

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

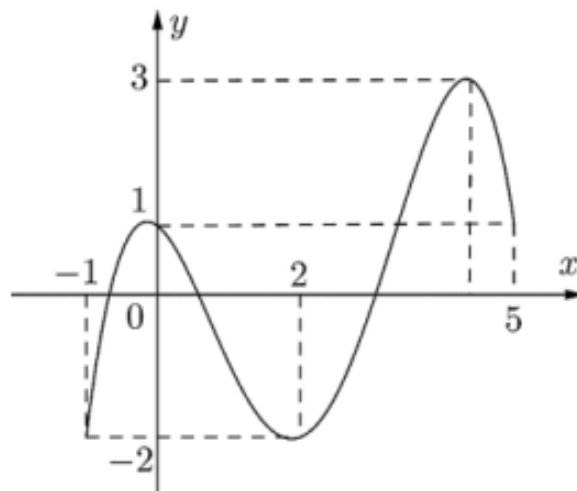
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	14	$+\infty$	6	$-\infty$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-7; +\infty)$ B. $(-7; -4)$ C. $(14; +\infty)$ D. $(-\infty; 6)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng bao nhiêu?



- A. 1 B. 2 C. 4 D. -1

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 20 . B. -16 . C. 0 . D. 4

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$	
$f(x)$	1	2	-3	3

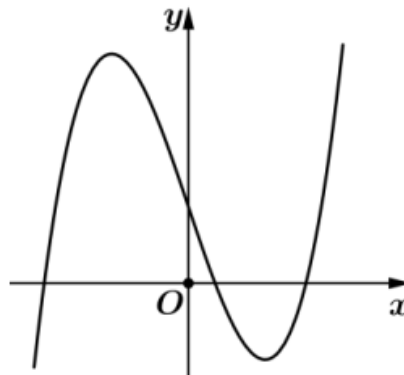
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

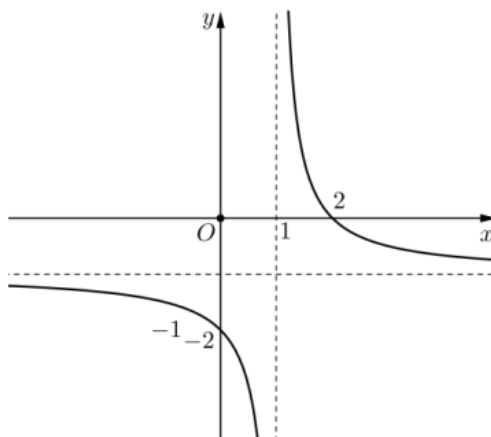
- A. $y = x - 1$ B. $y = 2x + 3$ C. $y = x + 3$ D. $y = x - 3$

Câu 6. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



- A. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ B. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

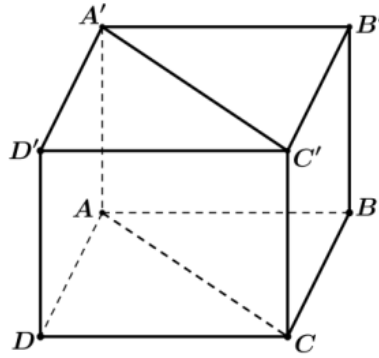
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình sau.



Tính tổng $a + b + c$.

- A. 0 B. - 2 C. 2 D. 4

Câu 8. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.



Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

Câu 9. Trong không gian Oxyz , cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - k$. Tọa độ điểm M là

- A. M(2; - 1; 0). B. M(0; 2 ; - 1). C. M(2 ; 0 ; - 1) . D. M(1;1;1) .

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho các vec tơ $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (- 1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; - 1; 3)$ và $\vec{u} = (- 3; 22; 5)$. Chọn đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau:

- A. $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ C. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ D. $\vec{u} = - 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$

Câu 11. Thống kê tốc độ giao bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên quần vợt được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm như bảng sau:

Tốc độ v (km/h)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là :

- A. 160,57. B. 173,17. C. 9,7 D. 12,60.

Câu 12. Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: °C)

Nhóm	Tần số
$[16,8;19,8)$	2
$[19,8;22,8)$	3
$[22,8;25,8)$	2
$[25,8;28,8)$	1
$[28,8;31,8)$	4
	$n=12$

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021 , NXB Thống kê, 2022)

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55 B. 4,56 C. 4,5 D. 4,6

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

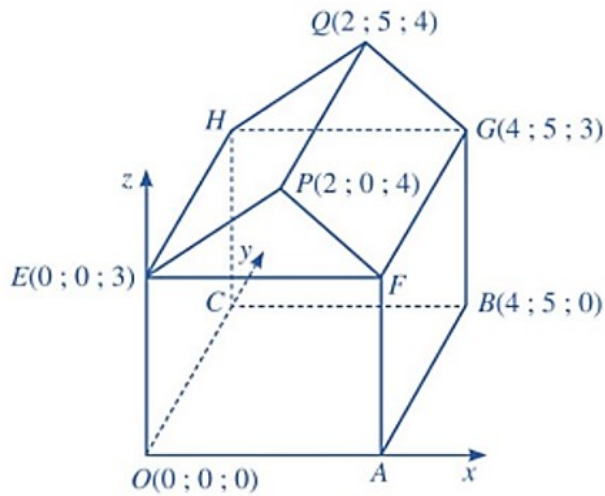
x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-13		$+\infty$	
		-17		-18		

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7;+\infty)$.
- b) $f(1)<f(3)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;7)$.
- d) Phương trình $f'(3x-1)=0$ nhận $x=\frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{-x^2-3x+4}{x-3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y=-x-6$.
- b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3;-9)$ làm tâm đối xứng.
- c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- d) Đồ thị không cắt trục Ox .

Câu 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ điểm A là $(4; 0; 0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{AH} = (4; 5; 3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

Câu 4. Hằng ngày ông Minh đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Minh đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{683}{38}$.

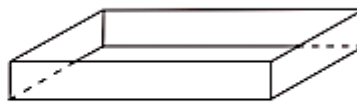
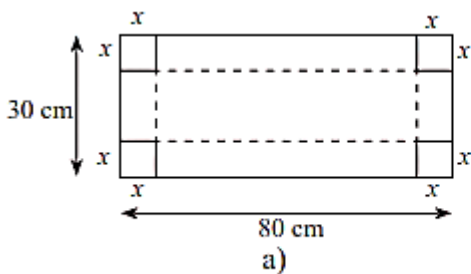
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{515}{114}$

d) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết hơn 32 phút. Thời gian của lần đi đó là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $h(x) = x\sqrt{2 - x^2}$

Câu 2: Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm và chiều dài 80 cm (Hình 4a), người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh x (cm) với $5 \leq x \leq 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như Hình 4b. Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 4

Câu 3: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.

Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa?

Câu 4: Kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh trường A được cho bằng bảng số liệu sau:

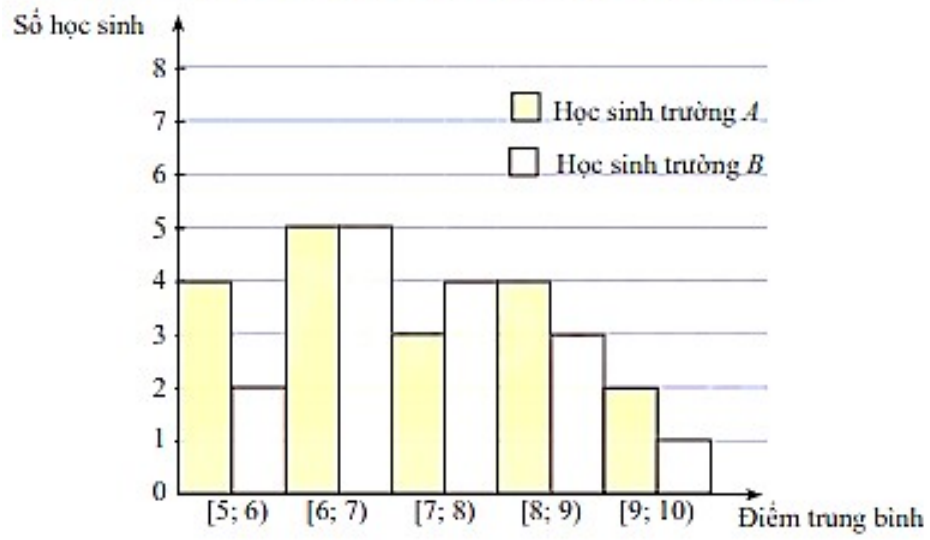
Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A.

Câu 5: Cho ba điểm A(3; 3; 3), B(1; 1; 2) và C(5; 3; 1). Gọi điểm N(a; b; c) thuộc mặt phẳng (Oxy) cách đều ba điểm A, B, C. Tính tổng $a + b + c$.

Câu 6: Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B

Điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm điểm trung bình của học sinh trường B.

Hết

Lời giải chi tiết

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	14	$+\infty$	6	$-\infty$	$-\infty$

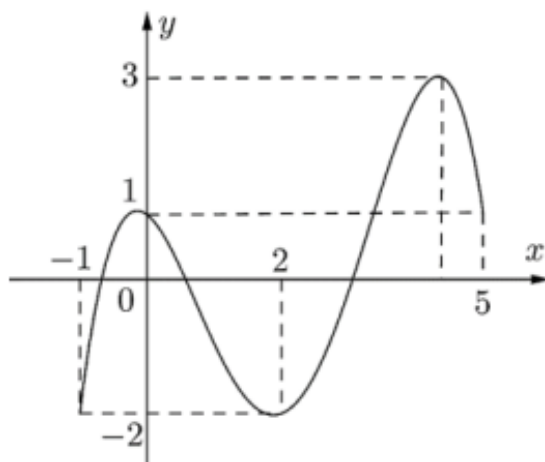
Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-7; +\infty)$ B. $(-7; -4)$ C. $(14; +\infty)$ D. $(-\infty; 6)$

Lời giải:

Ta có $y' > 0 \forall x \in (-7; -4)$ nên hàm số đồng biến trên $(-7; -4)$. Chọn đáp án

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng bao nhiêu?



- A. 1 B. 2 C. 4 D. -1

Lời giải: Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) \leq 3 \forall x \in [-1; 5]$, dấu bằng xảy ra khi $x = x_0$ thuộc $[-1; 5]$ nên $\max_{[-1; 5]} f(x) = 3$

Ta có $f(x) \geq -2 \forall x \in [-1; 5]$, dấu bằng xảy ra khi $x = 2$ hoặc $x = -1$ thuộc $[-1; 5]$ nên $\min_{[-1; 5]} f(x) = -2$

Vậy Tổng GTLN và GTNN là 1.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 20 . B. -16 . C. 0 . D. 4

Lời giải: $f'(x) = 3x^2 - 3, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3]$

Ta có $f(-3) = -16, f(-1) = 4, f(1) = 2, f(3) = 20$. Vậy $\min_{[-3; 3]} f(x) = -16$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	—		—	
$f(x)$	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y = 3$ và $y = 1$

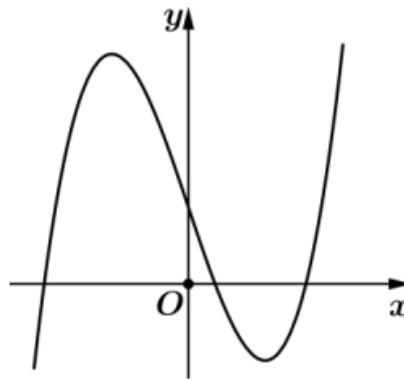
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $y = x - 1$ B. $y = 2x + 3$ C. $y = x + 3$ D. $y = x - 3$

Lời giải: Ta có $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = x - 3 + \frac{6}{x + 1}$

Do $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ (x \rightarrow -\infty)}} [f(x) - (x - 3)] = \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ (x \rightarrow -\infty)}} \frac{6}{x + 1} = 0$ nên đồ thị có tiệm cận xiên $y = x - 3$

Câu 6. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



A. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

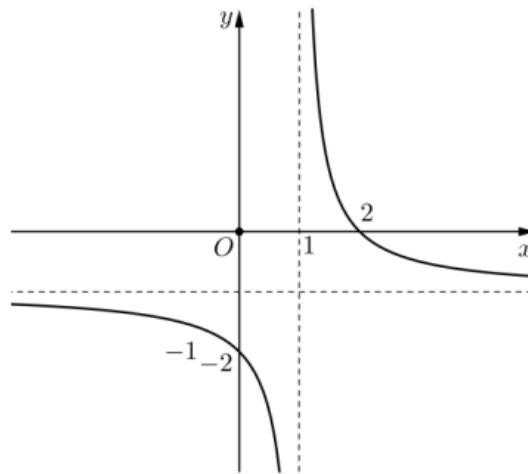
D. $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải:

Dạng đồ thị của hàm số bậc ba nên chọn một trong hai phương án C hoặc D.

Do đồ thị có hai điểm cực trị ở hai phía trục tung nên hai điểm cực trị của hàm số trái dấu. Do đó chọn đáp án D.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình sau.



Tính tổng $a + b + c$.

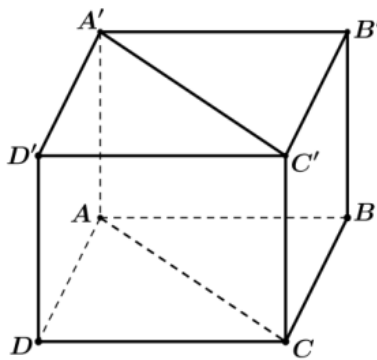
- A. 0 B. -2 C. 2 D. 4

Lời giải:

Dựa vào đồ thị và tính chất hàm phân thức nhất biến ta có :

Tiệm cận đứng $x = \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = 1$. Điểm cắt trục tung là $(0 ; -2)$ nên suy ra $b = 2$. Điểm cắt trục hoành là $(2 ; 0)$ nên suy ra $a = -1$. Vậy $a + b + c = 2$

Câu 8. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.



Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

Lời giải:

Do tính chất đường chéo hình hộp nên chọn đáp án B.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

- A. M(2; - 1; 0). B. M(0; 2 ; - 1). C. M(2 ; 0 ; - 1) . D. M(1;1;1) .

Lời giải:

Theo định nghĩa tọa độ điểm trong hệ trục Oxyz nên chọn đáp án C.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho các vectơ $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{u} = (-3; 22; 5)$. Chọn đẳng thức đúng trong các đẳng thức sau:

- A. $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ C. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ D. $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$

Lời giải: Theo phép toán cộng trừ vectơ theo tọa độ ta chọn đáp án B.

Câu 11. Thống kê tốc độ giao bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên quần vợt được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm như bảng sau:

Tốc độ v (km/h)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là :

- A. 160,57. B. 173,17. C. 9,7 D. 12,60.

Lời giải : Độ dài nhóm là : 5

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$ thuộc nhóm [160; 165) có tần số 35 nên

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{1.200}{4} - (18 + 28)}{35} \times 5 = 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{150} + x_{151})$ thuộc nhóm [170; 175) có tần số 41 nên

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3.200}{4} - (18 + 28 + 35 + 43)}{41} \times 5 = 173,17$$

Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 12,60$

Câu 12. Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: °C)

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n=12$

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021 , NXB Thống kê, 2022)

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55 B. 4,56 C. 4,5 D. 4,6

Lời giải:

$$\bar{x} = \frac{18,3 \times 2 + 21,3 \times 3 + 24,3 \times 2 + 27,3 \times 1 + 30,3 \times 4}{12} = 24,8(^{\circ}C)$$

Nhiệt độ trung bình là

$$s^2 = \frac{1}{12} (18,3^2 \times 2 + 21,3^2 \times 3 + 24,3^2 \times 2 + 27,3^2 \times 1 + 30,3^2 \times 4) - (24,8)^2 = 20,75$$

Phương sai là

$$\text{Độ lệch chuẩn là : } s = \sqrt{20,75} \approx 4,56$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-17	-13	-18	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- b) $f(1) < f(3)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.
- d) Phương trình $f'(3x-1)=0$ nhận $x=\frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Lời giải

- a) Đúng: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(1; 3)$ và $(7; +\infty)$.
- b) Đúng: $f(1) < f(3)$
- c) Sai: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; 7)$.
- d) Đúng: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1, x=3, x=7$.

Do đó: $f'(3x-1)=0 \Leftrightarrow 3x-1=1$ hoặc $3x-1=3$ hoặc $3x-1=7$.

Suy ra $x=\frac{2}{3}$ hoặc $x=\frac{4}{3}$ hoặc $x=\frac{8}{3}$.

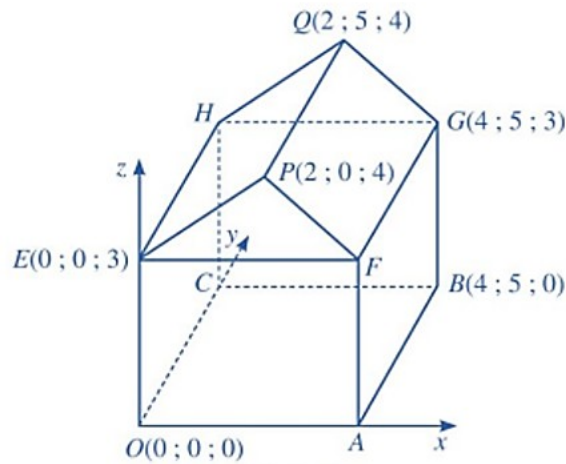
Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{-x^2-3x+4}{x-3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y=-x-6$.
- b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- d) Đồ thị không cắt trục Ox .

Lời giải

- a) Đúng: Ta có $y=-x-6-\frac{14}{x-3}$. Khi đó tiệm cận xiên là $y=-x-6$.
- b) Đúng: Phương trình đường tiệm cận đứng là $x=3$. Suy ra giao điểm 2 tiệm cận là $I(3, -9)$ là tâm đối xứng.
- c) Đúng: $y'=\frac{-x+6x+5}{(x-3)^2}=0 \Leftrightarrow x^2-6x+5=0$ (đ). Phương trình (đ) luôn có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$ nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- d) Sai: $y=0 \Leftrightarrow -x^2-3x+4=0$ và phương trình luôn có 2 nghiệm suy ra (C) cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Câu 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ điểm A là $(4;0;0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

Giải

a) Đúng : Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OABC$ là hình chữ nhật, suy $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$. Do A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm A là $(4;0;0)$. Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$. Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm H là $(0;5;3)$. Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$, $z_F = z_E = 3$. Do F nằm trên mặt phẳng (Ozx) nên tọa độ điểm F là $(4;0;3)$.

b) Sai : $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$ và $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$

c) Sai: Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$

d) Đúng: Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó. Ta có: $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.

$$\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Suy ra

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

Câu 4. Hằng ngày ông Minh đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Minh đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{683}{38}$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{515}{114}$

d) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết hơn 32 phút. Thời gian của lần đi đó là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng: Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Sai: Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có: $x_1, \dots, x_{22} \in [15; 18); x_{23}, \dots, x_{60} \in [18; 21); x_{61}, \dots, x_{87} \in [21; 24); x_{88}, \dots, x_{95} \in [24; 27);$
 $x_{96}, \dots, x_{99} \in [27; 30); x_{100} \in [30; 33)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [18; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

nhóm là $Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [21; 24)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là $Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}$.

c) Sai: Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114}$

d) Đúng: Trong lần duy nhất ông Thắng đi hết hơn 32 phút, thời gian đi của ông thuộc nhóm $[30; 33)$. Vì

$Q_3 + 1,5\Delta_Q = \frac{6683}{228} < 30$ nên thời gian của lần ông Thắng đi hết hơn 32 phút là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

$$h(x) = x\sqrt{2-x^2}$$

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \quad h'(x) = \sqrt{2-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}}$$

Lời giải. Tập xác định: ;

$$D_1 = (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \quad h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tập xác định mới: ;

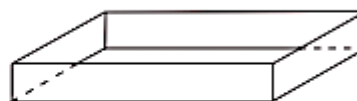
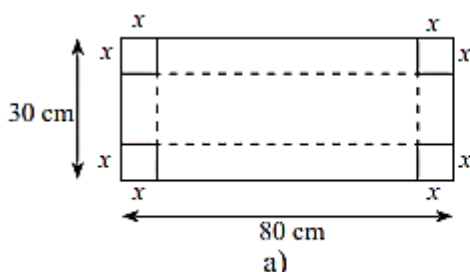
Bảng biến thiên:

x	$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$
$h'(x)$	$\parallel$	-	0	+	0	-	$\parallel$
$h(x)$	$\parallel$						$\parallel$
	0				1		
			-1				0

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_D f(x) = f(-1) = -1$ và $\max_D f(x) = f(1) = 1$

Câu 2: Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm và chiều dài 80 cm (Hình 4a),

người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh x (cm) với $5 \leq x \leq 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như Hình 4b. Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 4

Lời giải

$$V(x) = x(30 - 2x)(80 - 2x) = 2400x - 220x^2 + 4x^3 \quad 5 \leq x \leq 10$$

Thể tích chiếc hộp là: với .

$$V'(x) = 12x^2 - 440x + 2400$$

Ta có: ;

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{20}{3} \text{ hoặc } x = 30 \text{ (loại vì không thuộc } [5; 10])$$

$$V(5) = 7000; V\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{200000}{27}; V(10) = 6000.$$

$$\max_{[5; 10]} V(x) = \frac{200000}{27} \quad x = \frac{20}{3}$$

Do đó khi .

$$x = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

Vậy để thể tích chiếc hộp là lớn nhất thì .

Câu 3: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \leq x \leq 18)$.

Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.

Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa?

Lời giải

$$B(x) = 220x$$

Khi bán x mét vải lụa: Số tiền thu được là: (nghìn đồng).

$$L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$$

Lợi nhuận thu được là: (nghìn đồng).

$$L(x) \quad [1; 18]$$

Hàm số xác định trên .

Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240; L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

Cực trị: Hàm số $L(x)$ đạt cực đại tại $x = 10$ và $L_{CD} = L(10) = 1200$.

Bảng biến thiên:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1 200	-1 040

Ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200 . Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.

Câu 4: Kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh trường **A** được cho bằng bảng số liệu sau:

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A.

Lời giải: Cỡ mẫu: $n_A = 18$

Gọi $x_1; x_2; \cdots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \cdots; x_4 \in [5;6); x_5; \cdots; x_9 \in [6;7); x_{10}; \cdots; x_{12} \in [7;8); x_{12}; \cdots; x_{16} \in [8;9); x_{17}; x_{18} \in [9;10)$

$$x_5 \in [6; 7)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{18}{4} - 4}{5} (7 - 6) = 6,1$$

liệu ghép nhóm là:

$$x_{14} \in [8; 9)$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4} (9 - 8) = 8,375$$

ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2,275$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 5: Cho ba điểm A(3; 3; 3), B(1; 1; 2) và C(5; 3; 1). Gọi điểm N (a; b; c) thuộc mặt phẳng (Oxy) cách đều ba điểm A, B, C. Tính tổng a + b + c.

$$N(x; y; 0) \in (Oxy)$$

Lời giải : Ta có .

Vì cách đều ba điểm A, B nên $NA = NB = NC$ hay $NA^2 = NB^2 = NC^2$

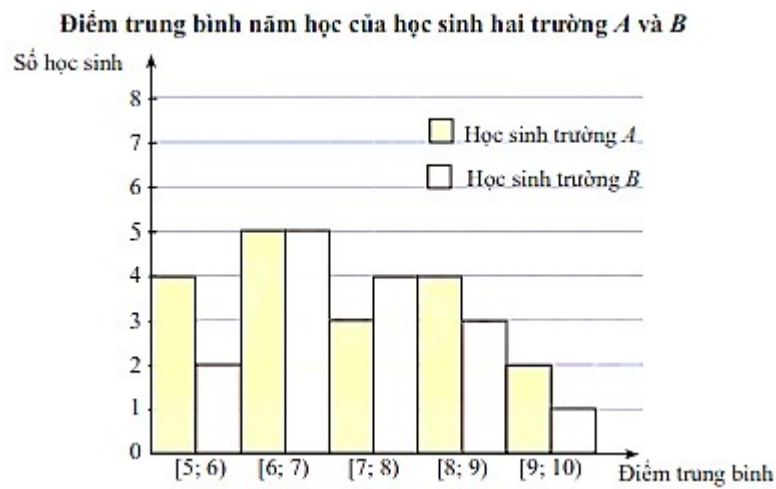
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3-x)^2 + (3-y)^2 + 3^2 = (1-x)^2 + (1-y)^2 + 2^2 \\ (3-x)^2 + (3-y)^2 + 3^2 = (5-x)^2 + (3-y)^2 + 1^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 21 \\ 4x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{13}{4} \\ x = 2 \end{cases} \quad N\left(2; \frac{13}{4}; 0\right)$$

. Vậy .

$$\frac{21}{4}$$

Do đó a + b + c =

Câu 6: Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh trường **A** và **B**



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm điểm trung bình của học sinh trường B.

Lời giải

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

Xét số liệu của trường ^B :

$$\bar{x}_Y = \frac{2.5,5 + 5.6,5 + 4.7,5 + 3.8,5 + 1.9,5}{15} = 7,23$$

Số trung bình:

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{2.5,5^2 + 5.6,5^2 + 4.7,5^2 + 3.8,5^2 + 1.9,5^2}{15} - 7,23^2} \approx 1,31$$

Độ lệch chuẩn: