**CHƯƠNG**

**III**

**PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

BÀI 1. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ

**HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**III ===I**

## **PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

## **DẠNG 1. XÁC ĐỊNH TÂM VÀ BÁN KÍNH**

*Mặt cầu tâm và có bán kính có phương trình*



*Phương trình với*

*I*

*R*



*là phương trình của mặt cầu có tâm và bán kính*



*Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện:*



*Hệ số trước phải bằng nhau và*



**Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu . Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu .



**A.**  **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 2:** Cho mặt cầu . Tính bán kính của mặt cầu .



**A.** . **B.** . **C.** . **D. .**



**Câu 3:** Trong không gian , cho mặt cầu . Xác định tọa độ tâm của mặt cầu



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 4:** Trong không gian , cho mặt cầu . Tọa độ tâm của mặt cầu là:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 5:** Trong không gian , cho mặt cầu . Tính bán kính của mặt cầu .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu có phương trình . Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu đó.



**A.** ; . **B.** ; .



**C.** ; . **D.** ; .



**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu có phương trình .Tính bán kính của



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



## **DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

**➀*****Dạng 1. Cơ bản***



**➁ *Dạng 2. Viết phương trình mặt cầu có tâm và đi qua điểm***



*Phương pháp:*



**➂ *Dạng 3. Viết phương trình mặt cầu có đường kính với cho trước.***

*là trung điểm của*



*Phương pháp:*



**➃ *Dạng 4. Viết phương trình mặt cầu có tâm và tiếp xúc với các trục và mp tọa độ.***



*Phương pháp:*

*với M là hình chiếu của lên trục hoặc mp tọa độ.*



**➄ *Dạng 5. Viết phương trình mặt cầu có tâm và tiếp xúc với mặt phẳng***



*Phương pháp:*



*Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng được xác định bởi công thức:*



**➅ *Dạng 6. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm***



*Phương pháp:**Gọi*



*Vì nên tìm được 4 phương trình*



**➆ *Dạng 7. Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm và tâm thuộc mp***



*Phương pháp:**Gọi*



*Vì nên tìm được 3 phương trình và là phương trình thứ tư.*



*Giải hệ bốn phương trình này*



**➇ *Dạng 8. Viết phương trình mặt cầu có tâm và cắt mặt phẳng theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính***



*Phương pháp:**dựa vào mối liên hệ và cần nhớ và*



**Câu 8:** Trong hệ trục tọa độ , phương trình mặt cầu tâm bán kính là:



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 9:** Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm , đi qua điểm ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 10:** Trong không gian Oxyz cho điểm và . Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A có phương trình là:



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ , viết phương trình mặt cầu có tâm và đi qua điểm .



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho hai điểm . Mặt cầu đường kính có phương trình là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 13:** Trong không gian , cho hai điểm và . Phương trình mặt cầu có đường kính là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 14:** Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm *A*, *B*. Phương trình mặt cầu đường kính AB là



**A.**  **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

**A.**  **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 16:** Trong không gian , cho hai điểm  ; . Phương trình của mặt cầu đường kính là :



**A.**  **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 17:** Trong không gian với hệ tọa độ phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 18:** Trong không gian , có tất cả bao nhiêu giá nguyên của để



là phương trình một mặt cầu?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 19:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , tìm tất cả các giá trị của để phương trình là phương trình mặt cầu.



**A.** . **B.**  hoặc . **C.** . **D.**  hoặc .



**Câu 20:** Trong không gian có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên để phương trình



là phương trình mặt cầu?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 21:** Trong không gian , xét mặt cầu có phương trình dạng . Tập hợp các giá trị thực của để có chu vi đường tròn lớn bằng là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 22:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho ba điểm , , . Tập hợp các điểm thỏa mãn là mặt cầu có bán kính là:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho ba điểm , , . Tính đường kính của mặt cầu đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho , , . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 25:** Gọi là mặt cầu đi qua điểm . Tính bán kính của .



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.** . | **B.** . | **C.** . | **D.** . |

**Lời** **giải**

**Câu 26:** Trong không gian . Cho tứ diện đều có và hình chiếu vuông góc của trên mặt phẳng là . Tìm tọa độ tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 27:** Trong không gian tọa độ , mặt cầu đi qua điểm và cắt các tia lần lượt tại các điểm khác thỏa mãn tam giác có trọng tâm là điểm . Tọa độ tâm của mặt cầu là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho ba điểm , , . Tính bán kính của mặt cầu đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 29:** Trong không gian , gọi là mặt cầu đi qua điểm và tiếp xúc với các trục , , tại các điểm , , trong đó . Bán kính của bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 30:** Trong không gian , gọi là tâm mặt cầu đi qua điểm và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 31:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho bốn điểm , , , . Gọi là tập hợp tất cả các điểm trong không gian thỏa mãn đẳng thức . Biết rằng là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 32:** Trong không gian *Oxyz*, cho điểm . Viết phương trình mặt cầu tâm *I,* cắt trục tại hai điểm và sao cho



**A.**  **B.**



**C. D.**



**Câu 33:** Trong không gian , giá trị dương của sao cho mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 34:** Trong không gian , cho điểm . Gọi là hình chiếu vuông góc của trên trục . Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm bán kính ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ , trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính ?



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 36:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho điểm . Mặt cầu có tâm thuộc và đi qua hai điểm có phương trình.



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 37:** Trong không gian , mặt cầu có tâm và diện tích bằng có phương trình là



**A.**  **B.**



**C.**  **D.**



**Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ , mặt cầu qua bốn điểm , , , . Phương trình mặt cầu là



**A. .**



**B.** .



**C.** .



**D.** .



**Câu 39:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho tứ diện có tọa độ đỉnh , , , . Gọi là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện . Viết phương trình mặt cầu có tâm trùng với tâm của mặt cầu và có bán kính gấp lần bán kính của mặt cầu .



**A.** . **B.** .



**C. .** **D. .**



**Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ , mặt cầu tâm và tiếp xúc với trục có phương trình là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 41:** Trong không gian với hệ tọa độ cho mặt cầu có tâm và có thể tích bằng . Khi đó phương trình mặt cầu là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 42:** Trong không gian , cho mặt cầu Một mặt cầu có tâm và tiếp xúc ngoài với mặt cầu Phương trình mặt cầu là



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



**Câu 43:** Trong không gian , viết phương trình mặt cầu đi qua điểm và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ.



**A.** . **B.** .



**C.** . **D.** .



# MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

**Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu và một điểm . Từ kẻ được vô số các tiếp tuyến tới , biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn . Tính bán kính của đường tròn .**



**A. . B. . C. . D. .**



**Câu 45:** Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là ,,, tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



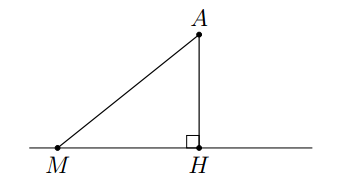
# BÀI TOÁN CỰC TRỊ

**1. Một số bất đẳng thức cơ bản**

**Kết quả 1.** Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn thì lớn hơn

**Kết quả 2**. Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất. Như trong hình vẽ ta luôn có



****

**Kết quả 3**. Với ba điểm bất kì ta luôn có bất đẳng thức



Tổng quát hơn ta có bất đẳng thức của đường gấp khúc: Với điểm ta luôn có



**Kết quả 4.** Với hai số không âm ta luôn có . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi



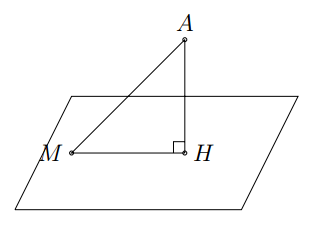
**Kết quả 5**. Với hai véc tơ ta luôn có . Đẳng thức xảy ra khi



**2. Một số bài toán thường gặp**

**Bài toán 1**. Cho điểm cố định và điểm di động trên hình . Tìm giá trị nhỏ nhất của





Lời giải: Gọi là hình chiếu vuông góc của lên hình . Khi đó, trong tam giác



Vuông tại. ta có

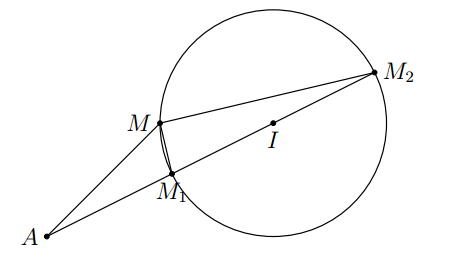


Đẳng thức xảy ra khi . Do đó nhỏ nhất khi là hình chiếu của lên



**Bài toán 2**. Cho điểm và mặt cầu có tâm bán kính là điểm di động trên . Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của .





**Lời giải.** Xét nằm ngoài mặt cầu Gọi lần lượt là giao điểm của đường thẳng với mặt cầu và là mặt phẳng đi qua và đường thẳng Khi đó cắt theo một đường tròn lớn Ta có nên và là các góc tù, nên trong các tam giác và ta có



Tương tự với nằm trong mặt cầu ta có



Vậy



**Bài toán 3.** Cho măt phẳng và hai điểm phân biệt Tìm điể thuộc sao cho



1. nhỏ nhất.



2. lớn nhất.



**Lời giải.**

1. Ta xét các trường hợp sau

- **TH 1**: Nếu và nằm về hai phía so với . Khi đó



Đẳng thức xảy ra khi là giao điểm của với .

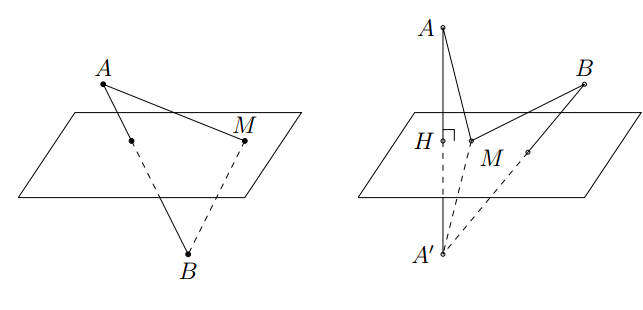


**- TH 2**: Nếu và nằm cùng một phía so với . Gọi đối xứng với qua . Khi đó



Đẳng thức xảy ra khi là giao điểm của với .





2. Ta xét các trường hợp sau

**- TH 1:** Nếu và nằm cùng một phía so với . Khi đó



Đẳng thức xảy ra khi là giao điểm của với .



**- TH 2:** Nếu và nằm khác phía so với . Gọi đối xứng với qua , Khi đó

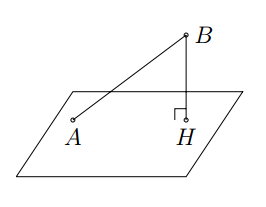


Đẳng thức xảy ra khi là giao điểm của với .



**Bài toán 4**. Viết phương trinh măt phẳng di qua và cách một khoảng lớn nhất.





Lời giải. Gọi là hình chiếu của lên mặt phẳng khi đó



Do đó là mặt phẳng đi qua vuông góc với



**Bài toán 5.** Cho các số thực dương và ba điểm **C.** Viết phương trình măt phẳng



đi qua và nhỏ nhất.



**Lời giải.**

1. Xét nằm về cùng phía so với .



- Nếu thì



- Nếu đường thẳng cắt tại Gọi là điểm thỏa mãn và là trung điểm Khi đó



2. Xét nằm về hai phía so với . Gọi là giao điểm của và là điểm đối xứng với qua . Khi đó



Đến đây ta chuyển về trường hợp trên.

So sánh các kết quả ở trên ta chọn kết quả lớn nhất.

**Bài toán 6**. Trong không gian cho điểm và diểm Viết phương trình mặt phẳng đi qua và tổng khoảng cách từ các điểm ) lớn nhất.



**Lời giải.**

- Xét điểm nằm cùng phía so với Gọi là trọng tâm của điểm đã cho. Khi đó



- Trong điểm trên có điểm nằm về một phía và điểm nằm về phía khác ). Khi đó, gọi là trọng tâm của điểm, là trọng tâm của điểm đối xứng với qua Khi dó

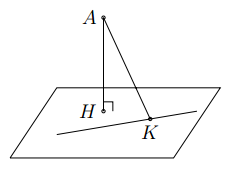


Đến đây ta chuyển về bài toán trên.



**Bài toán** **7**.Viết phương trình mặt phẳng đi qua đường thẳng và cách một khoảng lớn nhất





**Lời giải.** Gọi lần lượt là hình chiếu của lên mặt phẳng và đường thẳng Khi đó



Do đó là mặt phẳng đi qua và vuông góc vói



**Bài toán 8**. Trong không gian cho các điểm Xét véc tơ



Trong đó là các số thực cho trước thỏa mãn . Tìm điểm



thuôc măt phẳng sao cho có đô dài nhỏ nhất.



**Lời giải**. Gọi là điểm thỏa mãn



.

Ta có vói nên



Do đó



Vi là hằng số khác không nên có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi nhỏ nhất, mà nên điểm cần tìm là hình chiếu của trên mặt phẳng .



**Bài toán 9**. Trong không gian Oxy cho các diểm Xét biểu thức:



Trong đó là các số thực cho trước. Tìm điểm M thuộc măt phẳng sao cho



1. giá trị nhỏ nhất biết .



2. T có giá trị lớn nhất biết .



**Lời giải**. Gọi là điểm thỏa mãn



Ta có với nên



Do đó



Vì không đổi nên



với thì đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi nhỏ nhất.



với thì đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi nhỏ nhất.

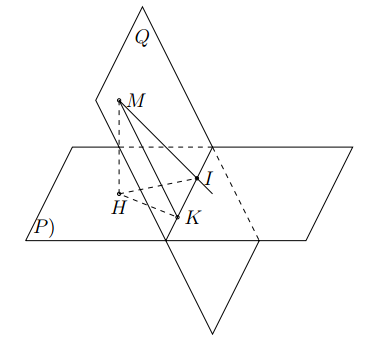


Mà nên nhỏ nhất khi điểm là hình chiếu của trên mặt phẳng .



**Bài toán 10**. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d và mặt phẳng cắt nhau. Viết phương trình của mặt phẳng chứa và tạo với mặt phẳng một góc nhỏ nhất.





**Lời giải.** Gọi là giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng và lấy điểm . Gọi lầ lượt là hình chiếu của lên và giao tuyến của và .



Đặt là góc giữa và ta có do đó



Do đó là mặt phẳng đi qua và vuông góc với mặt phẳng nên đi qua và nhận làm VTPT.



**Chú ý**. Ta có thể giải bài toán trên bằng phương pháp đai số như sau:

- Goi là một VTPT của mặt phẳng Khi đó từ đây ta rút được theo .



- Gọi là góc giữa và ta có

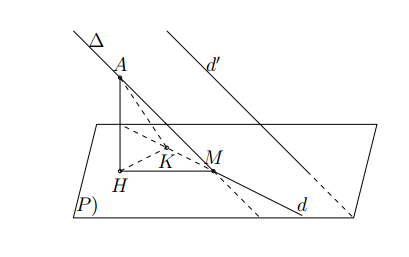


với Khảo sát ta tìm được max của



**Bài toán 11**. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng và chéo nhau. Viết phương trinh mặt phẳng chứa và tạo với một góc lớn nhất.





**Lời giải.** Trên đường thẳng , lấy điểm và dựng đường thẳng đi qua song song với . Khi đó góc giữa và chính là góc giữa và .



Trên đường thẳng , lấy điểm . Gọi và lần lượt là hình chiếu của lên và là góc giữa và .



Khi đó và



Suy ra là mặt phẳng chứa và vuông góc với mặt phẳng Do dó đi qua và nhận làm VTPT.



**Chú ý.** Ta có thể giải bài toán trên bằng phương pháp đại số như sau:

- Goi là một VTPT của măt phẳng Khi đó từ đây ta rút được theo .



- Gọi là góc giữa và ta có



với Khảo sát ta tìm được max của



**Câu 46:** Trong không gian với hệ trục , cho các điểm và trong đó là cá số thực luôn thay đổi. Nếu đạt giác trị nhỏ nhất thì giá trị bằng



**A.**  **B.**  **C.**  **D.**



**Câu 47:** Trong không gian , cho hai điểm ; và điểm sao cho nhỏ nhất. Giá trị của là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 48:** Trong không gian , cho hai điểm , ,. Tìm điểm



trên mặt phẳng sao cho lớn nhất.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 49:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho tam giác với , , . Điểm thuộc mặt phẳng sao cho đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho ba điểm . Tìm tọa độ điểm thuộc mặt phẳng sao cho nhỏ nhất



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 51:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho bốn điểm , , và . Gọi là điểm nằm trên mặt phẳng sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của là:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 52:** Trong không gian cho ba điểm , , . Điểm thuộc mặt phẳng sao cho đạt giá trị nhỏ nhất là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 53:** Trong không gian với hệ tọa độ cho , . Điểm thay đổi thuộc mặt phẳng . Tìm giá trị của biểu thức khi nhỏ nhất.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 54:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho mặt cầu và



hai điểm , ; là điểm thay đổi trên . Gọi lần lượt là giá trị lớn



nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Xác định .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 55:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho mặt cầu có phương trình là . Cho ba điểm , , nằm trên mặt cầu sao cho . Diện tích tam giác có giá trị lớn nhất bằng?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Không tồn tại.



**Câu 56:** Cho là các số thực thỏa mãn Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức lần lượt là Khi đó, bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 57:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho hai điểm ; . Điểm trong không gian thỏa mãn . Khi đó độ dài lớn nhất bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 58:** Trong không gian , cho ba điểm , và . Điểm thuộc mặt phẳng sao cho đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 59:** Trong không gian cho , , . Gọi là điểm thuộc mặt phẳng sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó có giá trị là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 60:** Trong không gian , lấy điểm trên tia sao cho . Trên hai tia lần lượt lấy hai điểm thay đổi sao cho . Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ?



**A. B. C. D.**



**Câu 61:** Trong không gian với hệ tọa độ , gọi điểm thuộc mặt cầu sao cho biểu thức đạt giá trị lớn nhất. Khi đó giá trị biểu thức bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 62:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Cho điểm , . Điểm di động thỏa mãn . Biết rằng có giá trị với nguyên dương và tối giản sao cho đạt giá trị lớn nhất bằng 3. Khi đó giá trị của bằng



**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 63:** Trong không gian với hệ trục tọa độ cho các điểm và điểm thỏa mãn lớn nhất. Tính



**A.** . **B.** . **C.** . **D.**



**Câu 64:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho hai điểm , và mặt cầu . Xét điểm thay đổi thuộc mặt cầu , giá trị nhỏ nhất của bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 65:** Trong không gian , cho mặt cầu và hai điểm , . Điểm thuộc thỏa mãn có giá trị nhỏ nhất. Tổng bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 66:** Trong không gian tọa độ , cho 5 điểm , , , , . là điểm thay đổi trên mặt cầu . Giá trị lớn nhất của biểu thức là:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 67:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho các điểm ,, và mặt cầu . Gọi là điểm trên sao cho biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất. Tính .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 68:** Trong không gian cho và mặt cầu . Xét điểm thay đổi thuộc. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 69:** Trong không gian tọa độ , cho 2 điểm *A, B* thay đổi trên mặt cầu thỏa mãn . Giá trị lớn nhất của biểu thức là



**A.** 12. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 24.

**Câu 70:** Trong không gian , cho ba điểm , , . Gọi là điểm sao cho đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng có giá trị bằng



**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** .



**Câu 71:** Trong không gian với hệ trục , cho mặt cầu và điểm . Điểm thay đổi nằm trên mặt cầu, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 72:** Trong không gian ,cho mặt cầu và các điểm , ,. Điểm thuộc mặt cầu . Thể tích tứ diện lớn nhất bằng:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 73:** Trong không gian với hệ trục , cho mặt cầu và điểm , . Điểm thay đổi nằm trên mặt cầu, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 74:** Trong không gian với hệ tọa độ cho hai điểm , , . Tìm tọa độ điểm *M* thuộc sao cho nhỏ nhất.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 75:** Trong không gian cho mặt cầu có phương trình và điểm . Một đường thẳng thay đổi luôn đi qua và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 76:** Trong không gian , cho mặt cầu và hai điểm và . Điểm thay đổi trên mặt cầu . Giá trị nhỏ nhất của bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 77:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho hai mặt cầu , và các điểm , , , . Gọi là điểm thay đổi trên , là điểm thay đổi trên . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 78:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho , , .Tìm tọa độ điểm thuộc mặt phẳng để nhỏ nhất.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Câu 79:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu và hai điểm . là dây cung của mặt cầu thỏa mãn cùng hướng với và . Tính giá trị lớn nhất của .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

