ĐỀ 1501

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)*

Cho biÓu thøc 

a) Rót gän biÓu thøc K.

b) TÝnh gi¸ trÞ cña K khi .

c) T×m gi¸ trÞ cña a sao cho K < 0.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Cho hÖ ph­¬ng tr×nh: 

a) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh khi cho m = 1.

b) T×m gi¸ trÞ cña m ®Ó hÖ ph­¬ng tr×nh v« nghiÖm.

**Bµi 3.** *(4 ®iÓm)* Cho nöa ®­êng trßn (O) ®­êng kÝnh AB. Tõ A vµ B kÎ hai tiÕp tuyÕn Ax vµ By. Qua ®iÓm M thuéc nöa ®­êng trßn nµy, kÎ tiÕp tuyÕn thø ba, c¾t c¸c tiÕp tuyÕn Ax vµ By lÇn l­ît ë E vµ F.

a) Chøng minh AEMO lµ tø gi¸c néi tiÕp.

b) AM c¾t EO t¹o P, BM c¾t OF t¹i Q. Tø gi¸c MPOQ lµ h×nh g×? T¹i sao?.

c) KÎ MH vu«ng gãc víi AB (H thuéc AB). Gäi K lµ giao ®iÓm cña MH vµ EB. So s¸nh MK víi KH.

d) Cho AB = 2R vµ gäi r lµ b¸n kÝnh néi tiÕp tam gi¸c EOF. Chøng minh r»ng: .

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

Ng­êi ta rãt ®Çy n­íc vµo mét chiÕc ly h×nh nãn th× ®­îc 8 cm3. Sau ®ã ng­êi ta rãt n­íc tõ ly ra ®Ó chiÒu cao mùc n­í chØ cßn l¹i mét nöa. H·y tÝnh thÓ tÝch l­îng n­íc cßn l¹i trong ly?

ĐỀ 1502

**Bµi 1.** *(2,5 ®iÓm)*

Cho biÓu thøc 

a) Rót gän biÓu thøc P.

b) TÝnh gi¸ trÞ cña x ®Ó P = - 1.

c) T×m m ®Ó víi mäi gi¸ trÞ x > 9 ta cã .

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Gi¶i bµi to¸n b»ng c¸ch lËp ph­¬ng tr×nh:

Theo kÕ ho¹ch hai tæ s¶n xuÊt 600 s¶n phÈm trong mét thêi gian nhÊt ®Þnh. Do ¸p dông kü thuËt míi nªn tæ I ®· v­ît møc 18% vµ tæ II ®· v­ît møc 21%. V× vËy trong thíi gian quy ®Þnh hä ®· hoµn thµnh v­ît møc 120 s¶n phÈm. Hái sè s¶n phÈm ®­îc giao cña mçi tæ theo kÕ ho¹ch ?

**Bµi 3.** *(3,5 ®iÓm)* Cho ®­êng trßn (O), ®­êng kÝnh AB cè ®Þnh, ®iÓm I n»m gi÷a A vµ O sao cho . KÎ d©y MN vu«ng gãc víi AB t¹i I. Gäi C lµ ®iÓm tuú ý thuéc cung lín MN sao cho C kh«ng trïng víi M, N vµ B. Nèi AC c¾t MN t¹i E.

a) Chøng minh tø gi¸c IECB néi tiÕp ®­îc trong mét ®­êng trßn.

b) Chøng minh ΔAME ~ ΔACM vµ AM2 = AE.AC.

c) Chøng minh AE.AC - AI.IB = AI2.

d) H·y x¸c ®Þnh vÞ trÝ cña ®iÓm C sao cho kho¶ng c¸ch tõ N ®Õn t©m ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c CME lµ nhá nhÊt.

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

Mét h×nh ch÷ nhËt ABCD cã diÖn tÝch lµ 2 cm2, chu vi lµ 6 cm vµ AB > AD. Cho h×nh ch÷ nhËt nµy quay quanh c¹nh AB mét vßng ta ®­îc mét h×nh g×? H·y tÝnh thÓ tÝch vµ diÖn tÝch xung quanh cña h×nh ®­îc t¹o thµnh.

ĐỀ 1503

**Bµi 1.** *(1,5 ®iÓm)*

a) Cho biÕt  vµ . H·y so s¸nh A + B vµ A.B.

b) TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc: 

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: x4 + 24x2 -25 = 0.

b) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *(1,5 ®iÓm)*

Cho ph­¬ng tr×nh: x2 - 2mx + (m - 1)3 = 0 víi x lµ Èn sè, m lµ tham sè. (1)

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh (1) khi m = -1.

b) X¸c ®Þnh m ®Ó ph­¬ng tr×nh (1) cã hai nghiÖm ph©n biÖt, trong ®ã mét nghiÖm b»ng b×nh ph­¬ng cña nghiÖm cßn l¹i.

**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC cã c¸c gãc ®Òu nhän, gãc A b»ng 450. VÏ c¸c ®­êng cao BD vµ CE cña tam gi¸c ABC. Gäi H lµ giao ®iÓm cña BD vµ CE.

a) Chøng minh tø gi¸c ADHE néi tiÕp ®­îc trong mét ®­êng trßn.

b) Chøng minh: HD = DC.

c) TÝnh tØ sè: .

d) Gäi O lµ t©m ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ABC. Chøng minh OA vu«ng gãc víi DE.

**Bµi 5.** *(2 ®iÓm)*

Mét h×nh trô b»ng th¹ch cao cã thÓ tÝch lµ 12 cm3 ngõi ta gät ®i ®Ó ®­îc mét h×nh nãn cã ®¸y lµ mét ®¸y cña h×nh trô vµ chiÒu cao ®óng b»ng mét nöa chiÒu cao h×nh trô. H·y t×nh thÓ tÝch h×nh nãn.

ĐỀ SỐ 1504

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Cho hµm sè y = f(x) = .

a) T×m tËp x¸c ®Þnh cña hµm sè.

b) Chøng minh f(a) = f(- a) víi - 2 ≤ a ≤ 2.

c) Chøng minh y2 ≥ 4.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Gi¶i bµi to¸n b»ng c¸ch lËp ph­¬ng tr×nh:

Mét tam gi¸c cã chiÒu cao b»ng  c¹nh ®¸y. NÕu chiÒu cao gi¶m ®i 2 dm vµ cacnhj ®¸y t¨ng thªm 3 dm th× diÖn tÝch cña nã gi¶m ®i 14 dm2. TÝnh chiÒu cao vµ c¹nh ®¸y cña tam gi¸c.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho h×nh b×nh hµnh ABCD cã ®inh D n»m trªn ®­êng trßn ®­êng kÝnh AB. H¹ BN vµ DM cïng vu«ng gãc víi ®­êng chÐo AC. Chøng minh:

a) Tø gi¸c CBMD néi tiÕp ®­îc trong ®­êng trßn.

b) Khi ®iÓm D di ®éng trªn ®­êng trßn th× ∠BMD + ∠BCD kh«ng ®æi.

c) DB.DC = DN.AC.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho h×nh thoi ABCD víi giao ®iÓm hai ®­êng chÐo lµ O. Mét ®­êng th¼ng d vu«ng gãc víi mÆt ph¼ng (ABCD) t¹i O. LÊy mét ®iÓm S trªn d. Nèi SA, SB, SC, SD.

a) Chøng minh AC vu«ng gãc víi mÆt ph¼ng (SBD).

b) Chøng minh mÆt ph¼ng (SAC) vu«ng gãc víi mÆt ph¼ng (ABCD) vµ mÆt ph¼ng (SBD).

c) TÝnh SO, biÕt AB = 8 cm; ∠ABD = 300, ∠ASC = 600.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Chøng minh r»ng: NÕu x, y lµ c¸c sè d­¬ng th× .

BÊt ®¼ng thøc trë thµnh ®¼ng thøc khi nµo?

ĐỀ 1505

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Cho .

a) T×m x ®Ó A cã nghÜa.

b) Rót gän A.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

a) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh 

b) Gi¶i ph­¬ng tr×nh 

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC néi tiÕp ®­êng trßn (O), gäi D lµ ®iÓm chÝnh gi÷a cña cung nhá BC. Hai tiÕp tuyÕn t¹i C vµ D víi ®­êng trßn (O) c¾t nhau t¹i E. Gäi P, Q lÇn l­ît lµ giao ®iÓm cña c¸c cÆp ®­êng th¼ng AB vµ CD; AD vµ CE.

a) Chøng minh BC// DE.

b) Chøng minh tõ gi¸c CODE; APQC néi tiÕp ®­îc.

c) Tø gi¸c BCQP lµ h×nh g×?

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho h×nh chãp tø gi¸c ®Òu SABC cã c¹nh bªn b»ng 24 cm vµ ®­êng cao b»ng 20 cm.

a) TÝnh thÓ tÝch cña h×nh chãp.

b) TÝnh diÖn tÝch toµn phÇn cña h×nh chãp.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

TÝnh gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc: 

ĐỀ 1506

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

Cho ®­êng th¼ng (D) cã ph­¬ng tr×nh: y = - 3x + m. X¸c ®Þnh (D) trong mçi tr­êng hîp sau:

a) (D) ®i qua ®iÓm A(-1; 2).

b) (D) c¾t trôc hoµnh t¹i ®iÓm B cã hoµnh ®é b»ng .

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Cho biÓu thøc .

a) T×m x ®Ó A cã nghÜa.

b) Víi gi¸ trÞ nµo cña x th× A ®¹t gi¸ trÞ lín nhÊt, t×m gi¸ trÞ ®ã.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho hai ®­êng trßn (O) vµ (O') c¾t nhau t¹i A vµ B. C¸c tiÕp tuyÕn t¹i A cña c¸c ®­êng trßn (O) vµ (O') c¾t ®­êng trßn (O') vµ (O) theo thõ tù t¹i C vµ D. Gäi P vµ Q lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña c¸c d©y AC vµ AD. Chøng minh:

a) Hai tam gi¸c ABD vµ CBA ®ång d¹ng.

b) ∠BQD = ∠APB.

c) Tõ gi¸c APBQ néi tiÕp.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng t¹i B. VÏ nöa ®­êng th¼ng AS vu«ng gãc víi mÆt ph¼ng (ABC). KÎ AM vu«ng gãc víi SB.

a) Chøng minh AM vu«ng gãc víi mÆt ph¼ng (SBC).

b) TÝnh thÓ tÝch h×nh chãp SABC, biÕt AC = 2a; SA = h vµ ∠ACB = 300.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Chøng minh r»ng: NÕu x, y, z > 0 tho¶ m·n  th×

.

ĐỀ 1507

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* T×m x biÕt: .

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh bËc hai 3x2 + mx + 12 = 0. (1)

a) T×m m ®Ó ph­¬ng tr×nh (1) cã hai nghiÖm ph©n biÖt.

b) T×m m ®Ó ph­¬ng tr×nh cã mét nghiÖm b»ng 1, t×m nghiÖm cßn l¹i.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Mét xe m¸y ®i tõ A ®Õn B trong mét thêi gian dù ®Þnh. NÕu vËn tèc t¨ng thªm 14 km/giê th× ®Õn sím 2 giê, nÕu gi¶m vËn téc ®i 4 km/giê th× ®Õn muén 1 giê. TÝnh vËn tèc dù ®Þnh vµ thêi gian dù ®Þnh.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Tõ ®iÓm A ngoµi ®­êng trßn (O) kÎ hai tiÕp tuyÕn AB, AC vµ c¸t tuyÕn AKD sao cho BD song song víi AC. Nèi BK c¾t AC ë I.

a) Nªu c¸ch vÏ c¸t tuyÕn AKD sao cho BD// AC.

b) Chøng minh: IC2 = IK.IB.

c) Cho gãc BAC b»ng 600. Chøng minh c¸t tuyÕn AKD ®i qua O.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

BiÕt r»ng a, b lµ c¸c sè tho¶ m·n a > b > 0 vµ a.b = 1. Chøng minh .

ĐỀ 1508

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Cho biÓu thøc 

a) Víi gi¸ trÞ nµo cña x vµ y th× biÓu thøc cã nghÜa?

b) Rót gän P.

c) T×m sè trÞ cña biÓu thøc víi x = 3; y = 4 + 2

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

a) Cho hµm sè y = ax + b

TÝnh a, b biÕt ®å thÞ cña hµm sè ®i qua ®iÓm (2; - 1) vµ c¾t trôc hoµnh t¹i ®iÓm cã hoµnh ®é b»ng 3/2.

b) ViÕt c«ng thøc mét hµm sè, biÕt ®å thÞ cña nã song song víi ®å thÞ hµm sè trªn vµ c¾t trôc tung t¹i ®iÓm cã tung ®é b»ng - 1.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)* Gi¶i bµi to¸n b»ng c¸ch lËp ph­¬ng tr×nh:

Nhµ tr­êng tæ chøc cho 180 häc sinh khèi 9 ®i tham quan di tÝch lÞch sö. Ng­êi ta dù tÝnh: NÕu dïng lo¹i xe lín chuyªn chë mét l­ît hÕt sè häc sinh th× ph¶i ®iÒu Ýt h¬n nÕu dïng lo¹i xe nhá lµ 2 chiÕc. BiÕt r»ng mçi xe lín cã nhiÒu h¬n mçi xe nhá lµ 15 chç ngåi. TÝnh sè xe lín nÕu lo¹i xe ®ã d­îc huy ®éng.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC c©n ë A, cã gãc A nhän. §­êng vu«ng gãc víi AB t¹i A c¾t ®­êng th¼ng BC t¹i E. KÎ EN vu«ng gãc víi AC. Gäi M lµ trung ®iÓm cña BC. Hai ®­êng th¼ng AM vµ EN c¾t nhau ë F.

a) T×m nh÷ng tø gi¸c cã thÓ néi tiÕp ®­îc ®­êng trßn. Gi¶i thÝch v× sao? X¸c ®Þnh t©m c¸c ®­êng trßn ®ã.

b) Chøng minh EB lµ tia ph©n gi¸c cña gãc AEF.

c) Chøng minh M lµ t©m ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c AFN.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Chøng minh r»ng trong c¸c h×nh hép ch÷ nhËt cã cïng tæng ba kÝch th­íc th× h×nh lËp ph­¬ng cã thÓ tÝch lín nhÊt.

ĐỀ 1509

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

a) VÏ ®å thÞ (P) cña hµm sè y = x2 vµ ®­êng th¼ng (D) cã ph­¬ng tr×nh y = 2x + 3.

Tõ ®ã suy ra nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh x2 - 2x - 3 = 0 (cã gi¶i thÝch).

b) ViÕt ph­¬ng tr×nh ®­êng th¼ng (d) song song víi ®­êng th¼ng (D) vµ tiÕp xóc víi (P).

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Mét thöa ruéng h×nh ch÷ nhËt cã chu vi 250 m. TÝnh diÖn tÝch cña thöa ruéng biÕt r»ng nÕu chiÒu dµi gi¶m 3 lÇn vµ chiÒu réng t¨ng 2 lÇn th× chu vi thöa ruéng vÉn kh«ng thay ®æi.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

T×m m sao cho hÖ ph­¬ng tr×nh hai Èn x, y:



cã nghiÖm víi mäi gi¸ trÞ cña n.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho nöa ®­êng trßn t©m O, ®­êng kÝnh BC. §iÓm A thuéc nöa ®­êng trßn ®ã. Dùng h×nh vu«ng ABED thuéc nöa mÆt ph¼ng bê AB, kh«ng chøa ®iÓm C. Gäi F lµ giao ®iÓm cña AE vµ nöa ®­êng trßn t©m (O). K lµ giao ®iÓm cña CF vµ ED.

a) Chøng minh r»ng bèn ®iÓm E, B, F, K n»m trªn mét ®­êng trßn.

b) BKC lµ tam gi¸c g× ? V× sao ?

c) T×m quü tÝch ®iÓm E khi A di ®éng trªn nöa ®­êng trßn (O)/

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Chøng minh r»ng: NÕu a, b, c lµ ®é dµi ba c¹nh cña mét tam gi¸c th×

(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) ≤ abc.

§¼ng thøc x¶y ra khi nµo ?

ĐỀ 1510

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc:

, víi 

a) Rót gän biÓu thøc A.

b) TÝnh gi¸ trÞ cña A khi cho .

c) TÝnh gi¸ trÞ cña x ®Ó A = 3.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

Mét tµu thuû ch¹y trªn khóc s«ng dµi 120 km, c¶ ®i vµ vÒ mÊt 6 giê 45 phót. TÝnh vËn tèc cña tµu thuû khi n­íc yªn lÆng, biÕt vËn tèc cña dßng n­íc lµ 4 km/h.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)* Gi¶i c¸c bÊt ph­¬ng tr×nh sau:

a) 5 + 4x(x + 3) > 1 + 4x(x + 5).

b) 

**Bµi 4.** *(4 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng t¹i C, cã BC = AB. Trªn c¹nh BC lÊy ®iÓm E (E ≠ B, C), tõ B kÎ ®­êng th¼ng d vu«ng gãc víi AE, gäi giao ®iÓm cña d víi AE, AC kÐo dµi lÇn l­ît t¹i I, K.

a) TÝnh ®é lín gãc CIK.

b) Chøng minh KA.KC = KB.KI.

c) Gäi H lµ giao ®iÓm cña ®­êng trßn ®­êng kÝnh AK víi c¹nh AB, chøng minh r»ng H, E, K th¼ng hµng.

d) T×m quü tÝch ®iÓm I khi E ch¹y trªn BC.

ĐỀ 1511

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc:



a) T×m ®iÒu kiÖn ®èi víi x ®Ó biÓu thøc x¸c ®Þnh.

b) Rót gän biÓu thøc K.

c) Víi nhõng gi¸ trÞ nguyªn nµo cña x th× biÓu thøc K cã gi¸ trÞ nguyªn ?

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

Cho hµm sè y = x + m (D). T×m c¸c gi¸ trÞ cña m ®Ó ®­êng th¼ng (D):

a) §i qua ®iÓm A(1; 2003);

b) Song song víi ®­êng th¼ng x - y + 3 = 0;

c) TiÕp xóc víi parabol .

**Bµi 3.** *(3 ®iÓm)*

a) Gi¶i to¸n b»ng c¸ch lËp ph­¬ng tr×nh:

Mét h×nh ch÷ nhËt cã ®­êng chÐo b»ng 13 m vµ chiÒu dµi lín h¬n chiÒu réng 7 m. TÝnh diÖn tÝch h×nh ch÷ nhËt ®ã.

b) Chøng minh bÊt ®¼ng thøc:



**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng ë A. Nöa ®­êng trßn ®­êng kÝnh AB c¾t BC t¹i D. Trªn cung AD lÊy mét ®iÓm E. Nèi BE vµ kÐo dµi c¾t AC t¹i F.

a) Chøng minh CDEF lµ mét tõ gi¸c néi tiÕp.

b) KÐo dµi DE c¾t AC ë K. Tia ph©n gi¸c cña gãc CKD c¾t EF vµ CD t¹i M vµ N. Tia ph©n gi¸c cña gãc CBF c¾t DE vµ CF t¹i P vµ Q. Tø gi¸c MPNQ lµ h×nh g× ? T¹i sao ?

c) Gäi r, r1, r2 theo thø tù lµ b¸n kÝnh c¸c ®­êng trßn néi tiÕp c¸c tam gi¸c ABC, ADB, ADC. Chøng minh r»ng r2 = r12 + r22.

ĐỀ 1512

**Bµi 1.** *(2,5 ®iÓm)*

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: .

b) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

c) Gi¶i bÊt ph­¬ng tr×nh: .

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

a) T×m gi¸ trÞ cña x ®Ó biÓu thøc  cã gi¸ trÞ lín nhÊt.

b) Rót gän biÓu thøc:  víi ⏐a⏐ > ⏐b⏐> 0.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

NÕu hai vßi n­íc cïng ch¶y vµo mét c¸i bÓ kh«ng cã n­íc th× sau 12 giê bÓ ®Çy. Sau khi hai vßi cïng ch¶y 8 giê th× ng­êi ta kho¸ vßi I, cßn vßi II tiÕp tôc ch¶y. Do t¨ng c«ng suÊt vßi II lªn gÊp ®«i, nªn vßi II ®· ch¶y ®Çy phÇn cßn l¹i cña bÓ trong 3 gië r­ìi. Hái nÕu mçi vßi ch¶y mét m×nh víi c«ng suÊt b×nh th­êng th× bao l©u míi ®Çy bÓ ?

**Bµi 4.** *(3,5 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC cã ba gãc nhän, ®­êng cao AE vµ CD c¾t nhau t¹i H (H lµ trùc t©m cña tam gi¸c ABC).

a) Chøng minh ®­êng trung trùc cña ®o¹n HE ®i qua trung ®iÓm I cña ®o¹n th¼ng BH.

b) Gäi K lµ trung ®iÓm c¹nh AC. Chøng minh KD lµ tiÕp tuyÕn cña ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c BDE.

ĐỀ 1513

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho hÖ ph­¬ng tr×nh:  (1)

a) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh (1) khi a = 2.

b) Víi gi¸ trÞ nµo cña a th× hÖ (1) cã nghiÖm duy nhÊt.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc  víi x > 0 vµ x ≠ 1.

a) Rót gän biÓu thøc A;

b) Chøng minh r»ng: 0 < A < 2.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh (m - 1)x2 + 2mx2 + m - 2 = 0. (\*)

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh (\*) khi m = 1.

b) T×m tÊt c¶ c¸c gi¸ trÞ cña m ®Ó ph­¬ng tr×nh (\*) cã hai nghiÖm ph©n biÕt.

**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

Tõ ®iÓm M n»m ngoµi ®­êng trßn t©m O b¸n kÝnh R vÏ hai tiÕp tuyÕn AM, MB (A, B lµ tiÕp ®iÓm) vµ mét ®­êng th¼ng qua M c¾t ®­êng trßn t¹i C vµ D. Gäi I lµ trung ®iÓm cña CD. Gäi E, F, K lÇn l­ît lµ giao ®iÓm cña ®­êng th¼ng AB víi c¸c ®­êng th¼ng OM, MD, OI.

a) Chøng minh r»ng: R2 = OE.OM = OI.OK.

b) Chøng minh r»ng 5 ®iÓm M, A, B, O, I cïng thuéc mét ®­êng trßn.

c) Khi cung CAD nhá h¬n cung CBD, chøng minh r»ng gãc DEC b»ng hai lÇn gãc DBC.

**Bµi 5.** *(1 ®iÓm)*

Cho ba sè d­¬ng x, y, z tho¶ m·n x + y + z = 1. Chøng minh r»ng:



ĐỀ 1514

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho h¸m sè y = f(x) = .

a) H·y tÝnh f(2), f(- 3), f(-), f().

b) C¸c ®iÓm A(1; ), B(; 3), C(- 2; - 6), D() cã thuéc ®å thÞ cña hµm sè kh«ng?

**Bµi 2.** *(2,5 ®iÓm)* Gi¶i c¸c ph­ng tr×nh:

a)  b) (2x - 1)(x + 4) = (x + 1)(x - 4).

**Bµi 3.** *(1 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh 2x2 - 5x + 1 = 0.

TÝnh  (víi x1 vµ x2 lµ hai nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh)

**Bµi 4.** *(3,5 ®iÓm)*

Cho hai ®­êng trßn (O1) vµ (O­2) c¾t nhau t¹i A vµ B, tiÕp tuyÕn chung víi hai ®­êng trßn (O1) vµ (O­2) vÒ phÝa nöa mÆt ph¼ng bê O1O2 chøa ®iÓm B, cã tiÕp ®iÓm thø tù lµ E vµ F. Qua A kÎ c¸t tuyÕn song song víi EF c¾t ®­êng trßn (O1), (O­2) thø tù t¹i C, D. §­êng th¼ng CE vµ ®­êng th¼ng DF c¾t nhau t¹i I.

a) Chøng minh IA vu«ng gãc víi CD.

b) Chøng minh tø gi¸c IEBF lµ tø gi¸c néi tiÕp.

c) Chøng minh ®­êng th¼ng AB ®i qua trung ®iÓm cña EF.

**Bµi 5.** *(1 ®iÓm)* T×m sè nguyªn m ®Ó  lµ sè h÷u tØ.

ĐỀ 1515

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* XÐt biÓu thøc: 

a) Rót gän P.

b) Chøng minh r»ng nÕu 0 < x < 1 th× P > 0.

c) T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña P.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho nöa trßn (O; R). Hai ®­êng kÝnh AB vµ CD vu«ng gãc víi nhau. E lµ ®iÓm chÝnh gi÷a cña cung nhá BC vµ AE c¾t CO ë F, DE c¾t AB ë M.

a) CEF vµ EMB lµ c¸c tam gi¸c g× ?

b) Chøng minh r»ng tø gi¸c FCBM néi tiÕp ®­îc trong mét ®­êng trßn. T×m t©m ®­êng trßn ®ã.

c) Chøng minh r»ng c¸c ®­êng th¼ng OE, BF, CHØNG MINH ®ång quy.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Ph©n tÝch ra thõa sè: a4 - 5a3 + 10a + 4.

¸p dông gi¶i ph­¬ng tr×nh: .

ĐỀ 1516

**Bµi 1.** *(4 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh: (2m - 1)x2 - 2mx + 1 = 0.

a) X¸c ®Þnh m ®Ó ph­¬ng tr×nh trªn cã nghiÖm thuéc kho¶ng (- 1; 0).

b) X¸c ®Þnh m ®Ó ph­¬ng tr×nh cã hai nghiÖm x1, x2 tho¶ m·n 

**Bµi 2.** *(5 ®iÓm)* Gi¶i c¸c ph­¬ng tr×nh vµ hÖ ph­¬ng tr×nh sau ®©y:

a) 

b) 

c) 

**Bµi 3.** *(3 ®iÓm)*

a) Cho a > c, b > c, c > 0. Chøng minh: 

b) Cho x ≥ 1, y ≥ 1. Chøng minh: 

**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

Tõ ®iÓm A ë ngoµi ®­êng trßn (O), kÎ c¸c tiÕp tuyÕn AB, AC víi c¸c ®­êng trßn (B, C lµ c¸c tiÕp ®iÓm). Trªn tia ®èi cña tia BC lÊy ®iÓm D. Gäi E lµ giao ®iÓm cña DO vµ AC. Qua E vÏ tiÕp tuyÕn thø hai víi ®­êng trßn (O), tiÕp tuyÕn nµy c¾t ®­êng th¼ng AB ë K. Chøng minh bèn ®iÓm D, B, O, K cïng thuéc mét ®­êng trßn.

**Bµi 5.** *(2 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng t¹i A cã M lµ trung ®iÓm cña BC. Cã hai ®­êng th¼ng di ®éng vµ vu«ng gãc víi nhau t¹i M c¾t c¸c ®o¹n AB vµ AC lÇn l­ît t¹i D vµ E. X¸c ®Þnh vÞ trÝ cña D vµ E ®Ó diÖn tÝch tam gi¸c DME ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt.

**Bµi 6.** *(3 ®iÓm)*

Cho hai ®­êng trßn (O) vµ (O') c¾t nhau ë hai ®iÓm A vµ B. Qua A vÏ hai ®­êng th¼ng (d) vµ (d'), ®­êng th¼ng (d) c¾t (O) t¹i C vµ c¾t (O') t¹i D, ®­êng th¼ng (d') c¾t (O) t¹i M vµ c¾t (O') t¹i N sao cho AB lµ ph©n gi¸c cña gãc MAD. Chøng minh r»ng CD = MN.

ĐỀ 1517

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Rót gän biÓu thøc:



**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Gäi a, b lµ hai nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh bËc hai x2 - x - 1 = 0.Chøng minh r»ng c¸c biÓu thøc P = a + b + a3 + b3; Q = a2 + b2 a4 + b4; R = a2001 + b2001 + a2003 + b2003 lµ nh÷ng sè nguyªn vµ chia hÕt cho 5.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)* Cho hÖ ph­¬ng tr×nh (x vµ y lµ c¸c Èn sè):

 (1)

a) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh (1) víi m = 7.

b) T×m m sao cho hÖ ph­¬ng tr×nh (1) cã nghiÖm.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho hai vßng trßn (C1) vµ (C2) tiÕp xóc ngoµi nhau t¹i ®iÓm T. Hai vßng trßn nµy n»m trong vßng trßn (C3) vµ tiÕp xóc víi (C3) t­¬ng øng t¹i M vµ N. TiÕp tuyÕn chung t¹i T cña (C1) vµ (C2) c¾t (C3) t¹i P. PM c¾t vßng trßn (C1) t¹i ®iÓm thø hai A vµ MN c¾t (C1) t¹i ®iÓm thø hai B. PN c¾t vßng trßn (C2) t¹i ®iÓm thø hai D vµ MN c¾t (C2) t¹i ®iÓm thø hai C.

a) Chøng minh r»ng tø gi¸c ABCD lµ tø gi¸c néi tiÕp.

b) Chøng minh r»ng c¸c ®­êng th¼ng AB, CD vµ PT ®ång quy.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Mét ngò gi¸c cã tÝnh chÊt: TÊt c¶ c¸c tam gi¸c cã ba ®Ønh lµ ba ®Ønh liªn tiÕp cña ngò gi¸c, ®Òu cã diÖn tÝch b»ng 1. TÝnh diÖn tÝch cña ngò gi¸c ®ã.

ĐỀ 1518

**Bµi 1.** *(5 ®iÓm)* Cho a, b, c lµ c¸c sè d­¬ng.

1/ Cho , h·y chøng minh:

a) A ≥ B.

b)  víi a ≠ b.

2/ Rót gän biÓu thøc: .

**Bµi 2.** *(4 ®iÓm)*

Gi¶ sö hai ph­¬ng tr×nh bËc hai Èn x: a1x2 + b1x + c1 = 0 vµ a2x2 + b2x + c2 = 0 cã nghiÖm chung. Chøng minh r»ng: (a1c2 - a2c1)2 = (a1b1 - a2b1)(b1c2 - b2c1).

**Bµi 3.** *(3 ®iÓm)*

Víi gi¸ trÞ nµo cña m th× mét trong c¸c nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh x2 - 8x + 4m = 0 sÏ gÊp ®«i mét nghiÖm nµo ®ã cña ph­¬ng tr×nh x2 + x - 4m = 0.

**Bµi 4.** *(4 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn t©m O, mét d©y AB cè ®Þnh, C lµ mét ®iÓm chuyÓn ®éng trªn cung nhá AB. Gäi M lµ trung ®iÓm cña d©y BC, tõ M vÏ MN vu«ng gãc víi tia AC (N ∈ AC).

a) Chøng minh r»ng ®­êng th¼ng MN lu«n ®i qua mét ®iÓm cè ®Þnh.

b) T×m tËp hîp ®iÓm M.

**Bµi 5.** *(4 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn (O; R) néi tiÕp tam gi¸c ABC, tiÕp xóc víi c¹nh AB, AC lÇn l­ît ë D vµ E.

a) Gäi O' lµ t©m ®­êng trßn néi tiÕp tam gi¸c ADE, tÝnh OO'.

b) C¸c ®­êng ph©n gi¸c trong cña gãc B vµ gãc C c¾t ®­êng th¼ng DE lÇn l­ît ë M vµ N. Chøng minh tø gi¸c BCMN néi tiÕp.

c) Chøng minh: 

ĐỀ 1519

**Bµi 1.** *(7 ®iÓm)* Rót gän:

a) 

b) 

c) 

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *(3 ®iÓm)*

a) Víi x, y kh«ng ©m; t×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc:



b) T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc: .

**Bµi 4.** *(8 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn (O; R) vµ hai ®­êng kÝnh bÊt k× AB vµ CD sao cho tiÕp tuyÕn t¹i A cña ®­êng trßn (O) c¾t c¸c ®­êng th¼ng BC vµ BD t¹i hai ®iÓm t­¬ng øng lµ E vµ F. Gäi P vµ Q lÇn l­ît lµ trùc t©m cña c¸c ®o¹n th¼ng EA vµ AF.

1) Chøng minh r»ng trùc t©m H cña tam gi¸c BPQ lµ trung ®iÓm cña ®o¹n th¼ng OA.

2) Hai ®­êng kÝnh AB vµ CD cã vÞ trÝ t­¬ng ®èi nh­ thÕ nµo th× tam gi¸c BPQ cã diÖn tÝch nhá nhÊt.

3) Chøng minh c¸c hÖ thøc sau: CE.DF.EF = CD3 vµ 

4) NÕu tam gi¸c vu«ng BEF cã mét h×nh vu«ng BMKN néi tiÕp (K∈EF; M∈BE vµ N ∈BF) sao cho c¹nh h×nh vu«ng tØ lÖ víi b¸n kÝnh ®­êng trßn néi tiÕp tam gi¸c BEF theo tØ sè  th× c¸c gãc cña tam gi¸c BEF lµ bao nhiªu ?

ĐỀ 1520

**Bµi 1.** *(4 ®iÓm)* Cho biÓu thøc: 

Rót gän råi t×m gi¸ trÞ nguyªn cña x ®Ó A cã gi¸ trÞ nguyªn.

**Bµi 2.** *(4 ®iÓm)* Rót gän c¸c biÓu thøc:

a) 

b) 

**Bµi 3.** *(4 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh bËc hai Èn x: x2 - 2(m -1)x + 2m2 - 3m + 1 = 0.

a) Chøng minh r»ng ph­¬ng tr×nh cã nghiÖm khi vµ chØ khi 0 ≤ m ≤ 1.

b) Gäi x1, x2 lµ nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh, chøng minh: .

**Bµi 4.** *(5 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng ë A, ®­êng cao AH. VÏ ®­êng trßn t©m O ®­êng kÝnh AH. §­êng trßn nµy c¾t c¸c c¹nh AB, AC theo thø tù ë D vµ E.

a) Chøng minh tø gi¸c ADHE lµ h×nh chø nhËt vµ 3 ®iÓm D, O, E th¼ng hµng.

b) C¸c tiÕp tuyÕn cña ®­êng trßn t©m O kÎ tõ D vµ E c¾t c¹nh BC t­¬ng øng t¹i M vµ N. Chõng minh M, N lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña c¸c ®o¹n th¼ng HB, HC.

c) Cho AB = 8cm; AC = 19cm. TÝnh diÖn tÝch tø gi¸c MDEN ?

**Bµi 5.** *(3 ®iÓm)*

Cho tø gi¸c ABCD néi tiÕp ®­êng trßn t©m O, vÏ tia Ax vu«ng gãc víi AD, c¾t BC t¹i E; tia Ay vu«ng gãc víi AB c¾t CD t¹i F. Chøng minh EF ®i qua O.

ĐỀ 1521

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Rót gän biÓu thøc: , víi 3 ≤ x ≤ 4.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

a) Chøng minh r»ng:  víi mäi a, b.

b) Cho tam gi¸c ABC, gäi M lµ mét ®iÓm n»m bªn trong tam gi¸c. C¸c ®­êng th¼ng AM, BM, CM lÇn l­ît c¾t c¸c c¹nh BC, CA, AB t¹i D, E, F. T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc



**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Gi¶i ph­¬ng tr×nh nghiÖm nguyªn: 5x + 25 = - 3xy + 8y2.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn t©m O ®­êng kÝnh AB. Tõ A vµ B ta vÏ hai d©y cung AC vµ BD c¾t nhau t¹i N. Hai tiÕp tuyÕn Cx, Dy cña ®­êng trßn c¾t nhau t¹i M. Gäi P lµ giao ®iÓm cña hai ®­êng th¼ng AD vµ BC.

a) Chøng minh PN vu«ng gãc víi AB.

b) Chøng minh P, M, N th¼ng hµng.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Cho mét h×nh vu«ng cã ®é dµi b»ng 1 m, trong h×nh vuong ®ã ®Æt 55 ®­êng trßn, mçi ®­êng trßn cã ®­êng kÝnh  m. Chøng minh r»ng tån t¹i mét ®­êng th¼ng giao víi Ýt nhÊt b¶y ®­êng trßn.

ĐỀ 1522

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

T×m mét sè cã 5 ch÷ sè. BiÕt r»ng nÕu ta xo¸ ®i 3 ch÷ sè cuèi cïng th× sÏ ®­îc sè míi b»ng c¨n bËc ba cña sè ban ®Çu.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Chøng minh r»ng:

 víi a, b, c, d ∈R.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

a) Ph©n tÝch ®a thøc sau thµnh nh©n tö:  

b) Chøng minh gi¸ trÞ cña biÓu thøc:  (víi x ≥ 0)

kh«ng phô thuéc vµo biÕn sè x.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c AHC cã ba gãc nhän, ®­êng cao HE. Trªn ®o¹n HE lÊy ®iÓm B sao cho tia CB vu«ng gãc víi AH; hai trung tuyÕn AM vµ BK cña tam gi¸c ABC c¾t nhau t¹i I, hai trung trùc cña c¸c ®o¹n th¼ng AC vµ BC c¾t nhau t¹i O.

a) Chøng minh ΔABH ~ ΔMKO.

b) Chøng minh: .

ĐỀ 1523

**A. PhÇn b¾t buéc:**

**Bµi 1.** *(4 ®iÓm)* Gi¶i c¸c ph­¬ng tr×nh vµ hÖ ph­¬ng tr×nh sau ®©y:

a)  b) 

**Bµi 2.** *(4 ®iÓm)*

a) Cho xy = 1 vµ x > y. Chøng minh: 

b) Cho a, b, c lµ ®é dµi ba c¹nh cña mét tam gi¸c tho¶ m·n a + b + c = 2.

Chøng minh: a2 + b2 + c2 + 2abc < 2.

**Bµi 3.** *(4 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC c©n t¹i A néi tiÕp ®­êng trßn t©m O, ®­êng kÝnh AI. Gäi E lµ trung ®iÓm cña AB vµ K lµ trung ®iÓm cña OI. Chøng minh tø gi¸c AEKC néi tiÕp ®­îc mét ®­êng trßn.

**Bµi 4.** *(4 ®iÓm)*

Cho nöa ®­êng trßn t©m O, ®­êng kÝnh AB = 2R vµ M lµ mét ®iÓm thuéc nöa ®­êng trßn (kh¸c A vµ B). TiÕp tuyÕn cña (O) t¹i M c¾t c¸c tiÕp tuyÕn t¹i A vµ B cña ®­êng trßn (O) lÇn l­ît t¹i c¸c ®iÓm C vµ D. T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña tæng diÖn tÝch hai tam gi¸c ACM vµ BDM.

**B. PhÇn chän.** *Häc sinh chän mét trong hai bµi sau ®©y:*

**Bµi 5a.** *(4 ®iÓm)*

a) X¸c ®Þnh m ®Ó ph­¬ng tr×nh 2x2 + 2mx + m2 - 2 = 0 cã hai nghiÖm.

b) Gäi hai nghiÖm lµ x1, x2, t×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc: A = ⎢2x1x2 + x1 + x2 - 4⎢.

**Bµi 5b.** *(4 ®iÓm)*

Cho biÓu thøc:  (x ≥ 0, x ≠ 9, x ≠ 4).

a) Thu gän biÓu thøc P.

b) T×m c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó P = 1.

ĐỀ 1524

**Bµi 1.** *(3 ®iÓm)*

a) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

b) Cho hai sè x, y tho¶ m·n ®¼ng thøc: 

X¸c ®Þnh x, y ®Ó tÝch xy ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt.

**Bµi 2.** *(3,5 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC néi tiÕp ®­êng trßn (O), gäi M lµ trung ®iÓm cña c¹nh BC, H lµ trùc t©m tam gi¸c ABC vµ K lµ h×nh chiÕu vu«ng gãc cña A trªn c¹nh BC. TÝnh ®é dµi AK vµ diÖn tÝch tam gi¸c ABC, biÕt r»ng OM = HK =  vµ AM = 30 cm.

**Bµi 3.** *(3,5 ®iÓm)*

a) T×m m ®Ó cho ph­¬ng tr×nh (m + 1)x222222

2 - 3mx + 4m = 0 cã nghiÖm d­¬ng.

b) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

ĐỀ 1525

**Bµi 1.** *(3,5 ®iÓm)*

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

b) Chøng minh:  víi a ≥ 1, b ≥ 1.

**Bµi 2.** *(3,5 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC néi tiÕp trong ®­êng trßn (O). I lµ trung ®iÓm cña BC, M lµ ®iÓm trªn ®o¹n CI (M kh¸c C vµ I), ®­êng th¼ng AM c¾t ®­êng trßn (O) t¹i D. TiÕp tuyÕn cña ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c AMI t¹i M c¾t c¸c ®­êng th¼ng BD, DC lÇn l­ît t¹i P vµ Q.

Chøng minh DM.IA = MP.IB vµ tÝnh tØ sè 

**Bµi 3.** *(3 ®iÓm)*

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

b) T×m c¸c sè x, y, z nguyªn d­¬ng tho¶ m·n ®¼ng thøc: 2(y + z) = x(yz - 1).

ĐỀ 1526

**Bµi 1.** *(6 ®iÓm)*

1) Chøng minh r»ng:  lµ sè nguyªn.

2) T×m tÊt c¶ c¸c sè tù nhiªn cã 3 ch÷ sè  sao cho  víi n lµ sè nguyªn lín h¬n 2.

**Bµi 2.** *(6 ®iÓm)*

1) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

2) Cho parabol (P):  vµ ®­êng th¼ng (d): .

a) VÏ (P) vµ (d) trªn cïng hÖ trôc to¹ ®é Oxy.

b) Gäi A, B lµ c¸c giao ®iÓm cña (P) vµ (d). T×m ®iÓm M trªn cung AB cña (P) sao cho diÖn tÝch tam gi¸c MAB lín nhÊt.

c) T×m ®iÓm N trªn trªn trôc hoµnh sao cho NA + NB ng¾n nhÊt.

**Bµi 3.** *(8 ®iÓm)*

1) Cho ®­êng trßn t©m O vµ d©y cung BC kh«ng qua t©m O. Mét ®iÓm A chuyÓn ®éng trªn ®­êng trßn (A kh¸c B, C). Gäi M lµ trung ®iÓm cña AC, H lµ ch©n ®­êng vu«ng gãc h¹ tõ M xuèng ®­êng th¼ng AB. Chøng minh r»ng H n»m trªn mét ®­êng trßn cè ®Þnh.

2) Cho hai ®­êng trßn (O; R) vµ (O'; R') víi R' > R, c¾t nhau t¹i hai ®iÓm A, B. Tia OA c¾t ®­êng trßn (O') t¹i C vµ tia O'A c¾t ®­êng trßn (O) t¹i D. Tia BD c¾t ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ACD t¹i E. So s¸nh ®é dµi c¸c ®o¹n BC vµ BE.

ĐỀ 1527

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc: .

a) Rót gän biÓu thøc A.

b) T×m c¸c gi¸ trÞ nguyªn lín h¬n 8 (a∈Z; a > 8) ®Ó A cã gi¸ trÞ nguyªn.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

b) Trong mÆt ph¼ng to¹ ®é Oxy cho ba ®­êng th¼ng cã ph­¬ng tr×nh:

(d1):  (d2): y = 2; (d3): y = (k + 1)x + k.

T×m k ®Ó cho ba ®­êng th¼ng ®· cho ®ång quy.

**Bµi 3.** *(2,5 ®iÓm)*

Cho ph­¬ng tr×nh bËc hai ®èi víi x: (m + 1)x2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0 víi m ≠ - 1. (1)

a) Chøng minh r»ng ph­¬ng tr×nh (1) lu«n cã hai nghiÖm ph©n biÖt víi mäi gi¸ trÞ cña m.

b) Gäi x1, x2 lµ c¸c nghiÖm cña (1), t×m m ®Ó x1x2 > 0 vµ x1 = 2x2.

**Bµi 4.** *(3,5 ®iÓm)*

Tõ ®iÓm A n»m ngoµi ®­êng trßn t©m O kÎ hai tiÕp tuyÕn AB vµ AC (B, C lµ c¸c tiÕp ®iÓm). Gäi M lµ ®iÓm bÊt k× trªn cung nhá BC cña ®­êng trßn (O) (M kh¸c B, C). TiÕp tuyÕn qua M c¾t AB vµ AC t¹i E vµ F. §­êng th¼ng BC c¾t OE vµ OF ë P vµ Q.

a) Chøng minh tø gi¸c PQFE néi tiÕp ®­îc trong mét ®­êng trßn.

b) Chøng minh tØ sè  kh«ng ®æi khi M di chuyÓn trªn ®­êng trßn.

ĐỀ 1528

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

1) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: .

2) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Cho a, b, c lµ ®é dµi ba c¹nh cña mét tam gi¸c.

Chøng minh r»ng ph­¬ng tr×nh x2 + (a + b + c)x + ab + bc + ca = 0 v« nghiÖm.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

T×m tÊt c¶ c¸c sè nguyªn n sao cho n2 + 2002 lµ sè chÝnh ph­¬ng.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc: 

trong ®ã x, y, z lµ c¸c sè d­¬ng thay ®æi tho¶ m·n ®iÒu kiÖn x2 + y2 + z2 ≤ 3.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Cho h×nh vu«ng ABCD, M lµ mét ®iÓm thay ®æi trªn c¹nh BC (M kh«ng trïng víi B) vµ N thay ®æi trªn c¹nh CD (N kh«ng trïng víi D) sao cho ∠MAN = ∠MAB + ∠NAD.

1) BD c¾t AN vµ AM t­¬ng øng t¹i P vµ Q. Chøng minh r»ng n¨m ®iÓm P, Q, M, C, N cïng n»m trªn mét ®­êng trßn.

2) Chøng minh r»ng ®­êng th¼ng MN lu«n tiÕp xóc víi mét ®­êng trßn cè ®Þnh khi M vµ N thay ®æi.

3) KÝ hiÖu diÖn tÝch cña tam gi¸c APQ lµ S1 vµ diÖn tÝch tø gi¸c PQMN lµ S2.

Chøng minh r»ng tØ sè  kh«ng ®æi khi M vµ N thay ®æi.

ĐỀ 1529

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

1) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

2) T×m nghiÖm nguyªn cña ph­¬ng tr×nh: x + xy + y = 9.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho m­êi sè nguyªn d­¬ng 1, 2, 3, …, 10. S¾p xÕp m­êi sè ®ã mét c¸ch tuú ý thµnh mét hµng. Céng mçi sè víi sè thø tù cña nã trong hµng ta ®­îc m­êi tæng. Chøng minh r»ng: trong m­êi tæng ®ã tån t¹i Ýt nhÊt hai tæng cã cïng ch÷ sè tËn cïng gièng nhau.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc:

trong ®ã a, b, c lµ ®é dµi ba c¹nh cña mét tam gi¸c.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

§­êng trßn (C) t©m I néi tiÕp tam gi¸c ABC tiÕp xóc víi c¸c c¹nh BC, CA, AB t­¬ng øng t¹i c¸c ®iÓm A', B', C'.

1) Gäi c¸c giao ®iÓm cña ®­êng trßn (C) víi c¸c ®o¹n IA, IB, IC lÇn l­ît lµ M, N, P. Chøng minh r»ng c¸c ®­êng th¼ng A'M, B'N, C'P ®ång quy.

2) KÐo dµi ®o¹n AI c¾t ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ABC t¹i D (kh¸c A). Chøng minh r»ng , trong ®ã r lµ b¸n kÝnh cña ®­êng trßn (C).

ĐỀ 1530

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Chøng minh ®¼ng thøc: .

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *( ®iÓm)* Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 4.** *( ®iÓm)* T×m tÊt c¶ c¸c sè cã 5 ch÷ sè 

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

§­êng trßn (O) néi tiÕp tam gi¸c ABC tiÕp xóc víi c¸c c¹nh BC, CA, AB theo thø tù ë D, E vµ F. §­êng th¼ng vu«ng gãc víi OC ë O c¾t hai c¹nh CA vµ CB lÇn l­ît ë I vad J. Mét ®iÓm P chuyÓn ®éng trªn cung nhá DE kh«ng chøa ®iÓm F, tiÕp tuyÕn t¹i P cña (O) c¾t hai c¹nh CA, CB lÇn l­ît t¹i M vµ N. Chøng minh r»ng :

a) ∠MON = ϕ (kh«ng ®æi), h·y c¸c ®Þnh ϕ theo c¸c gãc cña tam gi¸c ABC.

b) Ba tam gi¸c IMO, OMN, JON ®ång d¹ng víi nhau. Tõ ®ã suy ra: IM.JN = OI2 = OJ2. (\*)

c) §¶o l¹i, nÕu M vµ N lµ hai ®iÓm theo thø tù lÊy trªn hai ®o¹n th¼ng CE vµ CD th¶o m·n hÖ thøc (\*) th× MN tiÕp xóc víi ®­êng trßn (O).

ĐỀ 1531

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

Chøng minh r»ng sè:  lµ mét nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh x4 - 16x2 + 32 = 0.

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Cho x > 0, y > 0 tho¶ m·n x + y ≥ 6. H·y t×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc:



**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho sè nguyªn tè p > 3. BiÕt r»ng cã sè tù nhiÖn n sao cho trong cach viÕt thËp ph©n cña sè pn cã ®óng 20 ch÷ sè. Chøng minh r»ng trong 20 ch÷ sè nµy cã Ýt nhÊt 3 ch÷ sè gièng nhau.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC. M, N lµ trung ®iÓm cña c¸c ®o¹n CA, CB t­¬ng øng.

1) I lµ ®iÓm bÊt kú trªn ®­êng th¼ng MN (I ≠ M, I ≠ N). Chøng minh r»ng: trong ba tam gi¸c IBC, ICA, IAB cã mét tam gi¸c mµ diÖn tÝch cña nã b»ng tæng c¸c diÖn tÝch cña hai tam gi¸c cßn l¹i.

2) Tr­êng hîp I lµ giao ®iÓm cña tai NM víi ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ABC. Chøng minh r»ng: 

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Cho sè tù nhiªn n > 1 vµ n + 2 sè nguyªn d­¬ng a1, a2, …, an + 2 tho¶ m·n ®iÒu kiÖn

1 ≤ a1 < a2 < … < an + 2 ≤ 3n. Chøng minh r»ng: Lu«n tån t¹i hai sè ai, aj (1 ≤ j < i ≤ n + 2) sao cho n < ai - aj < 2n.

ĐỀ 1532

**Bµi 1.** *(1,5 ®iÓm)*

Cho ph­¬ng tr×nh x2 + x - 1 = 0. Chøng minh r»ng ph­¬ng tr×nh cã hai nghiÖm tr¸i dÊu. Gäi x1 lµ nghiÖm ©m cña ph­¬ng tr×nh.

H·y tÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc: 

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc 

T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt vµ lín nhÊt cña P khi 0 ≤ x ≤ 3.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

a) Chøng minh r»ng kh«ng tån t¹i c¸c sè nguyªn a, b, c sao cho:

a2 + b2 + c2 = 2007.

b) Chøng minh r»ng kh«ng tån t¹i c¸c sè h÷u tØ x, y, z sao cho:

x2 + y2 + z2 +x + 3y + 5z + 7 = 0

**Bµi 4.** *(2,5 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng t¹i A. VÏ ®­êng cao AH. Gäi (O) lµ ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c AHC. Trªn cung nhá AH cña ®­êng trßn (O) lÊy hai ®iÓm D vµ E sao cho BD = BE = BA. §­êng thöng BM c¾t ®­êng trßn (O) t¹i ®iÓm thø hai N.

a) Chøng minh r»ng tø gi¸c BDNE néi tiÕp ®­êng trßn.

b) Chøng minh ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tø gi¸c BDNE vµ ®­êng trßn (O) tiÕp xóc víi nhau.

**Bµi 5.** *(2 ®iÓm)*

Cã n ®iÓm, trong ®ã kh«ng cã 3 ®iÓm nµo th¼ng hµng. Hai ®iÓm bÊt kú ®­îc nèi víi nhau b»ng mét ®o¹n th¼ng, mçi ®o¹n ®­îc t« mét mµu xanh, ®á hoÆc vµng. BiÕt r»ng: cã Ýt nhÊt mét ®o¹n mµu xanh, mét ®o¹n mµu ®á vµ mét ®o¹n mµu vµng; kh«ng cã ®iÓm nµo mµ c¸c ®o¹n th¼ng xuÊt ph¸t tõ ®ã cã ®ñ c¶ 3 mµu vµ kh«ng cã tam gi¸c nµo t¹o bëi c¸c ®o¹n th¼ng ®· nèi cã 3 c¹nh cïng mµu.

a) Chøng minh r»ng kh«ng tån t¹i 3 ®o¹n th¼ng cïng mµu xuÊt ph¸t tõ cïng mét ®iÓm.

b) H·y cho biÕt cã nhiÒu nhÊt bao nhiªu ®iÓm tho¶ m·n ®Çu bµi ?

ĐỀ 1533

**Bµi 1.** *(1,5 ®iÓm)* Cho hai sè d­¬ng a vµ b. XÐt tËp hîp T c¸c sè cã d¹ng:

T = {ax + by, trong ®ã x > 0, y > 0 vµ x + y = 1}.

Chøng minh r»ng: c¸c sè  vµ  ®Òu thuéc tËp hîp T.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC, D vµ E lµ c¸c tiÕp ®iÓm cña ®­êng trßn néi tiÕp víi c¸c c¹nh AB vµ AC. Chøng minh ®­êng ph©n gi¸c trong cña gãc B, ®­êng trung b×nh cña tam gi¸c song song víi c¹nh AB vµ ®­êng th¼ng DE ®ång quy.

**Bµi 3.** *(2,5 ®iÓm)*

1) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

2) T×m c¸c sè h÷u tØ a, b, c sao cho c¸c sè  lµ c¸c sè nguyªn d­¬ng.

**Bµi 4.** *(1 ®iÓm)* T×m ®a thøc f(x) vµ g(x) víi c¸c hÖ sè nguyªn sao cho:

.

**Bµi 5.** *(1,5 ®iÓm)* T×m sè nguyªn tè p ®Ó 4p2 + 1 vµ 6p2 + 1 lµ c¸c sè nguyªn tè.

**Bµi 6.** *(1,5 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh x2 + ax + b = 0 cã hai nghiÖm lµ x1 vµ x2 (x1 ≠ x2), ®Æt  (n lµ sè tù nhiªn).

T×m c¸c gi¸ trÞ a, b sao cho un + 1.un + 2 - un.un + 3 = (- 1)n víi mäi sè tù nhiªn n, tõ ®ã suy ra un + un + 1 = un + 2.

ĐỀ 1534

**Bµi 1.** *( ®iÓm)* Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Chøng minh r»ng:

 chia hÕt cho 1001x 2003.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)* BiÕt r»ng ph­¬ng tr×nh x2 - 3x + 1 = 0 cã nghiÖm x = a.

H·y t×m mét gi¸ trÞ cña b∈Z ®Ó ph­¬ng tr×nh x16 - b.x8 + 1 = 0 cã nghiÖm x = a.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Trong tËp cÆp sè thùc (x, y) tho¶ m·n ®iÒu kiÖn  h·y t×m c¸c cÆp sè cã tæng x + 2y lín nhÊt.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Tõ mét ®iÓm P ë ngoµi ®­êng trßn (O), kÎ hai tiÕp tuyÕn PE, PF tíi ®­êng trßn (E, F lµ hai tiÕp ®iÓm). Mét c¸t tuyÕn thay ®æi ®i qua P, c¾t ®­êng trßn t¹i hai ®iÓm A, B (A n»m gi÷a P vµ B) vµ c¾t EF t¹i Q.

a) Khi c¸t tuyÕn ®i qua O, chøng minh: . (1)

b) §¼ng thøc (1) cã cßn ®óng kh«ng, khi c¸t tuyÕn trªn kh«ng ®i qua ®iÓm O? H·y chøng minh ®iÒu ®ã.

ĐỀ 1535

**Bµi 1.** *(2,5 ®iÓm)*

1) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

2) Cho biÓu thøc  víi x ≠ y, y ≠ 0.

Rót gän biÓu thøc A. TÝnh gi¸ trÞ cña A khi  vµ .

**Bµi 2.** *(2,5 ®iÓm)*

1) Chøng tá r»ng ph­¬ng tr×nh x2 - 4x + 1 = 0 cã hai nghiÖm ph©n biÖt x1, x2. LËp ph­¬ng tr×nh bËc hai cã nghiÖm x12 vµ x22.

2) T×m m ®Ó ph­¬ng tr×nh x2 - 2mx + 2m - 3 = 0 cã hai nghiÖm cïng dÊu. Khi ®ã hai nghiÖm cã cïng dÇu ©m hay cïng dÊu d­¬ng ?

**Bµi 3.** *(3 ®iÓm)*

Cho hai ®­êng trßn (O) vµ (O') c¾t nhau t¹i A vµ B. §­êng tiÕp tuyÕn víi (O') vÏ tõ A c¾t (O) t¹i ®iÓm M; ®­êng tiÐp tuyÕn víi (O) vÏ tõ A c¾t (O') t¹i N. §­êng trßn t©m I ngo¹i tiÕp tam gi¸c MAN c¾t AB kÐo dµi t¹i P.

1) Chøng minh r»ng tø gi¸c OAO'I lµ h×nh b×nh hµnh;

2) Chøng minh r»ng bèn ®iÓm O, B, I, O' n»m trªn mét ®­êng trßn;

3) Chøng minh r»ng BP = BA.

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

1) Cho a, b, c lµ c¸c sè d­¬ng tho¶ m·n ®iÒu kiÖn a + b + c = 1.

Chøng minh r»ng: .

2) Cho tam gi¸c ®Òu ABC. §iÓm M trªn c¹nh BC (M ≠ B, M ≠ C); vÏ MD vu«ng gãc víi AB vµ ME vu«ng gãc víi AC (D ∈ AB; E ∈ AC). X¸c ®Þnh vÞ trÝ cña ®iÓm M ®Ó diÖn tÝch cña tam gi¸c MDE lín nhÊt.

ĐỀ 1536

**Bµi 1.** *(2,5 ®iÓm)* Gi¶i c¸c ph­¬ng tr×nh sau:



**Bµi 2.** *(2,5 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh x2 - 5mx - 4m = 0 cã hai nghiÖm ph©n biÖt x1 vµ x2.

1) Chøng minh r»ng: x12 + 5mx2 - 4m > 0.

2) X¸c ®Þnh gi¸ trÞ cña m ®Ó biÓu thøc:

 ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt.

**Bµi 3.** *(2,0 ®iÓm)* T×m gi¸ trÞ cña m ®Ó ph­¬ng tr×nh:

x2 + x + m - 2 = 0 vµ x2 + (m - 2)x + 8 = 0 cã nghiÖm chung.

**Bµi 4.** *(3,0 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn t©m O vµ d©y AB, M lµ ®iÓm chuyÓn ®éng trªn ®­êng trßn, tõ M kÎ MH vu«ng gãc víi AB (H∈AB), Gäi E vµ F lÇn l­ît lµ h×nh chiÕu vu«ng gãc cña H trªn MA vµ MB. Qua M kÎ ®­êng th¼ng vu«ng gãc víi EF c¾t d©y AB t¹i D.

1) Chøng minh r»ng ®­êng th¼ng MD lu«n ®i qua mét ®iÓm cè ®Þnh khi M thay ®æi trªn ®­êng trßn.

2) Chøng minh 

ĐỀ 1537

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)*

a) Cho  Rót gän M víi 0 ≤ x ≤ 1.

b) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 2.** *(2,5 ®iÓm)*

a) Cho x, y th¶o m·n: 

TÝnh Q = x2 + y2.

b) TÝnh gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc:

 víi u + v = 1 vµ u > 0; v > 0.

**Bµi 3.** *(2,5 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c cã sè ®o c¸c ®­êng cao lµ c¸c sè nguyªn, b¸n kÝnh ®­êng trßn néi tiÕp tam gi¸c b»ng 1. Chøng minh r»ng tam gi¸c ®ã lµ tam gi¸c ®Òu.

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC vu«ng ë A, cã gãc B b»ng 200, vÏ ph©n gi¸c trong BI, vÏ gãc ACH b»ng 300 vÒ phÝa trong tam gi¸c. TÝnh gãc CHI.

**Bµi 5.** *(1 ®iÓm)*

Cã hay kh«ng 2003 ®iÓm trªn mÆt ph¼ng mµ bÊt kú ba ®iÓm nµo trong chóng ®Òu t¹o thµnh mét tam gi¸c cã gãc tï ?

ĐỀ 1538

**Bµi 1.** *(1 ®iÓm)* Chøng minh r»ng cã gi¸ trÞ kh«ng phô thuéc vµo x:



**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Víi mçi sè nguyªn d­¬ng n, ®Æt Pn = 1.2.3…n (tÝch c¸c sè tù nhiªn liªn tiÕp tõ 1 ®Õn n). Chøng minh r»ng:

1) 1 + 1.P1 + 2.P2 + 3.P3 + … + n.Pn = Pn + 1.

2) 

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)* T×m c¸c sè nguyªn d­¬ng n sao cho: x = 2n + 2003 vµ y = 3n + 2005 ®Òu lµ nh÷ng sè chÝnh ph­¬ng.

**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

XÐt ph­¬ng tr×nh Èn x: (2x2 - 4x + a + 5)(x2 - 2x + a)(⎥x - 1⎟ - a - 1) = 0.

1) Gi¶i ph­¬ng tr×nh øng víi a = - 1.

2) T×m tÊt c¶ c¸c gi¸ trÞ cña tham sè a ®Ó ph­¬ng tr×nh ®· cho cã ®óng 3 nghiÖm ph©n biÖt.

**Bµi 5.** *(3 ®iÓm)*

Qua mét ®iÓm M tuú ý ®· cho trªn ®¸y lín AB cña h×nh thang ABCD ta kÎ c¸c ®­êng th¼ng song song víi hai ®­êng chÐo AC vµ BD. C¸c ®­êng th¼ng song song nµy c¾t hai c¹nh BC vµ AD lÇn l­ît t¹i E vµ F. §o¹n EF c¾t AC vµ BD t¹i I vµ J t­¬ng øng.

1) Chøng minh r»ng nÕu H lµ trung ®iÓm cña ®o¹n IJ th× H còng lµ trung ®iÓm cña ®o¹n EF.

2) Trong tr­êng hîp AB = 2CD, h·y chØ ra vÞ trÝ cña mét ®iÓm M trªn AB sao cho EJ = JI = IF.

ĐỀ 1539

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* TÝnh gi¸ trÞ biÓu thøc:



**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Cho ba sè x1, x2, x3 kh¸c 0, tho¶ m·n ®iÒu kiÖn:



XÐt dÊu tÝch a.b.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

Gi¶i ph­¬ng tr×nh: , trong ®ã a, b, c lµ nh÷ng sè nguyªn ®· cho (a,c ≠ 0), biÕt r»ng  lµ mét nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh nµy.

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

Cho a, b, c lµ ba sè d­¬ng kh¸c nhau ®«i mét. T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc:



trong ®ã x, y lµ hai sè d­¬ng thay ®æi nh­ng lu«n cã tæng b»ng 1.

**Bµi 5.** *(2 ®iÓm)*

Cho A lµ mét ®iÓm cè ®Þnh trªn ®­êng trßn (C) t©m O, b¸n kÝnh 1. Gi¶ sö m lµ ®Ønh gãc vu«ng cña mét tam gi¸c vu«ng ABM víi c¹nh huyÒn AB lµ mét d©y cung cña ®­êng trßn (C).

1) Chøng minh r»ng: OM ≤ .

2) H·y nãi râ c¸ch dùng c¸c ®Ønh gãc vu«ng cña tam gi¸c vu«ng ABM cã c¹nh huyÒn AB lµ mét d©y cña ®­êng trßn (C) vµ OM = .

ĐỀ 1540

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)*

a) Thu gän biÓu thøc sau: 

b) TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc khi x2 - 2y2 = xy vµ y ≠ 0.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Gi¶i c¸c ph­¬ng tr×nh sau:

a)  b) 

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

a) T×m hai sè tù nhiªn a vµ b lu«n tho¶ m·n: 

b) Cho hai sè d­¬ng a, b vµ a + b = 5. T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña tæng: 

**Bµi 4.** *(1,5 ®iÓm)* Cho hÖ ph­¬ng tr×nh: 

Gäi (x1; y1) vµ (x2; y2) lµ hai nghiÖm cña hÖ ph­¬ng tr×nh trªn. H·y tÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc: M = (x1 - x2)2 + (y1 - y2)2.

**Bµi 5.** *(2,5 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn t©m O vµ mét d©y AB cña ®­êng trßn ®ã. C¸c tiÕp tuyÕn vÏ tõ A vµ B cña ®­êng trßn c¾t nhau t¹i C. D lµ mét ®iÓm trªn ®­êng trßn cã ®­êng kÝnh OC (D kh¸c A vµ B). CD c¾t cung AB cña ®­êng trßn (O) t¹i E (E n»m gi÷a C vµ D). Chøng minh:

a) ∠BED = ∠DAE.

b) DE2 = DA. DB.

ĐỀ 1541

**Bµi 1.** *(3 ®iÓm)* Cho biÓu thøc: 

1) Rót gän P.

2) T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña P.

3) T×m x ®Ó biÓu thøc  nhËn gi¸ trÞ lµ sè nguyªn.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

Trong mÆt ph¼ng to¹ ®é Oxy, cho parabol (P): y = - x2 vµ ®­êng th¼ng (d) ®i qua ®iÓm I(0; - 1) cã hÖ sè gãc k.

1) ViÕt ph­¬ng tr×nh ®­êng th¼ng (d). Chøng minh r»ng: Víi mäi gi¸ trÞ cña k, ®­êng th¼ng (d) lu«n c¾t (P) t¹i hai ®iÓm ph©n biÖt A vµ B.

2) Gäi hoµnh ®é cña ®iÓm A vµ B lµ x1 vµ x2, chøng minh ⎮x1 - x2⎮≥ 2.

3) Chøng minh ΔOAB vu«ng.

**Bµi 3.** *(4 ®iÓm)*

Cho ®o¹n th¼ng AB = 2a cã trung ®iÓm lµ O. Trªn cïng nöa mÆt ph¼ng bê AB dùng nöa ®­êng trßn (O) ®­êng kÝnh AB vµ nöa ®­êng trßn (O') ®­êng kÝnh AO. Trªn (O') lÊy mét ®iÓm M (kh¸c A vµ O), tia OM c¾t (O) t¹i C, gäi D lµ giao ®iÓm thø hai cña CA víi (O').

1) Chøng minh ΔADM c©n.

2) TiÕp tuyÕn t¹i C cña (O) c¾t tia OD t¹i E, x¸c ®Þnh vÞ trÝ t­¬ng ®èi cña ®­êng th¼ng EA ®èi víi (O) vµ (O').

3) §­êng th¼ng AM c¾t OD t¹i H, ®­êng trßn ngo¹i tiÕp ΔCOH c¾t (O) t¹i ®iÓm thø hai lµ N. Chøng minh ba ®iÓm A, M, N th¼ng hµng.

4) T¹i vÞ trÝ cña M sao cho ME//AB, h·y tÝnh ®é dµi ®o¹n th¼ng OM theo a.

ĐỀ 1542

**Bµi 1.** *(1,5 ®iÓm)*

Cho hai sè tù nhiªn a vµ b, chøng minh r»ng nÕu a2 + b2 chia hÕt cho 3 th× a vµ b cïng chia hÕt cho 3.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh: 

1) Gi¶i ph­¬ng tr×nh víi m = 15.

2) T×m m ®Ó ph­¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

Cho x, y lµ c¸c sè nguyªn d­¬ng tho¶ m·n: x + y = 2003.

TÝnh gi¸ trÞ nhá nhÊt, gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc: P = x(x2 + y) + y(y2 + x).

**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn (O) víi d©y BC cè ®Þnh (BC < 2R) vµ ®iÓm A trªn cung lín BC (A kh«ng trïng víi B, C vµ ®iÓm chÝnh gi÷a cña cung). Gäi H lµ h×nh chiÕu cña A trªn BC, E vµ F lÇn l­ît lµ h×nh chiÕu cña B vµ C trªn ®­êng kÝnh.AA'.

1) Chøng minh r»ng HE vu«ng gãc víi AC.

2) Chøng minh ΔHEF ®ång d¹ng víi ΔABC.

3) Khi A di chuyÓn, chøng minh t©m ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c HEF cè ®Þnh.

**Bµi 5.** *(1,5 ®iÓm)*

LÊy 4 ®iÓm ë miÒn trong cña mét tø gi¸c ®Ó cïng víi bèn ®Ønh ta ®­îc 8 ®iÓm, trong ®ã kh«ng cã ba ®iÓm nµo th¼ng hµng. BiÕt diÖn tÝch cña tø gi¸c lµ 1, chøng minh r»ng tån t¹i mét tam gi¸c cã ba ®Ønh lÊy tõ 8 ®iÓm ®· cho cã diÖn tÝch kh«ng v­ît qu¸ . Tæng qu¸t ho¸ bµi to¸n cho n - gi¸c låi víi n ®iÓm n»m ë miÒn trong cña ®a gi¸c ®ã.

ĐỀ 1543

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)*

Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

T×m c¸c sè nguyªn x, y tho¶ m·n ®¼ng thøc: 2y2x + x + y + 1 = x2 + 2y2 + xy.

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

Cho nöa ®­êng trßn (O) ®­êng kÝnh AB = 2R (R lµ mét ®é dµi cho tr­íc). M, N lµ hai ®iÓm trªn nöa ®­êng trßn (O) sao cho M thuéc cung AN vµ tæng c¸c kho¶ng c¸ch tõ A, B ®Õn ®­êng th¼ng MN b»ng R.

1) TÝnh ®é dµi ®o¹n MN theo R.

2) Gäi giao ®iÓm cña hai d©y AN vµ BM lµ I, giao ®iÓm cña c¸c ®­êng th¼ng AM vµ BN lµ K. Chøng minh r»ng bèn ®iÓm M, N, I, K cïng n»m trªn mét ®­êng trßn. TÝnh b¸n kÝnh cña ®­êng trßn ®ã theo R.

3) T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña diÖn tÝch tam gi¸c KAB theo R khi M, N thay ®æi nh­ng vÉn tho¶ m·n gi¶ thiÕt cña bµi to¸n.

**Bµi 5.** *(2 ®iÓm)*

BiÕt r»ng x, y,z lµ c¸c sè thùc tho¶ m·n ®iÒu kiÖn: x + y + z + xy + yz + zx = 6.

Chøng minh r»ng: x2 + y2 + z2 ≥ 3.

ĐỀ 1544

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho ph­¬ng tr×nh: x4 + 2mx2 + 4 = 0

T×m gi¸ trÞ cña tham sè m ®Ó ph­¬ng tr×nh cã 4 nghiÖm ph©n biÖt x1, x2, x3, x4 tho¶ m·n x12 + x24 + x34 + x44 = 32.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

T×m c¸c sè nguyªn x, y tho¶ m·n ®¼ng thøc: x2 + xy + y2 = x2y2.

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

§­êng trßn t©m O néi tiÕp tam gi¸c ABC tiÕp xóc víi c¸c c¹nh BC, CA, AB t­¬ng øng t¹i c¸c ®iÓm D, E, F. §­êng trßn t©m O' bµng tiÕp trong gãc A cña tam gi¸c ABC tiÕp xóc víi c¹nh BC vµ phÇn kÐo dµi cña c¸c c¹nh AB, AC t­¬ng øng t¹i c¸c ®iÓm P, M, N.

1) Chøng minh r»ng: BP = CD.

2) Trªn ®­êng th¼ng MN ta lÊy c¸c ®iÓm I vµ K sao cho CK//AB, BI//AC. Chøng minh r»ng c¸c tø gi¸c BICE vµ BKCF lµ c¸c h×nh b×nh hµnh.

3) Gäi (S) lµ ®­êng trßn ®i qua 3 ®iÓm I, K, P. Chøng minh r»ng (S) tiÕp xóc víi c¸c ®­êng th¼ng BC, BI, CK.

**Bµi 5.** *(2 ®iÓm)*

Sè thùc x thay ®æi vµ tho¶ m·n ®iÒu kiÖn x2 + (3 - x)2 ≥ 5.

T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña c¸c biÓu thøc: P = x4 + (3 - x)4 + 6x2(3 - x)2.

ĐỀ 1545

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc 

1) T×m tÊt c¶ c¸c gi¸ trÞ cña x ®Ó P(x) x¸c ®Þnh. Rót gän P(x);

2) Chøng minh r»ng nÕu x > 1 th× P(x).P(-x) < 0.

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

1) Cho ph­¬ng tr×nh:  (1)

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh trªn khi 

b) T×m m ®Ó ph­¬ng tr×nh (1) cã hai nghiÖm x1 vµ x2 tho¶ m·n x1 + 2x2 = 16.

2) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

1) Cho x, y lµ hai sè thùc tho¶ m·n x2 + 4y2 = 1. Chøng minh r»ng: 

2) Cho ph©n sè  Hái cã bao nhiªu sè tù nhiªn tho¶ m·n 1 ≤ n ≤ 2004 sao cho A lµ ph©n sè ch­a tèi gi¶n.

**Bµi 4.** *(3 ®iÓm)*

Cho hai ®­êng trßn (O1) vµ (O2) c¾t nhau t¹i P vµ Q. TiÕp tuyÕn chung gÇn P h¬n cña hai ®­êng trßn tiÕp xóc víi (O1) t¹i A, tiÕp xóc víi (O2) t¹i B. TiÕp tuyÕn cña ®­êng trßn (O1) t¹i P c¾t (O2) t¹i ®iÓm thø hai D kh¸c P, ®­êng th¼ng AP c¾t ®­êng th¼ng BD t¹i R. H·y Chøng minh r»ng:

1) Bèn ®iÓm A, B, Q, R cïng thuéc mét ®­êng trßn;

2) Tam gi¸c BPR c©n;

3) §­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c PQR tiÕp xóc víi PB vµ RB.

**Bµi 5.** *(1 ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC cã BC < CA < AB. Trªn AB lÊy ®iÓm D, trªn AC lÊy ®iÓm E sao cho DB = BC = CE. Chøng minh r»ng kho¶ng c¸ch gi÷a t©m ®­êng trßn néi tiÕp vµ t©m ®­êng trßn ngo¹i tiÖp tam gi¸c ABC b»ng b¸n kÝnh ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ADE.

ĐỀ 1546

**Bµi 1.** *(2 ®iÓm)* Cho biÓu thøc:



a) H·y t×m ®iÒu kiÖn cña x ®Ó biÓu thøc M cã nghÜa, sau ®ã rót gän M.

b) Víi gi¸ trÞ nµo cña x th× biÓu thøc M ®¹t gi¸ trÞ nhá nhÊt vµ t×m gi¸ trÞ nhá nhÊt ®ã cña M ?

**Bµi 2.** *(2 ®iÓm)*

a) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: (x2 + 3x + 2)(x2 + 7x + 12) = 24.

b) T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc: P = 2 - 5x2 - y2 - 4xy + 2x.

**Bµi 3.** *(2 ®iÓm)*

Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 4.** *(2 ®iÓm)*

Cho ®­êng trßn (O) vµ d©y cung BC cè ®Þnh. Gäi A lµ ®iÓm di ®éng trªn cung lín BC cña ®­êng trßn (O), (A kh¸c B, C). Tia ph©n gi¸c cña gãc ACB c¾t ®­êng trßn (O) t¹i ®iÓm D kh¸c ®iÓm C, lÊy ®iÓm I thuéc ®o¹n CD sao cho DI = DB. §­êng th¼ng BI c¾t ®­êng trßn (O) t¹i ®iÓm K kh¸c ®iÓm B.

a) Chøng minh tam gi¸c KAC c©n.

b) Chøng minh ®­êng th¼ng AI lu«n ®i qua mét ®iÓm J cè ®Þnh, tõ ®ã h·y x¸c ®Þnh vÞ trÝ cña A ®Ó ®é dµi ®o¹n AI lµ lín nhÊt.

c) Trªn tia ®èi cña tia AB lÊy ®iÓm M sao cho AM = AC. T×m tËp hîp c¸c ®iÓm M khi A di ®éng trªn cung lín AB cña ®­êng trßn (O).

**Bµi 5.** *(1 ®iÓm)*

H·y t×m cÆp sè (x; y) sao cho y nhá nhÊt tho¶ m·n: x2 + 5y2 + 2y - 3xy - 3 = 0.

ĐỀ 1547

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

1) TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc: P = x3 + y3 -3(x + y) + 2004.

BiÕt r»ng: .

2) Rót gän biÓu thøc sau:



**Bµi 2.** *( ®iÓm)* Gi¶i c¸c ph­¬ng tr×nh sau:

1) 

2) .

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Gi¶ sö tam gi¸c ABC cã diÖn tÝch b»ng 1, gäi a, b, c vµ ha, hb, hc t­¬ng øng lµ ®é dµi c¸c c¹nh vµ c¸c ®­êng cao cña tam gi¸c ABC. Chøng minh r»ng:

(a2 + b2 + c2)(ha2 + hb2 + hc2) ≥ 36. DÊu ®¼ng thøc x¶y ra khi nµo?.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC cã gãc A b»ng 360, AC = b, AB = c (víi b > c). §­êng kÝnh EF cña ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ABC vu«ng gãc víi BC t¹i M. Gäi I vµ J lµ ch©n ®­êng vu«ng gãc h¹ tõ E xuèng c¸c ®­êng th¼ng AB vµ AC. Gäi H vµ K lµ ch©n ®­êng vu«ng gãc h¹ tõ F xuèng c¸c ®­êng th¼ng AB vµ AC.

1) Chøng minh c¸c tø gi¸c AIEJ vµ CMJE néi tiÕp.

2) Chøng minh I, J, M th¼ng hµng vµ IJ vu«ng gãc víi HK.

3) TÝnh ®é dµi c¹nh BC vµ b¸n kÝnh ®­êng trßn ngo¹i tiÕp tam gi¸c ABC theo b, c.

4) TÝnh IH + JK theo b, c.

ĐỀ 1548

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

a) T×m c¸c gi¸ trÞ cña tham sè m ®Ó tËp nghiÖm cña ph­¬ng tr×nh sau cã ®óng mét phÇn tö:



b) Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh:



**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

T×m gi¸ trÞ lín nhÊt, nhá nhÊt cña biÓu thøc P = x - y + 2004, trong ®ã c¸c sè thøc x vµ y tho¶ m·n hÖ thøc: 

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Chøng minh r»ng tån t¹i c¸c sè tù nhiªn a, b, c nghiÖm ®óng ph­¬ng tr×nh

x2 + y2 + z2 = 3xyz vµ tho¶ m·n ®iÒu kiÖn: min{a; b; c} > 24.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho ngò gi¸c ABCDE. Gäi M, N, P, Q lµ c¸c trung ®iÓm cña AB, BC, DE, EA. Chøng minh r»ng: MN ®i qua trung ®iÓm cña PQ khi vµ chØ khi MN//CD.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Cho ®­êng th¼ng xy vµ mét ®iÓm A cè ®Þnh n»m ngoµi ®­êng th¼ng Êy. §iÓm M chuyÓn ®éng trªn xy. Trªn ®o¹n th¼ng AM lÊy ®iÓm I sao cho AI.AM = k2, trong ®ã k lµ sè d­¬ng cho tr­íc vµ k nhá h¬n kho¶ng c¸ch tõ A ®Õn ®­êng th¼ng xy. Dùng h×nh vu«ng AIJK. T×m tËp hîp ®iÓm I vµ tËp hîp ®iÓm K.

ĐỀ 1549

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

1) Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

2) T×m nghiÖm nguyªn cña hÖ:



**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Cho c¸c sè thøc d­¬ng a vµ b tho¶ m·n:



H·y t×m gi¸ trÞ cña biÓu thøc: P = a2004 + b2004.

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

Cho tam gi¸c ABC cã AB = 3cm, BC = 4cm, CA = 5cm. §­êng cao, ®­êng ph©n gi¸c, ®­êng trung tuyÕn cña tam gi¸c kÎ tõ ®Ønh B chia tam gi¸c thµnh bèn phÇn. H·y tÝnh diÖn tÝch mçi phÇn.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho tø gi¸c ABCD néi tiÕp trong ®­êng trßn cã hai ®­êng chÐo AC vµ BD vu«ng gãc víi nhau t¹i H (H kh«ng trïng víi t©m ®­êng trßn). Gäi M vµ N lÇn l­ît lµ ch©n c¸c ®­êng vu«ng gãc h¹ tõ H xuèng c¸c ®­êng th¼ng AB vµ BC; P vµ Q lÇn l­ît lµ giao ®iÓm cña ®­êng th¼ng MH vµ NH víi c¸c ®­êng th¼ng CD vµ DA. Chøng minh r»ng ®­êng th¼ng PQ song song víi ®­êng th¼ng AC vµ bèn ®iÓm M, N, P, Q n»m trªn cïng mét ®­êng trßn.

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc:



ĐỀ 1560

**Bµi 1.** *( ®iÓm)*

Gi¶i ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 2.** *( ®iÓm)*

Gi¶i hÖ ph­¬ng tr×nh: 

**Bµi 3.** *( ®iÓm)*

T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc:  trong ®ã x, y lµ nh÷ng sè thøc lín h¬n 1.

**Bµi 4.** *( ®iÓm)*

Cho h×nh vu«ng ABCD vµ ®iÓm M n»m trong h×nh vu«ng.

1) T×m tÊt c¶ c¸c vÞ trÝ ®iÓm M sao cho ∠MAB = ∠MBC = ∠MCD = ∠MDA.

2) XÐt ®iÓm M n»m trªn ®­êng chÐo AC. Gäi N lµ ch©n ®­êng vu«ng gãc h¹ tõ ®iÓm M xuèng c¹nh AB vµ O lµ trung ®iÓm cña ®o¹n AM. Chøng minh r»ng tØ sè  cã gi¸ trÞ kh«ng ®æi khi M di chuyÓn trªn ®­êng chÐo AC.

3) Víi gi¶ thiÕt M n»m trªn ®­êng chÐo AC, xÐt c¸c ®­êng trßn (S1) vµ (S2) cã ®­êng kÝnh t­¬ng øng lµ AM vµ CN. Hai tiÕp tuyÕn chung cña (S1) vµ (S2) tiÕp xóc víi (S2) t¹i P vµ Q. Chøng minh r»ng ®­êng th¼ng PQ tiÕp xóc víi (S1).

**Bµi 5.** *( ®iÓm)*

Víi sè thùc a, ta ®Þnh nghÜa phÇn nguyªn cña sè a lµ sè nguyªn lín nhÊt kh«ng v­ît qu¸ a vµ kÝ hiÖu lµ [a]. D·y c¸c sè x0, x1, x2, …, xn, … ®­îc x¸c ®Þnh bëi c«ng thøc  Hái trong 200 sè {x0, x1, x2, …, x199} cã bao nhiªu sè kh¸c 0 ?

(Cho biÕt 1,41 <  < 1,42).