

DẠNG 1. DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- Câu 1.** Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu. B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.
C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương. D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

Lời giải

Chọn B

Với $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$, ta có $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ suy ra: $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

Vậy $\sin \alpha \cdot \cot \alpha < 0$

- Câu 2.** Cho α là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?
- A. $\tan \alpha < 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha < 0$. D. $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

$\tan \alpha < 0$.

- Câu 3.** Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lời giải

Chọn B

Vì α và $(90^\circ - \alpha)$ là hai cung phụ nhau nên theo tính chất giá trị lượng giác của hai cung phụ nhau ta có đáp án B đúng.

- Câu 4.** Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\tan(180^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$ B. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$
C. $\sin(180^\circ + \alpha) = \sin \alpha$ D. $\cot(180^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$

Lời giải

Chọn B.

Lý thuyết “cung hơn kém 180° ”

- Câu 5.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?
- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$ D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lời giải

Chọn D.

Mối liên hệ hai cung bù nhau.

- Câu 6.** Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào sai?
- A. $\sin \alpha = \sin \beta$ B. $\cos \alpha = -\cos \beta$ C. $\tan \alpha = -\tan \beta$ D. $\cot \alpha = \cot \beta$

Lời giải

Chọn D.

Mỗi liên hệ hai cung bù nhau.

Câu 7. Cho góc α tù. Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 8. Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin \alpha = \cos \beta$. B. $\tan \alpha = \cot \beta$. C. $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$. **D.** $\cos \alpha = -\sin \beta$.

Lời giải

Chọn D.

$$\cos \alpha = \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta$$

Câu 9. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?

- A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 10. Bất đẳng thức nào dưới đây là **đúng**?

- A. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$. **B.** $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$. C. $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$. **D.** $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 11. Giá trị của $\tan 45^\circ + \cot 135^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. 2 . **B.** 0 . C. $\sqrt{3}$. **D.** 1 .

Lời giải

Chọn B.

$$\tan 45^\circ + \cot 135^\circ = 1 - 1 = 0$$

Câu 12. Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1 .

Lời giải

Chọn C.

$$\cos 30^\circ + \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Câu 13. Giá trị của $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** 1 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có
$$\cos 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Câu 14. Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

D. 2

Lời giải

Chọn A.

$$\tan 30^\circ + \cot 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Câu 15. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$

B. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$

C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$

D. $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$

Lời giải

Chọn D.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 16. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$

A. $P = 1$

B. $P = 0$

C. $P = \sqrt{3}$

D. $P = -\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có:
$$P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

Câu 17. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$

B. $\cos 60^\circ = \sin 120^\circ$

C. $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$

D. $\sin 60^\circ = -\cos 120^\circ$

Lời giải

Chọn B.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 18. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$

B. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$

C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$

D. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$

Lời giải

Chọn D.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 19. Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos \alpha < \cos \beta$

B. $\sin \alpha < \sin \beta$

C. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$

D. $\cot \alpha > \cot \beta$

Lời giải

Chọn B.

Biểu diễn lên đường tròn.

Câu 20. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , góc B bằng 30° . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$

B. $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\cos C = \frac{1}{2}$

D. $\sin B = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn **A.**

$$\cos B = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 21. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$ **B.** $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$ **C.** $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$ **D.** $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$

Lời giải

Chọn **A.**

Lý thuyết.

DẠNG 2. CHO BIẾT MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC, TÍNH CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÒN LẠI

Câu 22. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ **B.** $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ **C.** $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$

Mặt khác $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 23. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\tan \alpha$?

A. $\frac{5}{4}$ **B.** $-\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn **D.**

Do $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0$

Ta có: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 24. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\cot \alpha = 2$ **B.** $\cot \alpha = \sqrt{2}$ **C.** $\cot \alpha = \frac{1}{4}$ **D.** $\cot \alpha = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn **A.**

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2$

Câu 25. $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

A. $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cot \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2$.

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}$$

Suy ra $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 26. Nếu $\tan \alpha = 3$ thì $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

A. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 3^2} = \frac{1}{10}$.

Suy ra $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 27. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

A. $\frac{9}{13}$.

B. 3.

C. $-\frac{9}{13}$.

D. -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$, từ đó $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

Như vậy $3\sin \alpha + 2\cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2 \left(-\frac{12}{13} \right) = -\frac{9}{13}$.

Câu 28. Biết $\cot \alpha = -a$, $a > 0$. Tính $\cos \alpha$

A. $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. C. $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. **D. $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.**

Lời giải

Chọn D

Do $\cot \alpha = -a$, $a > 0$ nên $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ suy ra $\cos \alpha < 0$.

Mặt khác, $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{-1}{a}$.

Mà ta lại có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{a^2}{1 + a^2}$.

Khi đó $\cos \alpha = -\frac{|a|}{\sqrt{1+a^2}}$ và do $a > 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

Câu 29. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

A. $\frac{13}{4}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. **D. $\frac{15}{4}$.**

Lời giải

Chọn A

Ta có $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$.

Câu 30. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = 2\sin \alpha - \cos \alpha$ bằng

A. $-\frac{7}{5}$. B. $\frac{7}{5}$. C. 1 . **D. $\frac{11}{5}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

$A = 2\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2 \cdot 4}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{11}{5}$.

Câu 31. Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, với $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Tính giá trị của $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$

A. $M = \frac{25}{27}$

B. $M = \frac{175}{27}$

C. $M = \frac{35}{27}$

D. $M = -\frac{25}{27}$

Chọn D

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

Mà $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha \leq 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$

Từ đó $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{-25}{27}$

Câu 32. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$?

A. $-\frac{19}{13}$

B. $\frac{19}{13}$

C. $\frac{25}{13}$

D. $-\frac{25}{13}$

Lời giải

Chọn **B.**

$$E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{3(\tan^2 \alpha + 1) - 2}{1 + (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{13}$$

Câu 33. Cho biết $\cot \alpha = 5$. Tính giá trị của $E = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$?

A. $\frac{10}{26}$

B. $\frac{100}{26}$

C. $\frac{50}{26}$

D. $\frac{101}{26}$

Lời giải

Chọn **D.**

$$E = \sin^2 \alpha \left(2 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} (3 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + 1) = \frac{101}{26}$$

Câu 34. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ là:

A. $-\frac{15}{13}$

B. -13

C. $\frac{15}{13}$

D. 13

Lời giải

Chọn **D.**

$$A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \sin \alpha \cot \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \sin \alpha \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = 13$$

Câu 35. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\frac{25}{3}$

B. $-\frac{11}{13}$

C. $-\frac{11}{3}$

D. $-\frac{25}{13}$

Lời giải

Chọn **C.**

$$E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{2 - \tan^2 \alpha} = \frac{4 - 3(\tan^2 \alpha + 1)}{3 - (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{4 - \frac{3}{\cos^2 \alpha}}{3 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{4 \cos^2 \alpha - 3}{3 \cos^2 \alpha - 1} = -\frac{11}{3}$$

Câu 36. Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ là:

- A.** $\frac{11}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{10}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \cos^2 \alpha = 1 + 2 \cos^2 \alpha = \frac{11}{9}$$

DẠNG 3. CHỨNG MINH, RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 37. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A.** $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2, \forall x$ **B.** $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x, \forall x \neq 90^\circ$
C. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x, \forall x$ **D.** $\sin^6 x - \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x, \forall x$

Lời giải

Chọn D.

$$\sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(1 - \sin^2 x \cos^2 x)$$

Câu 38. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A.** $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} (x \neq 0^\circ, x \neq 180^\circ)$
B. $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$
C. $\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} - 2 (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$
D. $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 2$

Lời giải

Chọn D.

$$\sin^2 2x + \cos^2 2x = 1$$

Câu 39. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A.** $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$ **B.** $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$
C. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$ **D.** $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$

Lời giải

Chọn D.

Công thức lượng giác cơ bản.

Câu 40. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A.** $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$ **B.** $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$ **C.** $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$ **D.** $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Lời giải

Chọn D.

Công thức lượng giác cơ bản.

Câu 41. Rút gọn biểu thức sau $A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$

- A.** $A = 4$. **B.** $A = 2$. **C.** $A = 1$. **D.** $A = 3$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = \frac{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= \frac{\cos^2 x (1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} + \sin^2 x = 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 1$$

Câu 42. Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

- A.** $\frac{1}{\sin^2 a} - \frac{1}{\cos^2 a}$. **B.** $\cot^2 a + \tan^2 a$. **C.** $\frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}$. **D.** $\cot^2 a \tan^2 a + 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$(\cot a + \tan a)^2 = \cot^2 a + 2 \cot a \cdot \tan a + \tan^2 a = (\cot^2 a + 1) + (\tan^2 a + 1) = \frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}$$

Câu 43. Rút gọn biểu thức sau $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

- A.** $A = 4$. **B.** $A = 1$. **C.** $A = 2$. **D.** $A = 3$

Lời giải

Chọn A.

$$A = (\tan^2 x + 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) - (\tan^2 x - 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) = 4$$

Câu 44. Đơn giản biểu thức $G = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + 1 - \cot^2 x$

- A.** $\sin^2 x$. **B.** $\cos^2 x$. **C.** $\frac{1}{\cos x}$. **D.** $\cos x$.

Lời giải

Chọn A.

$$G = [(1 - \sin^2 x) - 1] \cot^2 x + 1 = -\sin^2 x \cdot \cot^2 x + 1 = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

Câu 45. Đơn giản biểu thức $E = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ ta được

- A.** $\sin x$. **B.** $\frac{1}{\cos x}$. **C.** $\frac{1}{\sin x}$. **D.** $\cos x$.

Lời giải

Chọn C.

$$E = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x(1 + \cos x) + \sin x \cdot \sin x}{\sin x(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{\cos x(1 + \cos x) + (1 - \cos^2 x)}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{\cos x(1 + \cos x) + (1 + \cos x)(1 - \cos x)}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{1}{\sin x}$$

Câu 46. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ B. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$
C. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = -1 \quad (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \neq 0)$ D. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$

Lời giải

Chọn C.

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$$

Câu 47. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x}$ ta được

- A. $P = \frac{1}{2} \tan x$ B. $P = \frac{1}{2} \cot x$ C. $P = 2 \cot x$ D. $P = 2 \tan x$

Lời giải

Chọn B.

$$P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{\cos^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{\cos x}{2 \sin x} = \frac{1}{2} \cot x$$

DẠNG 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 48. Biểu thức $A = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ có giá trị bằng

- A. 1. B. -1 C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha) \quad (0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ)$ nên suy ra $\cos \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) = 0$

$$A = (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 140^\circ) + (\cos 60^\circ + \cos 120^\circ)$$

Do đó:

$$+ (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ) + \cos 180^\circ = \cos 180^\circ = -1$$

Câu 49. Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

- A. $A = 12$ B. $A = 11$ C. $A = 13$ D. $A = 5$

Lời giải

Chọn B

$$\tan \alpha - \cot \alpha = 3 \Leftrightarrow (\tan \alpha - \cot \alpha)^2 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha - 2 \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 9$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha - 2 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 11$$

- Câu 50.** Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

$$A = (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1$$

- Câu 51.** Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng
A. 21. **B.** 23. **C.** 22. **D.** 24.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} S &= \sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ \\ &= (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + (\sin^2 4^\circ + \sin^2 86^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) \\ &= (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + (\sin^2 4^\circ + \cos^2 4^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) = 22 \end{aligned}$$

- Câu 52.** Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Hỏi giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng bao nhiêu?
A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin a + \cos a &= \sqrt{2} \Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 \Rightarrow \sin a \cdot \cos a = \frac{1}{2} \\ \sin^4 a + \cos^4 a &= (\sin^2 a + \cos^2 a) - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- Câu 53.** Biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ có giá trị bằng:
A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \because \sin^4 x + \cos^4 x &= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x \\ \because \sin^6 x + \cos^6 x &= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x \\ f(x) &= 3(1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x) - 2(1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x) = 1 \end{aligned}$$

- Câu 54.** Biểu thức: $f(x) = \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) = \cos^2 x (\cos^2 x + \sin^2 x) + \sin^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

- Câu 55.** Biểu thức $\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

$$\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x = \tan^2 x (\sin^2 x - 1) + \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} (-\cos^2 x) + \sin^2 x = 0$$

- Câu 56.** Giá trị của $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B.

$$A = (\tan 5^\circ \cdot \tan 85^\circ) \cdot (\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ) \dots (\tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1$$

- Câu 57.** Giá trị của $B = \cos^2 73^\circ + \cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 17^\circ$ là
A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

$$B = (\cos^2 73^\circ + \cos^2 17^\circ) + (\cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ) = (\cos^2 73^\circ + \sin^2 73^\circ) + (\cos^2 87^\circ + \sin^2 87^\circ) = 2$$

- Câu 58.** Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.
A. $m = 9$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = \pm 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \Rightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$$

- Câu 59.** Giá trị của $E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin 126^\circ \cos 84^\circ$ là
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A.

$$E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin (90^\circ + 36^\circ) \cos (90^\circ - 6^\circ) = \sin 36^\circ \cos 6^\circ - \cos 36^\circ \sin 6^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

- Câu 60.** Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$ là
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

$$A = (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ) = (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ) = 2$$

- Câu 61.** Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cdot \cos x$.

- A.** $m^2 - 1$. **B.** $\frac{m^2 - 1}{2}$. **C.** $\frac{m^2 + 1}{2}$. **D.** $m^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin x + \cos x = m \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = m^2 \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}$$

$$\text{Vậy } M = \frac{m^2 - 1}{2}.$$