số hai phân số ta có: } \frac{65}{6} = \frac{195}{18}; \quad \frac{103}{9} = \frac{206}{18}$$

$$\text{Vì } \frac{195}{18} < \frac{206}{18} \quad \text{nên} \quad \frac{65}{6} < \frac{103}{9}.$$

Vậy để tiết kiệm tiền bạn An nên mua vở Hồng Hà.

**Bài 11:** Tìm các phân số:

$$\text{a) Có mẫu số là } 30, \text{ lớn hơn } \frac{-2}{5} \text{ và nhỏ hơn } \frac{-1}{6}.$$

$$\text{b) Có tử số là } -15, \text{ lớn hơn } \frac{-5}{6} \text{ và nhỏ hơn } \frac{-3}{4}.$$

**Lời giải**

$$a) \frac{-2}{5} = \frac{-12}{30}; \frac{-1}{6} = \frac{-5}{30} \quad \frac{-12}{30} < x < \frac{-5}{30} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{-11}{30}; \frac{-10}{30}; \frac{-9}{30}; \frac{-8}{30}; \frac{-7}{30}; \frac{-6}{30} \right\}$$

$$b) \frac{-5}{6} = \frac{-15}{18}; \frac{-3}{4} = \frac{-15}{20} \quad \frac{-15}{18} < x < \frac{-15}{20} \Rightarrow x = \frac{-15}{19}$$

**Dạng 4.** Tìm điều kiện để một số hữu tỉ là số âm (dương) hay số nguyên

**\*) Phương pháp giải:**

- Số hữu tỉ âm là những số hữu tỉ **nhỏ hơn 0**.
- Số hữu tỉ dương là những số hữu tỉ **lớn hơn 0**.
- Số 0 không là số hữu tỉ âm cũng không là số hữu tỉ dương

- Số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  là số hữu tỉ dương khi  $a, b$  cùng dấu.

- Số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  là số hữu tỉ âm khi  $a, b$  khác dấu.

- Số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  bằng 0 khi  $a = 0$  và  $b \neq 0$ .

**Chú ý:** 0 không là số âm cũng không là số dương.

- Số hữu tỉ  $\frac{a}{b}$  là số nguyên khi  $a : b$  hay  $b$  là ước của  $a$ .

**Bài 1:** Tìm số nguyên  $x$  để các số sau là số hữu tỉ:

$$a) \frac{x}{7} \qquad b) \frac{5}{x} \qquad c) \frac{-5}{2x}$$

**Lời giải**

$$a) \text{ Để } \frac{x}{7} \text{ là số hữu tỉ thì } x \in \mathbb{Z}$$

$$b) \text{ Để } \frac{5}{x} \text{ là số hữu tỉ thì } x \in \mathbb{Z} \text{ và } x \neq 0. \text{ Suy ra } x \text{ là số nguyên khác } 0.$$

$$c) \text{ Để } \frac{-5}{2x} \text{ là số hữu tỉ thì } 2x \in \mathbb{Z} \text{ và } 2x \neq 0. \text{ Suy ra } x \text{ là số nguyên khác } 0.$$

**Bài 2:** Tìm số nguyên  $x$  để các số sau là số hữu tỉ:

$$a) \frac{1}{x-1} \qquad b) \frac{-2}{2x-4}$$

**Lời giải**

a) Để  $\frac{1}{x-1}$  là số hữu tỉ thì  $x-1 \in \mathbb{Z}$  và  $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}, x \neq 1$ .

Vậy khi  $x$  là số nguyên khác 1 thì  $\frac{1}{x-1}$  là số hữu tỉ

b) Để  $\frac{-2}{2x-4}$  là số hữu tỉ thì  $2x-4 \in \mathbb{Z}$  và  $2x-4 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}, x \neq 2$ .

Vậy khi  $x$  là số nguyên khác 2 thì  $\frac{-2}{2x-4}$  là số hữu tỉ.

**Bài 3:** Tìm số nguyên  $x$  để số hữu tỉ  $A = \frac{-101}{x+7}$  là số nguyên.

**Lời giải**

Để  $A \in \mathbb{Q}$  thì  $\frac{-101}{x+7} \in \mathbb{Q} \Rightarrow x+7 \in \mathbb{U} \quad (101)$

$$\Rightarrow x+7 \in \{-1; 1; -101; 101\}$$

Ta có bảng sau:

$x+7$	-1	1	-101	101
$x$	-8	-6	-108	94

Vậy khi  $x \in \{-8; -6; -108; 94\}$  thì số hữu tỉ  $A = \frac{-101}{x+7}$  là số nguyên.

**Bài 4:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{20m+11}{-2019}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì:

a)  $x$  là số dương

b)  $x$  là số âm.

**Lời giải**

a) Số hữu tỉ  $x = \frac{20m+11}{-2019}$  là số dương khi:

$$x = \frac{20m+11}{-2019} > 0 \Rightarrow 20m+11 < 0 \Rightarrow m < \frac{-11}{20}$$

b) Số hữu tỉ  $x = \frac{20m+11}{-2019}$  là số âm khi:

$$x = \frac{20m+11}{-2019} < 0 \Rightarrow 20m+11 > 0 \Rightarrow m > \frac{-11}{20}$$

**Bài 5:** Cho số hữu tỉ:  $x = \frac{a-5}{2}$ . Với giá trị nào của  $a$  thì:

a)  $x$  là số dương

b)  $x$  là số âm

c)  $x$  không là số dương và cũng không là số âm.

**Lời giải**

a)  $x$  là số dương khi:  $\frac{a-5}{2} > 0 \Rightarrow a-5 > 0 \Rightarrow a > 5$

b)  $x$  là số âm khi:  $\frac{a-5}{2} < 0 \Rightarrow a-5 < 0 \Rightarrow a < 5$

c)  $x$  không là số dương và cũng không là số âm khi:  $\frac{a-5}{2} = 0 \Rightarrow a-5 = 0 \Rightarrow a = 5$

**Bài 6:** Cho  $x = \frac{12}{b-5}$  ( $b \in \mathbb{Q}$ ). Với giá trị nào của  $b$  thì:

a)  $x$  là số hữu tỉ

b)  $x = -1$

**Lời giải**

a) Để  $x = \frac{12}{b-5}$  ( $b \in \mathbb{Q}$ ) là số hữu tỉ thì  $b-5 \neq 0 \Rightarrow b \neq 5$

b) Ta có:  $x = -1 \Rightarrow \frac{12}{b-5} = -1 \Rightarrow 12 = -(b-5) \Rightarrow b = -7$

**Bài 7:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{a-2}{5}$  ( $a \in \mathbb{Q}$ ). Với giá trị nào của  $a$  thì  $x$  là số nguyên?

**Lời giải**

Số hữu tỉ  $x = \frac{a-2}{5}$  ( $a \in \mathbb{Q}$ ) là số nguyên khi:  $a-2 \in 5\mathbb{Z} \Rightarrow a-2 = 5k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  $\Rightarrow a = 5k+2$

**Bài 8:** Cho số hữu tỉ:  $x = \frac{a-5}{a}$  ( $a \neq 0$ ). Với giá trị nguyên nào của  $a$  thì  $x$  là số nguyên?

**Lời giải**

Ta có:  $x = \frac{a-5}{a} = 1 - \frac{5}{a}$  ( $a \neq 0$ ).

Suy ra  $x \in \mathbb{Z}$  khi  $\frac{5}{a} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in U(5)$

Vậy  $a \in \{-5; -1; 1; 5\}$

**Bài 9:** Tìm tất cả các số nguyên  $x$  để số hữu tỉ  $A = \frac{x+1}{x-2}$  ( $x \neq 2$ ) có giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

$$A = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2} \quad (x \neq 2)$$

Ta có:

Do  $x \in \mathbb{Z}$ , để  $A$  là số nguyên thì  $\frac{3}{x-2}$  phải là số nguyên

Hay  $(x-2) \in U(3)$

$$\Rightarrow x-2 \in \{-3; -1; 1; 3\}$$

Ta có bảng sau:

$x-2$	-3	-1	1	3
$x$	-1	1	3	5

Vậy khi  $x \in \{-1; 1; 3; 5\}$  thì số hữu tỉ  $A = \frac{x+1}{x-2}$  ( $x \neq 2$ ) có giá trị là số nguyên.

**Bài 10:** Tìm tất cả các số nguyên  $x$  để số hữu tỉ  $B = \frac{2x-1}{x+5}$  ( $x \neq -5$ ) có giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

$$B = \frac{2x-1}{x+5} = 2 - \frac{11}{x+5} \quad (x \neq -5)$$

Ta có:

$$B \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{11}{x+5} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+5 \in U(11)$$

Suy ra:

$$U(11)$$

$$\Rightarrow x+5 \in \{-11; -1; 1; 11\}$$

Ta có bảng sau:

$x+5$	-11	-1	1	11
$x$	-16	-6	-4	6

Vậy khi  $x \in \{-16; -6; -4; 6\}$  thì số hữu tỉ  $B = \frac{2x-1}{x+5}$  ( $x \neq -5$ ) có giá trị là số nguyên.

**Bài 11:** Tìm số nguyên  $x$  để số hữu tỉ  $D = \frac{x-3}{2x}$  là số nguyên  
**Lời giải**

Ta có:  $D \in \mathbb{Z}$  thì  $2D \in \mathbb{Z}$ .

$$2D = \frac{2x-6}{2x} = 1 - \frac{3}{x}$$

Để  $D \in \mathbb{Z}$  thì  $2D \in \mathbb{Z}$  và  $2D$  là số chẵn.

Suy ra  $\frac{3}{x} \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{3}{x}$  là số lẻ (1)

$$\Rightarrow x \in \bigcup (3) \Rightarrow x \in \{-1; 1; -3; 3\} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có  $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$  thỏa mãn điều kiện đề bài

Vậy khi  $x \in \{-1; 1; -3; 3\}$  thì số hữu tỉ  $D = \frac{x-3}{2x}$  là số nguyên.

**Bài 12:** Cho số  $x$  thỏa mãn  $x^2 = 2$ . Hỏi số  $x$  có là số hữu tỉ không?  
**Lời giải**

Giả sử  $x$  là số hữu tỉ:  $x = \frac{a}{b}; (a, b) = 1; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$

$$x^2 = 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 2 \Rightarrow a^2 = 2b^2$$

Ta có:

$$a^2 \in \mathbb{M} \Rightarrow a \in \mathbb{M} \Rightarrow a = 2m (m \in \mathbb{Z})$$

Suy ra:

$$\text{Khi đó: } 4m^2 = 2b^2 \Rightarrow 2m^2 = b^2 \Rightarrow b^2 \in \mathbb{M} \Rightarrow b \in \mathbb{M}$$

Mà  $a \in \mathbb{M}$  và  $b \in \mathbb{M}$  mâu thuẫn với giả sử  $(a, b) = 1$

Vậy  $x$  không thể là số hữu tỉ.

**Bài 13:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{2a-1}{2}$ . Với giá trị nào của  $a$  thì:

- $x$  là số hữu tỉ dương?
- $x$  là số hữu tỉ âm?
- $x$  không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm?
- $x$  là số nguyên?

**Lời giải**

a) Để  $x$  là số dương thì  $\frac{2a-1}{2} > 0$

Mà  $2 > 0$  nên  $2a-1 > 0 \Rightarrow a > \frac{1}{2}$

Vậy  $a > \frac{1}{2}$  thì  $x$  là số hữu tỉ dương.

b) Để  $x$  là số âm thì  $\frac{2a-1}{2} < 0$

Mà  $2 > 0$  nên  $2a-1 < 0 \Rightarrow a < \frac{1}{2}$

Vậy  $a < \frac{1}{2}$  thì  $x$  là số hữu tỉ âm.

c) Để  $x$  không là số dương cũng không là số âm thì  $\frac{2a-1}{2} = 0$

Mà  $2 \neq 0$  nên  $2a-1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

Vậy  $a = \frac{1}{2}$  thì  $x$  không là số hữu tỉ dương, cũng không là số hữu tỉ âm.

d) Để  $x$  là số nguyên thì  $(2a-1):2$ . Suy ra:

$$2a-1 = 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 2a = 2k+1 \Leftrightarrow a = k + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy  $a = k + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}$  thì  $x$  là số nguyên.

**Bài 14:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{a}{a^2+1}$ . Với giá trị nào của  $a$  thì

a)  $x$  là số hữu tỉ âm?

b)  $x$  không là số hữu tỉ âm,  $x$  cũng không là số hữu tỉ dương?

**Lời giải**

Ta có  $a^2 \geq 0, \forall a$  nên  $a^2+1 \geq 1 > 0$  hay  $a^2+1 > 0 \forall a$ . Do đó:

a)  $x$  là số hữu tỉ nếu  $\frac{a}{a^2+1} < 0$ , suy ra  $a < 0$

b)  $x$  không là số hữu tỉ âm,  $x$  cũng không là số hữu tỉ dương nếu  $\frac{a}{a^2+1} = 0$ , suy ra  $a = 0$ .



**Bài 15:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{7}{a+1}$ . Xác định số nguyên  $a$  để  $x$  là số nguyên dương.

**Lời giải**

Để  $x \in \mathbb{Z}$  thì  $7:(a+1)$  hay  $(a+1) \in (7) = \{-7; -1; 1; 7\}$ . Ta có bảng sau:

$a+1$	-7	-1	1	7
$a$	-8	-2	0	6

Mà  $x$  là số nguyên dương nên  $\frac{7}{a+1} > 0$

Mà  $7 > 0$  nên  $a+1 > 0 \Rightarrow a > -1 \Rightarrow a \in \{0; 6\}$

Với  $a=0$  ta có  $x = \frac{7}{0+1} = 7$

Với  $a=6$  ta có  $x = \frac{7}{6+1} = 1$

Vậy  $a \in \{0; 6\}$  thì  $x$  là số nguyên dương.

**Bài 16:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{3a+7}{-5}$ . Với giá trị nào của  $a$  thì

a)  $x$  là số hữu tỉ dương?

b)  $x$  là số hữu tỉ âm?

c)  $x$  không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm?

**Lời giải**

a) Để  $x$  là số hữu tỉ dương thì  $\frac{3a+7}{-5} > 0$ . Mà  $-5 < 0$  nên  $3a+7 < 0$  suy ra  $a < \frac{-7}{3}$

b) Để  $x$  là số hữu tỉ âm thì  $\frac{3a+7}{-5} < 0$ . Mà  $-5 < 0$  nên  $3a+7 > 0$  suy ra  $a > \frac{-7}{3}$ .

c) Để  $x$  không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm thì  $\frac{3a+7}{-5} = 0$ . Mà  $-5 \neq 0$  nên

$3a+7=0$  suy ra  $a = \frac{-7}{3}$ .

$$x = \frac{3n-1}{4}$$

**Bài 17:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{3n-1}{4}$ . Với giá trị nào của  $a$  thì

a)  $x$  là số hữu tỉ dương?

b)  $x$  là số hữu tỉ âm?

c)  $x$  không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm?

**Lời giải**

$$\text{a) Để } x \text{ là số hữu tỉ dương thì } \frac{3n-1}{4} > 0 \Rightarrow 3n-1 > 0 \text{ (do } 4 > 0) \Rightarrow 3n > 1 \Rightarrow n > \frac{1}{3}.$$

$$\text{b) Để } x \text{ là số hữu tỉ âm thì } \frac{3n-1}{4} < 0 \Rightarrow 3n-1 < 0 \Rightarrow 3n < 1 \Rightarrow n < \frac{1}{3}.$$

$$\text{c) Để } x \text{ không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm thì } \frac{3n-1}{4} = 0 \Rightarrow 3n-1 = 0 \Rightarrow 3n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{7}{n-1}$$

**Bài 18:** Cho số hữu tỉ  $x = \frac{7}{n-1}$ . Tìm số nguyên  $n$  để  $x$  nhận giá trị là số nguyên.

**Lời giải**

$$\text{Để } x = \frac{7}{n-1} \in \mathbb{Z} \text{ thì } n-1 \in \{ \pm 1; \pm 7 \}$$

Ta lập bảng:

$n-1$	-7	-1	1	7
$n$	-6	0	2	8

Vậy  $n \in \{-6; 0; 2; 8\}$  thì  $x$  nhận giá trị nguyên.

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Tìm số nguyên  $a, b$  sao cho:

$$\text{a) } \frac{-3}{8} < \frac{a}{10} < \frac{-3}{5}$$

$$\text{b) } \frac{-8}{19} < \frac{12}{b} < \frac{-2}{5}$$

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có: } \frac{-3}{8} > \frac{a}{10} > \frac{-3}{5} \Rightarrow \frac{-15}{40} > \frac{4a}{40} > \frac{-24}{40}$$

$$\Rightarrow -15 > 4a > -24 \Rightarrow -\frac{15}{4} > a > -6$$

Mà  $a \in \mathbb{Z}$ , suy ra:  $a \in \{-4; -5\}$

$$\text{b) Ta có: } \frac{-8}{19} < \frac{12}{b} < \frac{-2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{12}{-b} < \frac{8}{19} \Rightarrow \frac{24}{60} < \frac{24}{-2b} < \frac{24}{57}$$

$$\Rightarrow 57 < -2b < 60 \Rightarrow -30 < b < -\frac{57}{2}$$

Mà  $b \in \mathbb{Q}$ , suy ra  $b \in \{-29\}$

**Bài 2:** Tìm  $x \in \mathbb{Q}$  để:

a)  $\frac{x-5}{x-10}$  là số hữu tỉ dương

b)  $\frac{x-5}{x+7}$  là số hữu tỉ âm.

**Lời giải**

a)  $\frac{x-5}{x-10}$  là số hữu tỉ dương khi:

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 > 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 < 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-10 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > 10 \end{cases} \Rightarrow x > 10(1)$$

$$* \begin{cases} x-5 < 0 \\ x-10 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x < 10 \end{cases} \Rightarrow x < 5(2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được:  $x < 5$  hoặc  $x > 10$

Vậy khi  $x < 5$  hoặc  $x > 10$  thì  $\frac{x-5}{x-10}$  là số hữu tỉ dương.

b)  $\frac{x-5}{x+7}$  là số hữu tỉ âm khi:

$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x+7 < 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x-5 < 0 \\ x+7 > 0 \end{cases}$$

$$* \begin{cases} x-5 > 0 \\ x+7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < -7 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset(1)$$

$$* \begin{cases} x-5 < 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x > -7 \end{cases} \Rightarrow -7 < x < 5(2)$$

Kết hợp (1) và (2), ta được:  $-7 < x < 5$

Vậy khi  $-7 < x < 5$  thì  $\frac{x-5}{x+7}$  là số hữu tỉ âm.

