|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO****QUẢNG NAM** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI THPT CHUYÊN VÀ CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA** **NĂM HỌC 2020 – 2021****THUẬT TOÁN ĐỀ NGHỊ** |

**Bài 1: Ước số tự nhiên.**

Cho 2 số tự nhiên và , hãy tính số lượng và tổng các ước tự nhiên của các số tự nhiên trong đoạn

**Thuật toán** 1: Với ràng buộc

Duyệt tất cả các số nguyên từ tới , với mỗi số thực hiện tính số ước và tổng các ước của . Độ phức tạp trong trường hợp này là .

**Thuật toán** 2: Với ràng buộc

Trong quá trình duyệt các số nguyên từ tới , cần giảm chi phí tính số ước và tổng các ước của . Ta có nhận xét với mỗi số =, trong đó là các số nguyên tố thì:

* Công thức tính số ước là:.
* Công thức tổng các ước:

Việc xác định các dùng sàng số nguyên tố.

**Thuật toán** 3: Với ràng buộc

Vì rất lớn, nên với mỗi cặp cần tính số ước và tổng ước trong .

Cải tiến thuật toán 2 bằng cách xây dựng mảng cộng dồn lưu số lượng ước của các số từ 1 tới , lưu tổng ước của các số từ 1 tới . Khi đó số ước và tổng ước của các số từ tới là và .

**Lưu ý** khi xây dựng sàng số nguyên tố nên đặt mảng là số nguyên tố lớn nhất thỏa mãn ( nếu là số nguyên tố). Từ đó việc phân tích ra thừa số nguyên tố của một sô nguyên được đơn giản hơn.

**Bài 2. Xếp hàng**

Cho dãy số , bài toán yêu cầu hãy tính số cách sắp xếp dãy thỏa mãn: Độ dài của dãy con tăng dài nhất bắt đầu từ bằng và độ dài của dãy con giảm dài nhất kết thúc tại bằng .

**Thuật toán** 1: Với ràng buộc

Duyệt tất cảcác hoán vị của . Có hoán vị, mỗi hoán vị kiểm tra kết quả cần . Độ phức tạp trong trường hợp này là .

**Thuật toán** 2: Với ràng buộc .

Đặc điểm của Sub này là

* Vì nên người cao nhất phải ở cuối hàng. Như vậy ta chỉ quan tâm đến chiều còn lại.
* Khi làm việc hoán vị thường bổ sung phần tử lớn nhất hay nhỏ nhất vào trong quá trình xây dựng lời giải.

Gọi số cách xếp đang có phần tử nhìn từ đầu hàng xuống. Nếu bổ sung vào đầu thì tăng lên 1 còn các vị trí còn lại bị lõm xuống nên sẽ không nhìn thấy

|  |
| --- |
|   |

 Kết quả bài toán là

**Thuật toán** 3: Với ràng buộc .

Gọi là số lượng cách xếp khi xét tới vị trí và đã xếp được học sinh xét từ đầu hàng và học sinh xét từ cuối hàng.

|  |
| --- |
|  ; |

Kết quả bài toán là . Quá trình cài đặt có thể chỉ cần xây dựng .

**Thuật toán** 4: Với ràng buộc .

***Nhận xét:*** Nếu biết được người cao nhất ở vị trí nào thì chia thành 2 tập tương ứng tách thành 2 bài toán ở thuật toán 2.

Kết quả bài toán:

Độ phức tạp thuật toán

**Bài 3. Hệ thống tiền tệ.**

**Thuật toán** 1: Với ràng buộc

Gọi = true nếu có cách thanh toán số tiền .

**Thuật toán** 2: Với ràng buộc

Lưu mảng bằng một bitset.

Xét

**Thuật toán** 3: Với ràng buộc

Sử dụng thuật toán Dijkstra.

Giả sử , khi đó ta sẽ đếm phân hoạch theo (tức là xét từng và đếm số nghiệm của bài toán mà ).

Dựng đồ thị với đỉnh Từ đỉnh sẽ có cung, cung thứ có trọng số , nối với (.

Tìm đường đi ngắn nhất từ 0 đến tất cả các đỉnh khác.

* Nếu thì không có nghiệm nào ứng với trường hợp .
* Nếu thì tất cả các nghiệm x ứng với trường hợp là: ,…cho đến khi vượt quá T. Có thể hiểu là số nhỏ nhất tạo đượng từ tập mà đồng dư với theo mod

**Độ phức tạp thuật toán là: )**

-----------------------Hết----------------------