

A. MỞ ĐẦU

I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI:

Trong bối cảnh toàn ngành Giáo dục và Đào tạo đang nỗ lực đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát huy tính tích cực chủ động của học sinh trong hoạt động học tập. Điều 24.2 của Luật giáo dục đã nêu rõ : *“Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của học sinh, phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học; bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn, tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh”*. Như vậy, chúng ta có thể thấy định hướng đổi mới phương pháp dạy học đã được khẳng định, không còn là vấn đề tranh luận. Cốt lõi của việc đổi mới phương pháp dạy học ở trường phổ thông là giúp học sinh hướng tới việc học tập chủ động, sáng tạo, tích cực, chống lại thói quen học tập thụ động.

Trong học tập môn Toán thì hoạt động chủ đạo và thường xuyên của học sinh là hoạt động tư duy giải bài tập, thông qua đó hình thành kỹ năng, kỹ xảo đồng thời rèn luyện phát triển trí tuệ.

Trong chương trình toán học lớp 11, 12, hình học không gian giữ một vai trò quan trọng, nó xuất hiện ở tất cả các đề thi tuyển sinh vào đại học, cao đẳng; đề thi học sinh giỏi, đề thi tốt nghiệp và đề thi quốc gia trong những năm gần đây và thường chiếm một điểm. Ngoài ra nó còn là tiền đề để các em học sinh học phần hình học giải tích trong không gian là một phần mà trong đề thi cũng luôn chiếm một điểm. Tuy nhiên đây là nội dung mà đòi hỏi học sinh phải có tư duy sâu sắc, trí tưởng tượng hình không gian phong phú và phải đi từng li từng tí kiến thức, kiên trì, chịu khó tìm tòi học hỏi ngay từ vấn đề đầu tiên, cơ bản là vẽ hình. Đối với học sinh đây là mảng kiến thức khó nên thường không làm được hoặc thường để mất điểm trong các kì thi nói trên.

Trong sách giáo khoa, sách bài tập cũng như sách tham khảo hầu hết chưa hình thành cho học sinh cách thức để giải quyết các dạng, loại bài tập. Đối với giáo viên, có nhiều lí do mà dẫn đến việc dạy học còn nhiều hạn chế chẳng hạn như do lượng thời gian ít ỏi ở trên lớp để truyền đạt kiến thức, không kiên trì đối với học sinh từ khâu nhỏ nhất, không kiểm tra một cách kịp thời việc học tập ở nhà của học sinh, do đó mà lượng kiến thức của học sinh thường bị rỗng, dần dần trở thành nắm không vững hoặc không còn biết gì về hình không gian.

Với người thầy phải biết hướng dẫn học sinh nghiên cứu bài học và sắp xếp các bài tập có tính hệ thống thì sẽ giúp học sinh tự tin hơn khi giải bài tập hình học không gian, đồng thời tạo điều kiện thuận lợi để phát huy tính tích cực, tư duy sáng tạo cho các em.

Từ những lí do trên tôi chọn đề tài sáng kiến kinh nghiệm:

“KHAI THÁC VÀ XÂY DỰNG CÁC BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN CÓ TÍNH HỆ THỐNG ĐỂ PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO, TÍNH TÍCH CỰC VÀ NĂNG LỰC GIẢI BÀI TẬP CHO HỌC SINH LỚP 11 VÀ HỌC SINH LỚP 12 ÔN THI ĐẠI HỌC”.

II. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU:

Góp phần tìm ra phương pháp dạy học thích hợp với học sinh. Xây dựng, sắp xếp các bài tập hình học không gian có tính hệ thống, thông qua đó để phát huy trí tưởng tượng không gian, tính tích cực, tư duy sáng tạo và năng lực giải bài tập cho học sinh nhằm giúp học sinh có phương pháp để giải quyết các bài toán và tạo hứng thú cho học sinh, lôi kéo thêm số lượng các em hứng thú với môn hình không gian, giúp học sinh không phải e sợ phần này và quan trọng hơn, đứng trước một bài toán học sinh có thể bật ngay ra được cách giải, được định hướng trước khi làm bài qua đó có cách giải tối ưu cho mỗi bài toán.

III. NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU:

- + Tìm hiểu khái niệm, cấu trúc của tư duy sáng tạo, tư duy tích cực.
- + Khai thác và xây dựng hệ thống bài tập hình học không gian
- + Thực nghiệm sư phạm nhằm đánh giá tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

IV. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU:

Đối tượng nghiên cứu trong đề tài chủ yếu là học sinh khối lớp 11, 12 năm học 2015 - 2016.

V. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU:

Đề tài kết hợp giữa các phương pháp nghiên cứu:

1. Nghiên cứu lý luận:

Nghiên cứu các tài liệu về giáo dục học, tâm lý học, các sách giáo khoa, sách bài tập, sách bồi dưỡng nâng cao, các công trình nghiên cứu có liên quan đến sự phát triển tư duy sáng tạo của học sinh.

2. Điều tra, quan sát:

Thăm lớp, dự giờ, trao đổi với các giáo viên nhiều kinh nghiệm.

3. Tổng kết kinh nghiệm:

Tổng kết kinh nghiệm qua những giờ dạy ở các lớp 11, 12, trường THPT Yên Định 1 – Huyện Yên Định – Tỉnh Thanh Hóa.

4. Thực nghiệm giáo dục.**VI. ĐÓNG GÓP CỦA ĐỀ TÀI.**

- Xây dựng được hệ thống bài tập hình học không gian một cách khoa học, lôgic.
- Rèn luyện các thao tác vẽ hình biểu diễn, trí tưởng tượng không gian, mở đầu cho các ý tưởng vẽ thêm các đường, chọn điểm.
- Rèn luyện tư duy độc lập, rèn luyện tính linh hoạt và phê phán trong tư duy.

B. NỘI DUNG

CHƯƠNG I: CƠ SỞ LÝ LUẬN

1.1. KHÁI NIỆM, CẤU TRÚC CỦA TƯ DUY SÁNG TẠO. TƯ DUY TÍCH CỰC:

1.1.1. Tư duy sáng tạo là gì?

Sáng tạo được hiểu theo từ điển Việt Nam là làm ra cái mới chưa ai làm hoặc là tìm tòi làm tốt hơn một việc gì đó mà không bị gò bó.

Tư duy sáng tạo là quá trình tìm cách nhận thức, phát hiện ra quy luật của sự vật, có ý thức luôn tìm ra cái mới để hiểu hơn bản chất của sự vật hiện tượng cũng như tìm ra nguyên nhân, ngăn chặn, loại bỏ những cái xấu và phát triển cái tốt.

Như vậy tư duy sáng tạo là thuộc tính bản chất của con người để tồn tại và phát triển những điều tốt đẹp, trong các loại hình tư duy nhằm phản ánh hiện thực thì tư duy sáng tạo là loại hình tư duy độc lập tạo ra ý tưởng mới độc đáo và hiệu quả, phát hiện ra nội dung mới, tìm ra hướng đi mới đồng thời tạo ra kết quả mới.

1.1.2. Các yếu tố đặc trưng và các thuộc tính của tư duy sáng tạo:

Tư duy sáng tạo có 5 yếu tố cơ bản: Tính mềm dẻo, tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo, tính hoàn thiện, tính nhạy cảm vấn đề.

Ngoài ra còn có những yếu tố quan trọng khác như tính chính xác, năng lực định giá, phán đoán, năng lực định nghĩa lại ...

Lecne đã chỉ ra các thuộc tính sau đây của quá trình tư duy sáng tạo:

1. Có sự tự lực chuyển các tri thức và kỹ năng sang một tình huống mới.
2. Nhìn thấy những vấn đề mới trong điều kiện quen biết “đúng quy cách”,
3. Nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.
4. Nhìn thấy cấu trúc của đối tượng đang nghiên cứu.
5. Nhìn thấy nhiều lời giải, nhiều cách nhìn đối với việc tìm kiếm lời giải.
6. Kết hợp những phương thức giải đã biết thành một phương thức mới.
7. Sáng tạo một phương thức giải độc đáo tuy đã biết những phương thức khác.

1.1.3. Tư duy tích cực là gì?

Là loại tư duy dựa vào tính tích cực nhận thức của học sinh trong quá trình học tập. Tính tích cực là trạng thái hoạt động của học sinh đặc trưng bởi khát vọng học tập, cố gắng trí tuệ và nghị lực cao trong quá trình nắm vững kiến thức (theo Kharlanop)

Theo Shukina GL tính tích cực có thể phân thành 3 loại: Tính tích cực tái hiện bất chú, tính tích cực tìm tòi và tính tích cực sáng tạo.

Trong tư duy sáng tạo luôn có tư duy tích cực và tư duy độc lập.

1.2. THỰC TRẠNG CỦA VẤN ĐỀ

Trong quá trình dạy học từ khi vào ngành đến nay, việc dạy học hình học không gian đối với bản thân và giáo viên trong trường đang còn nhiều lúng túng. Đặc biệt là trong đề thi đại học, quốc gia, qua quá trình theo dõi kết quả thi của các em học sinh nhiều năm trước thì bản thân tôi thấy rằng có một số học sinh học lực giỏi thường làm tốt các bài toán này. Tuy nhiên số lượng đó không

nhieu. Một điều đáng tiếc và làm ta phải suy nghĩ là tại sao còn một số lượng tương đối lớn vẫn bỏ câu này hoặc làm sai? Điều này rõ ràng trách nhiệm đầu tiên là ở bản thân giáo viên dạy, vẫn chưa nêu bật được bài toán gốc và giải quyết bài toán gốc. Chưa hình thành cho học sinh tư duy giải từng loại bài toán do vậy mà học sinh không được rèn luyện nhiều, dẫn đến học sinh không thích và không làm được bài. Trên đây là một trong những lí do mà học sinh còn chưa hứng thú với bài tập hình không gian.

1.3. MỘT SỐ BIỆN PHÁP BỒI DƯỠNG TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH .

Theo các tác giả Isen và Barron việc bồi dưỡng trí sáng tạo cần:

1. Phát triển một cái nền phong phú rộng rãi.
2. Bồi dưỡng tính độc lập
3. Khuyến khích sự tò mò ham hiểu biết.

Theo tác giả Trần Thúc Trình, trong cuốn “Tư duy và hoạt động toán” đã nêu ra các biện pháp sau để phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh:

1. Bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh kết hợp hữu cơ với các hoạt động trí tuệ khác.
2. Bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh đặt trọng tâm vào việc bồi dưỡng năng lực phát hiện vấn đề mới.
3. Chú trọng bồi dưỡng từng yếu tố cụ thể của tư duy sáng tạo và trang bị cho học sinh phương tiện, thủ pháp các hoạt động nhận thức.
4. Quá trình bồi dưỡng tư duy sáng tạo là quá trình lâu dài, cần tiến hành qua các bước trong tất cả các khâu của quá trình dạy học.
5. Vận dụng tối đa phương pháp dạy học giải quyết vấn đề qua các giờ lên lớp.

Để thực hiện đề tài, tôi xây dựng hệ thống bài tập mới trên cơ sở hệ thống bài tập cơ bản, phân chia thành hệ thống các bài tập dưới dạng những vấn đề, những loại bài tập, hướng dẫn các em thói quen sử dụng các loại hình tư duy như tương tự, đặc biệt hóa, khái quát hóa, giải bài toán bằng nhiều cách,... tạo cơ hội cho học sinh phát triển năng lực sáng tạo, tích cực của mình.

Tiến hành xen kẽ hướng dẫn, định hướng học sinh trong khi chữa bài tập trên lớp cũng như trong các tiết học tự chọn và bồi dưỡng.

Các bài tập được đề cập bắt nguồn từ sách giáo khoa, sách bài tập, trong các đề thi Đại học, cao đẳng, được lựa chọn theo hướng cơ bản, có những kiến thức để khai thác, khắc sâu.

CHƯƠNG II:**KHAI THÁC VÀ XÂY DỰNG CÁC BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN CÓ TÍNH HỆ THỐNG ĐỂ PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO, TÍNH TÍCH CỰC VÀ NĂNG LỰC GIẢI BÀI TẬP CHO HỌC SINH .****2.1. RA CÁC BÀI TOÁN TƯƠNG TỰ :**

Tương tự là một trong những thao tác tư duy cơ bản, là quá trình suy nghĩ, phát hiện sự giống nhau giữa hai đối tượng, để từ những sự kiện đã biết đối với đối tượng này ta dự đoán những sự kiện tương ứng đối với đối tượng kia. Như vậy những đối tượng tương tự thường là đối tượng có tính chất giống nhau, có vai trò giống nhau .

Vấn đề tương tự của các bài toán có thể xem xét dưới nhiều khía cạnh

+ Các bài toán có đường lối giải giống nhau , phương pháp giống nhau
+ Nội dung của chúng có những nét giống nhau hoặc chúng có chung giả thiết hay là có cùng kết luận giống nhau .

+ Các bài toán đề cập đến những vấn đề giống nhau , những đối tượng có tính chất giống nhau .

Từ một số tính chất giống nhau của 2 đối tượng ta có thể dự đoán một số tính chất giống nhau khác của chúng. Như vậy khi học sinh làm việc với các bài toán tương tự, sẽ rèn luyện cho học sinh khả năng dự đoán một số các tính chất mới của toán học, tạo tiền đề cho học sinh có khả năng tự nghiên cứu khoa học. Từ bài toán ban đầu đến bài toán tương tự giúp học sinh xem xét một vấn đề toán học dưới những góc độ khác nhau, giúp học sinh biết khai thác các kết quả khác nhau từ những dữ kiện không thay đổi, nhiều khi bài toán tương tự khó hơn bài toán ban đầu rất nhiều, có khi phải đòi hỏi lời giải độc đáo, sáng tạo .

Các ví dụ :

***Bài toán 1 : Cho tam giác vuông ABC có cạnh huyền BC nằm trên mặt phẳng (P). Gọi β, γ là góc hợp bởi 2 đường thẳng AB, AC và mặt phẳng (P). Gọi α là góc tạo bởi 2 mặt phẳng (ABC) và (P).**

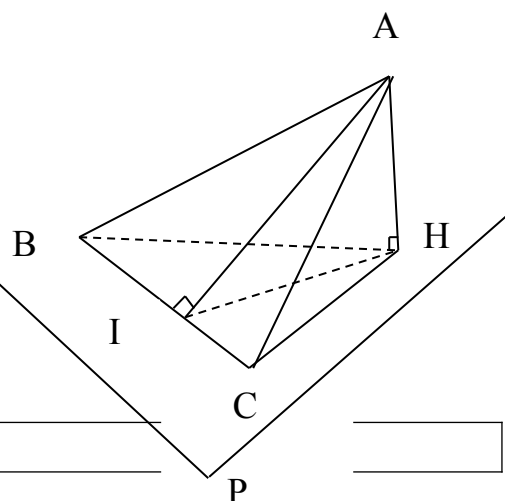
Chứng minh rằng : $\sin^2 \alpha = \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$

Trong bài toán này điều phải chứng minh liên quan đến đường cao $AI \perp BC$ và hai cạnh góc vuông AB, AC. Điều phải chứng minh có được nhờ hệ thức lượng trong tam giác vuông là:

= +

*** Giải**

Kẻ đường $AH \perp (P)$ và $AI \perp BC$ thì
 $\beta = \widehat{ABH}$; $\gamma = \widehat{ACH}$; $\alpha = \widehat{AIH}$ và vì
 $\triangle ABC$ vuông ở A có đường cao AI nên
 $= + \Rightarrow = +$
 $\Rightarrow \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$



***Bài toán 2: (có lời giải tương tự bài 1)**

Cho tứ diện OABC có tam giác OAB, OBC, OCA đều là các tam giác vuông đỉnh O; $OA = a$; $OB = b$; $OC = c$; Gọi α, β, γ là góc lần lượt hợp bởi các mặt (OBC), (OCA), (OAB) với mp (ABC).

Chứng minh rằng : $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

***Giải:**

Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O xuống (ABC). Dễ thấy H là trực tâm của tam giác ABC. Gọi AA', BB', CC' là đường cao của tam giác ABC.

Thì $\angle OA'H = \alpha$; $\angle OB'H = \beta$; $\angle OC'H = \gamma$

Trong tam giác vuông AOA' ta có $\angle AOH = \alpha$ (vì bằng $\angle OA'H$)

Tương tự $\angle BOH = \beta$; $\angle COH = \gamma$;

Như vậy:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{OH^2}{OA^2} + \frac{OH^2}{OB^2} + \frac{OH^2}{OC^2} \quad (1)$$

Mặt khác trong tam giác vuông AOA' ta có : $\cos \alpha = \frac{OA'}{OA}$

Mà $\cos \alpha = \frac{OA'}{OA}$ (vì các tam giác có đỉnh O vuông)

Vậy $\cos^2 \alpha = \frac{OA'^2}{OA^2}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

Ta thấy: Hai bài toán trên có giả thiết và kết luận khác nhau, nhưng chúng có đường lối giải tương tự nhau, sau khi giải được bài toán 1 thì bài toán thứ 2 cũng được giải quyết dễ dàng, mặc dù quá trình giải cần phải qua các bước trung gian phức tạp hơn. Cái chung mà học sinh thấy ở hai bài toán này là: Các góc phẳng nhị diện, các tam giác vuông và có thể áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông: $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

Như vậy khi học sinh giải các bài toán này, học sinh còn rèn luyện khả năng nhìn thấy cái chung bên trong cái có bề ngoài khác nhau, tạo tiền đề cho khả năng khái quát hóa.

***Bài toán 3 : Chứng minh rằng các cạnh đối diện của tứ diện đều ABCD đôi một vuông góc với nhau**

• Giải:

Ta gọi H là hình chiếu của A trên mp (BCD); $K = BH \cap CD$

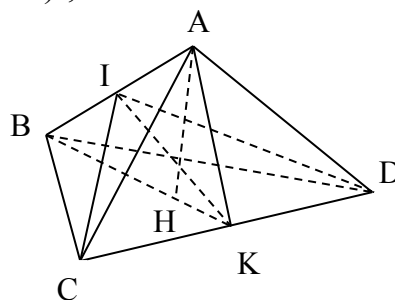
$\Rightarrow H$ là tâm vòng tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

$\Rightarrow CD \perp BK$ vì $AH \perp (BCD)$

$\Rightarrow AH \perp CD \Rightarrow CD \perp mp(ABK)$

$\Rightarrow CD \perp AB$.

Tương tự ta có $AD \perp BC$; $AC \perp BD$.



***Bài toán 4:**(Tương tự bài toán 3)

Chứng minh rằng nếu một tứ diện MNPQ thỏa mãn điều kiện $MN \perp PQ$; $MP \perp NQ$ thì $MQ \perp NP$

***Giải:**

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mp (NPQ) nghĩa là $MH \perp (NPQ)$ nên $PQ \perp MH$. Theo giả thiết $PQ \perp NM$ $\Rightarrow PQ \perp NH$. Tương tự $NQ \perp PH$.

Gọi F,E,D theo thứ tự là giao điểm của các tia NH, PH, QH với các cạnh PQ, QN, NP. Theo trên thì NF, PF là đường cao của ΔNPQ $\Rightarrow QD$ cũng là đường cao $\Rightarrow QD \perp NP$.

Do $MH \perp (NPQ) \Rightarrow NP \perp MH$ $\Rightarrow NP \perp (MQD) \Rightarrow NP \perp MQ$.

Điều nhận thấy ở hai bài toán trên là : Giả thiết khác nhau, nhưng phần kết luận và phương pháp giải giống nhau.

+ Khi giải bài toán thứ 4 chúng ta phải đi chứng minh những dữ kiện mà bài toán 3 đã có sẵn , do đó bài toán 4 tương tự như bài toán 3 nhưng ở mức độ khó hơn.

+ Việc cho học sinh làm những bài toán này sẽ rèn luyện cho học sinh khả năng tư duy linh hoạt, học sinh thấy được nhiều con đường khác nhau để dẫn đến một kết quả giống nhau và học sinh có thể tự mình hình thành phương pháp chung để giải một bài toán.

2.2. RA BÀI TOÁN ẨN CHỨA KHẢ NĂNG SÁNG TẠO

Đây là dạng bài toán trong đó điều phải tìm không được nêu lên một cách rõ ràng, cụ thể, tường minh, khi học sinh giải phải tìm hoặc chứng minh tất cả các kết quả có thể có, hoặc phải đón nhận, phát hiện các kết luận cần phải chứng minh.

Bài tập loại này kích thích óc tò mò, khoa học , đặt học sinh trước tình huống có vấn đề với những cái chưa biết , những cái cần khám phá , làm cho học sinh thấy có nhu cầu , có hứng thú và quyết tâm huy động kiến thức , kinh nghiệm và năng lực tư duy sáng tạo của bản thân để tìm tòi , phát hiện các kết quả còn tiềm ẩn trong bài toán.

Ví dụ :

***Bài toán 5**

Cho hai hình vuông ABCD và ADEF không cùng nằm trên một mặt phẳng . Trên cạnh AB và DE lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $AM=DN$

Tứ giác BCEF là hình gì ?

Xác định giao điểm của đường thẳng BF và mp (MED)

Xét vị trí tương đối của MN và (BCE)

Ở bài toán 5: Yêu cầu đặt ra là tứ giác BCEF là hình gì? điều này buộc học sinh phải có óc phán đoán, suy luận trên cơ sở, điều kiện của đầu bài, sau đó

dự đoán xem khả năng hình đó là hình gì? Và đi chứng minh điều dự đoán của mình. Tương tự như vậy nếu yêu cầu chứng minh MN song song với (BCE) thì quá dễ, nhưng để xét vị trí tương đối thì học sinh lại cần xem xét một trường hợp có thể xảy ra đối với MN và (BCE) và chọn ra phương án phù hợp, điều này rèn luyện cho học sinh rất nhiều trong việc nhìn nhận một vấn đề dưới nhiều khía cạnh, góc độ khác nhau. Đây là một trong những phẩm chất, trí tuệ mà giáo viên cần quan tâm bồi dưỡng cho học sinh, để tạo tiền đề cho các hoạt động sáng tạo tiếp theo.

* Giải:

1) Theo giả thiết AD và BC là hai cạnh đối của hình vuông nên $AD \parallel BC$ và $AD = BC$ (1)

Tương tự $EF \parallel AD$ và $EF = AD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow ACEF$ có $BC \parallel EF$

$BC = EF \Rightarrow BCEF$ là hình bình hành.

2) Trong mp (ABF) từ M kẻ $MI \parallel AF$ ($I \in BF$). Do $MI \parallel AF$ và theo giả thiết $DE \parallel AF \Rightarrow MI \parallel DE$. Vậy $I \in BF$ và $I \in mp$ (MDE) $\Rightarrow BF \cap (MDE) = I$

3) Vì ABCD và ADEF là hai hình vuông có cạnh chung là AD nên $DE = AF = AB$, tam giác AFB cân (đáy BF)

$ME \parallel AF \Rightarrow$ cân với $MI = MB$

Ta có $MB = AB - AM = DE - DN = EN \Rightarrow MI = EN$; Mà $MI \parallel EN \Rightarrow$ tứ giác IENM là hình bình hành $\Rightarrow MN \parallel IE$; $IE \in (BCE) \Rightarrow MN \parallel mp$ (BCE)

* Bài toán 6:

Cho hình vuông ABCD cạnh a, các nửa đường thẳng Bm, Dn vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và về cùng một phía với mp ấy.

Tính thể tích tứ diện ACMN theo a, x, y

Tìm hệ thức liên hệ giữa x, y để các mp (ACM) và (ACN) vuông góc với nhau.

Giả sử x, y thỏa mãn điều kiện ở phần 2. Gọi HK là đường vuông góc chung của AC và MN ($H \in AC$; $K \in MN$).

Chứng minh rằng khi x, y thay đổi thì H cố định và HK không đổi.

* Giải:

1) $H = AC \cap BD$ vì $AC \perp BD$

và $AC \perp Bm$ nên $AC \perp (BDMN)$

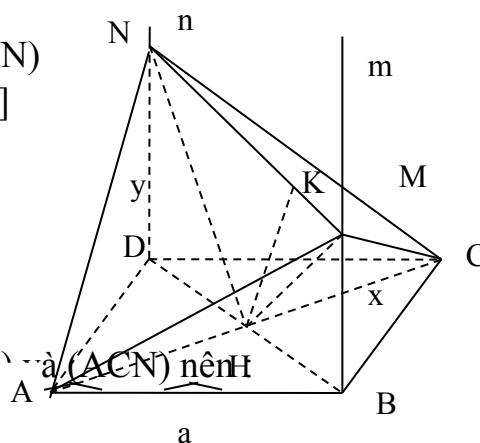
$V_{ACMN} = V_{AHMN} + V_{CHMN} = (AH + HC) \cdot dt(\Delta HMN)$

$= a\sqrt{2} [dt(BDMN) - dt(\Delta BHM) - dt(\Delta DHN)]$

$= \frac{1}{3} a\sqrt{2} \left[\left(\frac{x+y}{2} \right) a\sqrt{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4} (x+y) \right] = (x+y)$

2) Vì $AC \perp (BDMN)$ nên MHN là góc

phẳng của nhị diện tạo bởi các mp (ACM) và (ACN) nên H



$$(\widehat{ACM}) \perp (\widehat{ACN}) \Leftrightarrow \widehat{MHN} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{BMH} = \widehat{DHN}$$

$$\Leftrightarrow \Delta BMH \sim \Delta DHN \Leftrightarrow \widehat{xy} =$$

3) Trong tam giác HMN kẻ $HK \perp MN$. Theo trên $AC \perp (BDMN)$ nên $HK \perp AC$. Vậy HK là đường vuông góc chung của AC và BN nên H cố định.

Tứ giác BHKM nội tiếp đường tròn đường kính HM do đó ta có $\widehat{BKH} = \widehat{BMN} = 90^\circ - \widehat{BHM}$ (1). Tương tự ta được $\widehat{DKH} = \widehat{DNH} = 90^\circ - \widehat{DHN} \Rightarrow$ góc BKD = $180^\circ - (\widehat{BHM} + \widehat{DHN}) = 90^\circ$

$$\Delta BKD \text{ vuông tại K nên } HK = \frac{1}{2} BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HK \text{ không đổi.}$$

Qua hai bài toán trên, những với những câu hỏi mang tính chất gợi ý sáng tạo như: tứ giác BCEF là hình gì?. Vị trí tương đối của MN và (BCF) hay tìm hệ thức liên hệ giữa x, y để các mp (ACM) và (ACN) vuông góc với nhau? Sẽ giúp cho học sinh tạo thói quen độc lập trong suy nghĩ của mình, trên cơ sở các câu hỏi có tính chất gợi ý đó, học sinh vận dụng các kiến thức đã học, tìm tòi sáng tạo để xây dựng nên kiến thức mới phù hợp với yêu cầu kiến thức đặt ra.

2.3. RA CÁC BÀI TOÁN ĐẶC BIỆT HÓA, KHÁI QUÁT HÓA:

Trong chương trình phổ thông hệ thống bài tập thường có mục đích củng cố, rèn luyện các kỹ năng kiến thức cho học sinh. Giáo viên cần giúp cho học sinh có ý thức vận dụng khái quát hóa, đặc biệt và tương tự để xét bài tập tổng quát lớn, trường hợp đặc biệt hoặc bài tập tương tự của bài tập đã góp phần mở rộng, đào sâu hệ thống hóa kiến thức và cao hơn là sáng tạo toán học

a) Đặc biệt hóa bài toán ban đầu:

Để tạo ra bài toán mới, giáo viên có thể thêm vào bài toán ban đầu một số yếu tố, có thể thêm vào giả thiết một số dữ kiện hoặc thêm vào kết luận một số điều phải chứng minh. Trong nhiều trường hợp thêm một số yếu tố vào bài toán ban đầu có thể chuyển việc nghiên cứu vào một tập hợp nhỏ hơn chứa trong tập hợp đã cho. Chẳng hạn, có thể xem hình lập phương là trường hợp đặc biệt của hình hộp chữ nhật, hoặc có thể xem là trường hợp đặc biệt của hình hộp. Khối tứ diện đều là trường hợp đặc biệt của hình chóp tam giác đều hay là trường hợp đặc biệt của chóp tam giác nếu nhìn ở góc độ yếu tố bằng nhau giữa các cạnh.

Ví dụ:

* Bài toán 7:

Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Lấy một đỉnh bất kỳ A chẳng hạn, ta có ba cạnh chung đỉnh A, đó là AB, AD, AA'. Ba đỉnh B, D, A' làm thành một miền tam giác gọi là mặt chéo tam giác ứng với đỉnh A

Chứng minh rằng:

a) Hai mặt chéo tam giác ứng với 2 đỉnh đối diện thì nằm trên hai mặt phẳng song song

b) Hai mặt chéo nối trên chia đường chéo nối 2 đỉnh tương ứng thành 3 đoạn thẳng bằng nhau

c) Đường chéo nối 2 đỉnh đối diện đi qua trọng tâm của 2 mặt chéo tương ứng với hai đỉnh đó

* Giải:

a) Hai mặt chéo tam giác ứng với 2 đỉnh A, C' là mặt A'BD và mặt CB'D'. Ta có $BD \parallel B'D'$ và $A'B \parallel B'C'$ Vậy mp (A'BD) // mp (CB'D') nghĩa là hai mặt chéo đó nằm trên hai mặt phẳng song song

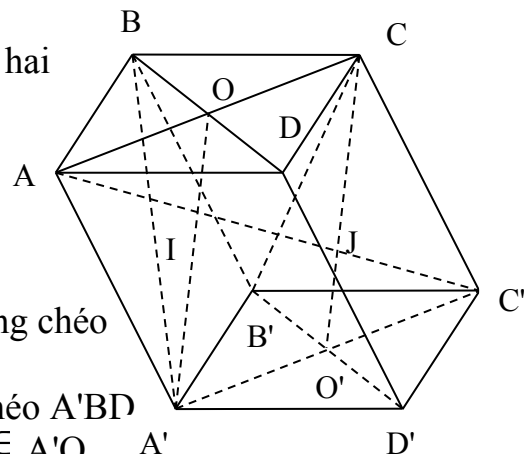
b) O, O' là giao của hai đường chéo của hai mặt ABCD và A'B'C'D'. Gọi $I = A'O \cap A'C$
 $\Rightarrow I = AC' \cap (A'BD)$; $J = CO' \cap AC'$
 $\Rightarrow J = AC' \cap (CB'D')$; vì $A'O \parallel CO'$ và $OA = OC$ nên $AI = IJ$.

Lí luận tương tự ta có: $IJ = JC'$.

Vậy hai mặt chéo A'BD và CB'D' chia đường chéo nối hai đỉnh AC' thành 3 phần bằng nhau.

c) Ta chứng minh I là trọng tâm của mặt chéo A'BD. Thật vậy A'O là một trung tuyến của A'BD mà $I \in A'O$.

Mặt khác xét $\Delta A'AC$ thì ta có I là trọng tâm của nó. Từ đó ta có $IO = A'O$. Vậy I là trọng tâm của $\Delta A'BD$. Tương tự ta có J là trọng tâm $\Delta CB'D'$.



* Bài toán 8:

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'

a) Chứng minh rằng $B'D \perp (BA'C')$, $B'D \perp (ACD')$

b) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ACD')

c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và CD'

* Giải:

a) Xét đường chéo AC' và mặt chéo tam giác tương ứng với nó là: $\Delta A'BD$ và $\Delta CB'D'$. Do mp (A'BD) // (CB'D') (áp dụng bài toán 7)

Nếu chỉ cần chứng minh $AC' \perp (AB'D')$ Thật vậy AC' có hình chiếu trên (ABCD) là AC. Vì $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp AC'$.

Tương tự $BA' \perp AC' \Rightarrow AC' \perp (A'BD)$

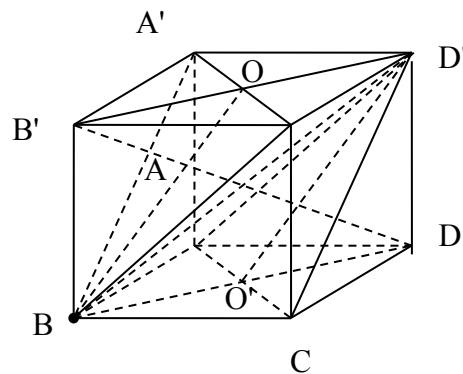
b) mp (A'BC') // (ACD') (áp dụng bài toán 7). Do $B'D \perp (A'BC') \Rightarrow$ khoảng cách giữa hai mp là HK (áp dụng kết quả b của bài toán 7)

$$\Rightarrow B'H = HK = KD = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

c) Khoảng cách giữa BC' và CD'. Do BC' và CD' chéo nhau và BC' và CD' nằm trong hai mặt phẳng (AB'C') và (ACD') tương ứng, hai mặt phẳng này song song. Vậy khoảng cách giữa BC' và CD' bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó theo câu b) khoảng cách đó bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

* Ta thấy: bài toán 8 là được xây dựng nhờ đặc biệt hóa bài toán 7

Bài toán 7 cho ABCD.A'B'C'D' là hình hộp, bài toán 8 là hình lập phương, do đó kết luận của bài toán 8 được đưa ra trên cơ sở kết quả bài toán 7.



Ở bài toán 7 ta phải chứng minh 2 mặt chéo song song, thì bài toán 8 ta sử dụng kết quả đó để chứng minh đường chéo $B'D \perp$ với 2 mặt phẳng đó, hoàn toàn tương tự như vậy chúng ta thấy ý b) và c) của bài toán 8 cũng được suy ra từ kết quả của bài toán 7 và vận dụng kết quả đó trong điều kiện mới.

Khi cho học sinh làm quen với các bài toán kiểu này giúp học sinh chống suy nghĩ rập khuôn, chống áp dụng quy tắc, thuật toán một cách máy móc, giúp khắc phục tính ỳ của tư duy.

b) Ra bài toán khái quát hóa :

Từ một bài toán ban đầu ta xây dựng bài toán mới nhờ bỏ bớt đi một số yếu tố của bài toán cũ, hoặc bỏ đi một số điều kiện ràng buộc, hoặc bỏ đi một số đòi hỏi của kết luận. Khi đó ta có bài toán mở rộng hoặc tăng thêm độ phức tạp của bài toán cũ.

Ví dụ:

* **Bài toán 9: Tính khoảng cách giữa hai cạnh đối của một tứ diện đều cạnh a.**

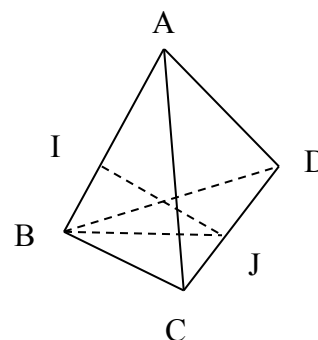
* Giải:

Cho tứ diện ABCD đều, nên các cặp cạnh đối diện có vai trò như nhau vậy chỉ cần tính khoảng cách giữa AB và CD là IJ trong đó I là trung điểm của AB và J là trung điểm của CD.

* Xét tam giác vuông BIJ :

$$IJ^2 = BJ^2 - BI^2$$

$$\left[\frac{a\sqrt{3}}{2} \right]^2 - \left[\frac{a^2}{2} \right] = \frac{a^2}{2} \Rightarrow IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



* **Bài toán 10 :**

Tính khoảng cách giữa hai cạnh AB và CD của hình tứ diện ABCD nếu $AC = BC = AD = BD = a$; $AB = p$; $CD = q$.

*Giải :

I là trung điểm của AB; J là trung điểm CD;

Tam giác BCD cân $\Rightarrow BJ \perp CD$;

Vì $AC = AD \Rightarrow AH \perp (BCD)$

$\Rightarrow H \in BJ \Rightarrow CD \perp (ABJ)$

$\Rightarrow IJ \perp CD$ vì $\triangle BCD = \triangle ACD$

$\Rightarrow BJ = AJ \Rightarrow \triangle BJA$ cân

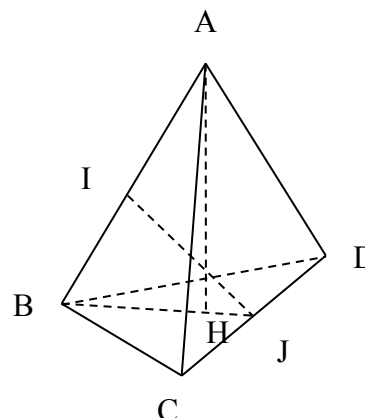
$\Rightarrow IJ \perp AB \Rightarrow IJ$ là khoảng cách của

AB và CD

$$IJ^2 = BJ^2 - BI^2 = BJ^2 -$$

$$BJ^2 = a^2 \text{ vậy } IJ^2 = a^2 - \frac{p^2 + q^2}{4} \Rightarrow$$

$$IJ = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 - (p^2 + q^2)}$$



Ở bài toán 10 là bài toán khái quát hơn bài toán 9, cho học sinh thấy khi điều kiện bài toán mở rộng hơn thì kết quả cũng thay đổi, mặc dù các bước giải

cơ bản vẫn tương tự bài toán 9, nhưng phân lập luận để xác định khoảng cách IJ giữa AB và CD cần phải chứng minh chặt chẽ và khó hơn bài toán 9.

Cho học sinh thường xuyên làm quen với các bài toán này, giúp học sinh có khả năng nâng cao khả năng biết xem xét một vấn đề dưới nhiều khía cạnh và điều kiện, giúp học sinh có thể tìm được nhiều lời giải khác nhau của một bài toán hoặc có khả năng rèn luyện tính nhuần nhuyễn của tư duy. Để học sinh có cách tư duy từ lời giải của một bài toán ban đầu, học sinh có thể mở rộng hay thu hẹp các lời giải đó trong điều kiện đầu bài thay đổi.

2.4. RA CÁC BÀI TOÁN CÓ NHIỀU LỜI GIẢI KHÁC NHAU:

Đó là những bài toán có những đối tượng, những quan hệ có thể xem xét dưới nhiều khía cạnh khác nhau.

Cho học sinh làm quen với các bài toán đó sẽ giúp học sinh rèn luyện khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, rèn luyện khả năng nhìn một đối tượng toán học dưới nhiều khía cạnh khác nhau đặc biệt giúp các em bước đầu, rèn luyện tư duy mềm dẻo, nhuần nhuyễn và độc đáo thông qua việc tìm được lời giải, nhiều cách giải trong đó có những cách giải lạ, đặc sắc, nhất là thông qua việc sẽ thêm đường phụ tạo ra sự độc đáo trong mỗi lời giải và đây chính là nền móng của sự sáng tạo trong hoạt động khoa học.

* Bài toán 11 :

Cho tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA=a; SB=b; SC=c$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện

* Giải :

* Cách 1: Gọi O_1 là trung điểm của AB thì O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$. Kẻ $O_1x \parallel SC$ và từ I là trung điểm của SC ta kẻ $Iy \parallel SO_1$.

Gọi O là giao điểm của O_1x

Iy là tâm mặt cầu ngoại tiếp $SABC$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ấy thì :

$$R^2 = OS^2 = SO_1^2 + O_1O^2 = + \\ = (SA^2 + SB^2 + SC^2)$$

$$\text{hay } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

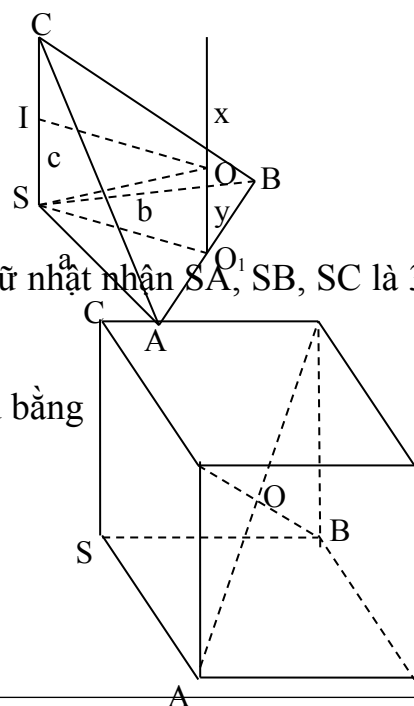
* Cách 2:

Từ 3 cạnh SA, SB, SC dựng một hình hộp chữ nhật nhận SA, SB, SC là 3 cạnh xuất phát từ đỉnh S .

Khi ấy tâm của hình hộp chữ nhật chính là tâm của mặt cầu phải tìm và bán kính mặt cầu bằng nửa đường chéo của hình hộp chữ nhật đó

$$\text{đường chéo là } d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{Vậy } R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$



* Bài toán 12 :

Cho tứ diện với các cặp cạnh đối diện bằng nhau từng đôi một và bằng a, b, c. Tính thể tích tứ diện

* Giải :

* Cách 1 :

Đặt $a = AB = CD$; $b = AC = BD$;

$c = AD = BC$. Gọi E, F, I, J, K, L theo

thứ tự là trung điểm của AB, CD, AC,

BD, AD, BC. Ta có $DE = CE$

(là 2 trung tuyến tương ứng của 2 $\triangle OAB = \triangle CBA$)

Nên $\triangle ECD$ cân đỉnh E ; $EF \perp CD$.

Tương tự : $FE \perp AB$ và EF là đường vuông góc chung của AB, CD còn IJ, KL cũng là đường vuông góc chung của AC và BD ; AD và BC. Các tứ giác EKFL, IKJL, EIFJ đều là hình thoi với cạnh lần lượt là ; ;

Ta có $V(ABCD) = AB \cdot CD \cdot EF \cdot \sin \angle ILJ = a^2 \cdot EF \cdot \sin \angle ILJ$

Mặt khác $S(IJKL) = IJ \cdot KL = LI \cdot IJ \cdot \sin \angle ILJ$ nên

$\sin \angle ILJ = \frac{S(IJKL)}{LI \cdot IJ}$

Do đó $V(ABCD) = a^2 \cdot EF = EF \cdot IJ \cdot KL$

Xét $\triangle$ vuông AEF, AF là trung tuyến của $\triangle ACD$

$\Rightarrow EF = \sqrt{2(b^2 + c^2 - a^2)}$

Tương tự $IJ = \sqrt{2(c^2 + a^2 - b^2)}$; $KL = \sqrt{2(a^2 + b^2 - c^2)}$

Và $V(ABCD) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}$

* Cách 2 :

Trên mặt phẳng của $\triangle ACD$. Kẻ qua đỉnh A, C, D các đường thẳng tương ứng song song với CD, AD, AC; chúng cắt nhau tại P, Q, R.

Ta có $PQ = 2AD = 2BC \Rightarrow \triangle BPQ$ có trung tuyến

BC bằng nửa cạnh đối $\Rightarrow \angle PBQ = 90^\circ$

Tương tự $\angle PBR = 90^\circ = \angle RBQ$

và khối tứ diện BPQR có hệ tích là $BP \cdot BQ \cdot BR$

với $PQ = 2c$; $QR = 2b$; $RP = 2a$. Đặt $x = BP$, $y = BQ$, $z = BR$

Ta có : $x^2 + y^2 = 4c^2$; $y^2 + z^2 = 4b^2$; $z^2 + x^2 = 4a^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{2(c^2 + a^2 - b^2)}$; $y = \sqrt{2(b^2 + c^2 - a^2)}$; $z = \sqrt{2(a^2 + b^2 - c^2)}$

$V_{ABCD} = V_{BPQR}$. Ta cũng được kết quả như cách 1

* Cách 3 :

Kẻ hình hộp chữ nhật $A_1B_1C_1D_1$

ngoại tiếp tứ diện ABCD. Ta có :

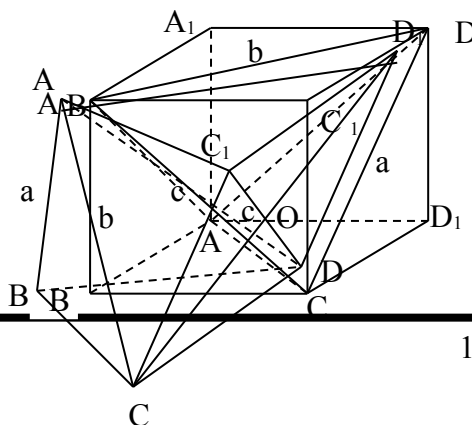
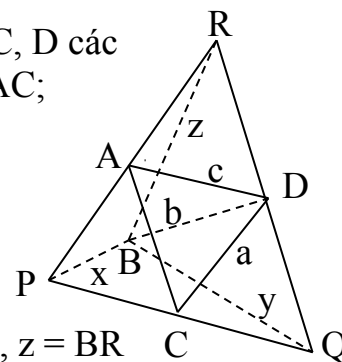
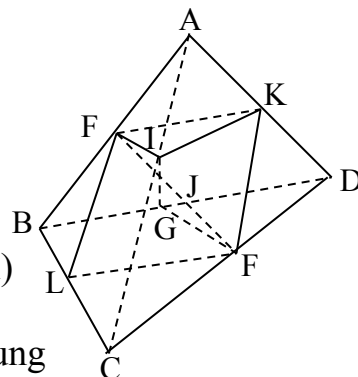
$V_{ABCD} = V(AB_1CD_1A_1BC_1D_1)$

$= AB_1 \cdot AD_1 \cdot AA_1$ (1)

Đặt $y = AD_1$; $z = AA_1$; $x = AB_1$

Thì $x^2 + y^2 = b^2$, $y^2 + z^2 = c^2$, $z^2 + x^2 = a^2$

Thay vào (1) ta được kết quả như cách 1



*** Cách 4:**

Kẻ $\overline{CC_1} = \overline{DD_1} = \overline{BA}$ ta có:

Lăng trụ $BCDAC_1D_1$ với

$$V(ABCD) = V(ACC_1D_1D).$$

Gọi O là tâm hình thoi CC_1D_1D .

Ta có O là trung điểm của CD_1, C_1D

và các $\triangle ACD, \triangle AC_1D$ cân đỉnh A

nên $AO \perp CD_1, C_1D_1$ hay OA là đường cao của hình chóp A. CC_1D_1D ta có

$$V(A.CC_1D_1D) = AO.S(CC_1D_1D) = AO.CD_1.C_1D = OA.OC.OD$$

Đặt $x = OA; y = OC; z = OD$. Ta có $x^2 + y^2 = b^2, y^2 + z^2 = c^2, z^2 + x^2 = a^2$

Ta được kết quả như cách 1

*** Cách 5 :**

Các hình thoi nêu trên cách 1 có tâm G chung,

đồng thời G là trọng tâm của khối tứ diện ABCD nên đường cao hạ từ A của khối tứ diện ABCD bằng 4 lần đường cao hạ từ G xuống (BCD)

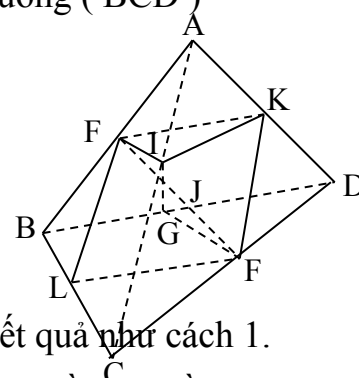
$$S(FJL) = \frac{1}{4} S(BCD) \text{ nên}$$

$$V(GFJL) = \frac{1}{16} V(ABCD)$$

Do EF, IJ, LK đôi một vuông góc và lần lượt gấp đôi GF, GJ, GL nên

$$V(ABCD) = 16 V(GFLK) = 16 \cdot GF \cdot GJ \cdot GL$$

$$= EF \cdot IJ \cdot LK = \frac{1}{3} EF \cdot IJ \cdot LK \text{ và ta có kết quả như cách 1.}$$



Như vậy thông qua quá trình giải 2 bài toán trên bằng nhiều cách, học sinh đã được rèn luyện tính mềm dẻo linh hoạt của tư duy, học sinh đã biết nhìn cùng một đối tượng dưới nhiều góc độ, nhiều cách khác nhau.

Quá trình tìm được nhiều lời giải dẫn đến học sinh biết cách so sánh các lời giải với nhau, tìm ra lời giải hay nhất, ngắn nhất và đó chính là tiềm năng của tính độc đáo, một phẩm chất rất cần thiết của hoạt động sáng tạo.

2.5. RA BÀI TOÁN VẬN DỤNG PHỐI HỢP:

Trong quá trình học giải toán, cùng với việc rèn luyện tính mềm dẻo, nhuần nhuyễn, độc đáo của tư duy, học sinh còn được luyện tập các hoạt động như tương tự, đặc biệt hóa, khái quát hóa, các hoạt động này đan xen bổ xung, hỗ trợ với nhau tạo lên năng lực trí tuệ của người học, do đó bên cạnh những bài tập đi sâu vào một loại kiến thức, kĩ năng tổng hợp, đòi hỏi học sinh phải vận dụng tổng hợp các kiến thức kĩ năng đã học, thực hiện nhiều thao tác tư duy phối hợp khi giải các bài toán này.

Ví dụ :*** Bài toán 13 :**

Cho hình vuông ABCD cạnh a tâm O. Ta vẽ từ A, B, C, D cùng một phía với mp (ABCD). Bốn nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt vuông góc với mp (ABCD). Trên Ax, ta lấy A' sao cho $OA' = a$; và trên Cz lấy C' sao cho $A'C' = 2a$:

1) Tính CC' theo a . Chứng minh $\triangle C'OA'$ vuông và $A'C' \perp (DA'B)$
 2) Trên By ta lấy điểm B' sao cho $BB' = x$ và trên Dt ta lấy D' sao cho $DD' = y$.
 Tìm hệ thức liên hệ giữa x, y và a để sao cho A', B', C', D' đều nằm trong mặt phẳng và trong trường hợp ấy chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

3) Tìm x để cho:

a) Mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua D .

b) Hình bình hành $A'B'C'D'$ là hình thoi hoặc hình chữ nhật.

* Giải

1) Xét tam giác vuông OAA' có: $AA'^2 = OA'^2 - OA^2$;

với $OA' = a$; $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $AA'^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \triangle OAA'$ vuông cân ở A . Từ A kẻ đường $\parallel AC$ cắt Cz tại E ta có:

$$AA' = CE = \frac{a\sqrt{2}}{2}; A'E = AC = a\sqrt{2}.$$

Trong $\triangle$ vuông $EA'C'$ cho $EC'^2 = A'C'^2 - A'E^2$
 $\Rightarrow EC'^2 = 4a^2 - 2a^2 \Rightarrow EC' = a\sqrt{2}$

$$\text{Vậy } CC' = CE + EC' \Rightarrow CC' = \frac{a\sqrt{2}}{2} + a\sqrt{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

$$\triangle \text{ vuông } OCC' \text{ có } OC'^2 = OC^2 + CC'^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{9a^2}{2} = 5a^2$$

$$\text{Mặt khác } OA'^2 + A'C'^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2$$

$$\text{Vậy } OC'^2 = OA'^2 + A'C'^2 \Rightarrow \triangle C'AO$$

Vuông tại A' ; $BD \perp (AA'C'C)$ vì $BD \perp CA$ và $BD \perp AA' \Rightarrow BD \perp C'A'$

Mặt khác $C'A' \perp OA' \Rightarrow C'A' \perp (DA'B)$

2) Điều kiện cần và đủ để A', B', C', D' nằm trong một mặt phẳng là $A'C' \cap B'D' = I$. Hai mặt phẳng $(AA'C'C)$ và $(BB'D'D)$ cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên giao tuyến $OI \perp (ABCD) \Rightarrow OI \parallel AA' \parallel B'B$

Trong hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ ta có:

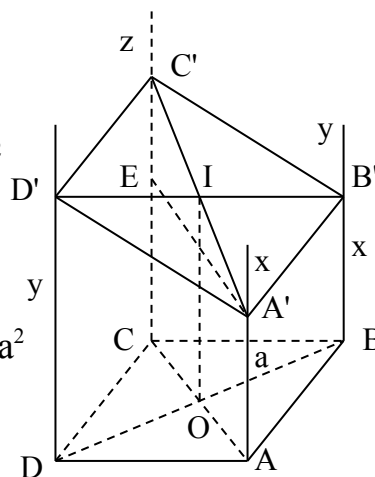
$$IO = \frac{AA' + CC'}{2} = a \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow IO = \frac{BB' + DD'}{2} = \frac{x+y}{2}$$

Để $A', B', C', D' \in$ cùng một MP thì cần và đủ là: $\frac{x+y}{2} = a\sqrt{2}$ hay $x+y = 2a\sqrt{2}$ (*)

Nếu 4 điểm A', B', C', D' cùng nằm trong một mặt phẳng thì I là trung điểm của $A'C'$ và $B'D' \Rightarrow A'B'C'D'$ là hình bình hành.

3) Khi mặt phẳng $A'B'C'$ đi qua D thì $y = 0$ hệ thức (*) trở thành $x = 2a\sqrt{2}$

Khi $A'B'C'D'$ là hình thoi thì $A'C' \perp B'D'$. Ta đã có hình chiếu $AC \perp BD$ vậy $A'C' \parallel AC$ hoặc $B'D' \parallel BD$ nhưng $A'C'$ không $\parallel AC$. Vậy $B'D' \parallel BD$ trường hợp này $x = y = a\sqrt{2}$. Khi $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật thì hình thoi nói trên có một góc vuông, nghĩa là góc $D'A'B' = 90^\circ$. Ta đã có hình chiếu góc $DAB = 90^\circ$. Vậy $A'B' \parallel AB$ hoặc $D'A' \parallel DA$. Khi $A'B' \parallel AB$ thì $x = AA' = a\frac{\sqrt{2}}{2}$;



$$y = CC' = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \text{ khi } D'A' // DA \text{ thì } y = AA' = a\frac{\sqrt{2}}{2}; x = CC' = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

CHƯƠNG III:

TĂNG CƯỜNG HOẠT ĐỘNG PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ NHẪM PHÁT HUY TÍNH TÍCH CỰC SÁNG TẠO TRONG HỌC TẬP CHO HỌC SINH.

Giải được bài toán khó đã là sáng tạo, nhưng việc đề xuất được ra một bài toán khó, mặc dù có thể chưa giải được cũng là sáng tạo, không kém phần giá trị so với việc giải một bài toán khó đã được đặt ra.

Phát hiện vấn đề, đề xuất bài toán mới từ những bài toán đã cho sẽ giúp học sinh tự tin hơn, học tập thoải mái hơn, vì các em sẽ thoát khỏi tình trạng bị động, lúc nào cũng cảm thấy mình không đủ khả năng giải các bài toán có sẵn trong sách, thấy việc ra đề toán có gì bí ẩn cao siêu.

Giáo viên cần cho học sinh được làm việc với các phương pháp suy nghĩ sáng tạo như đặc biệt hóa, tổng quát hóa, tương tự. Muốn vận dụng có hiệu quả các phương pháp đó, giáo viên cần rèn luyện cho học sinh năng lực phân tích các vấn đề một cách toàn diện, theo nhiều khía cạnh khác nhau để phát hiện những dấu hiệu bản chất tiềm ẩn trong những hiện tượng, các sự kiện; kết hợp với trừu tượng hóa để tách đặc điểm bản chất khỏi những đặc điểm không bản chất, làm cơ sở cho việc mở rộng và sáng tạo những vấn đề mới, cho học sinh khá giỏi tự tìm tòi phát hiện các vấn đề từ những bài toán đã biết dưới sự dẫn dắt gợi ý của giáo viên. Chẳng hạn:

+ Từ những hệ thức lượng trong tam giác vuông, có thể cho học sinh phát hiện các hệ thức trong tứ diện vuông.

+ Từ các tính chất của đa giác đều học sinh xây dựng các tính chất của khối tứ diện đều.

+ Từ các tính chất của các điểm đặc biệt trong tam giác, cho học sinh dự đoán và chứng minh các tính chất của các điểm đặc biệt của tứ diện.

Ví dụ 1:

Từ định lý: “ Trong mặt phẳng cho bốn điểm A,B,C,D. Khi đó $AC \perp BD$ khi và chỉ khi $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ ”

Giáo viên hướng dẫn cho học sinh nghiên cứu nội dung định lý đó xem có còn đúng, nếu 4 điểm A,B,C,D nằm trong không gian hay không? Bằng tương tự ta có định lý “ Trong không gian 4 điểm A,B,C,D điều kiện cần và đủ để $AC \perp BD$ là $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ ”

Đặc biệt hóa đi ta có hệ quả sau: “ Nếu tổng bình phương hai cạnh đối diện của một tứ diện bằng nhau, thì cặp cạnh đối diện thứ ba vuông góc với nhau và ngược lại ”.

Ví dụ 2 :

Xét hình tương tự tam giác là tứ diện.

Trong tứ diện đường nối một đỉnh với một trọng tâm của mặt đối diện gọi là trọng tuyến của tứ diện. Ta thử chứng minh rằng các trọng tuyến của tứ diện cắt nhau tại một điểm.

Ta kẻ trung tuyến AA_1 và BB_1 của tứ diện. Hai đường này cắt nhau tại O (AA_1 và BB_1 ở trong mặt phẳng vì AB_1 và BA_1 cắt nhau tại M điểm giữa của DC)

Để thấy $A_1B_1 \parallel AB$ và $A_1B_1 = AB$

Do đó ===

Tương tự như vậy, xét các cặp trọng tuyến

AA_1 và CC_1 , AA_1 và DD_1

Ta chứng minh được rằng : “ Các trọng tuyến

của tứ diện cắt nhau tại một điểm;

tại $\frac{3}{4}$ của mỗi đường, kể từ đỉnh điểm này gọi là trọng tâm của tứ diện ”

Ví dụ 3:

Ta biết rằng trong một tam giác vuông CAB vuông ở C có các hệ thức sau đây:

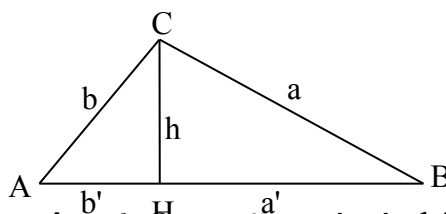
$$* \quad = +$$

$$* \quad a^2 = a'.c ; b^2 = b'.c$$

$$* \quad a^2 + b^2 = c^2$$

$$* \quad \cos^2 A + \cos^2 B = 1$$

$$* \quad \sin^2 A + \sin^2 B = 1$$



Đối với tứ diện vuông OABC vuông ở O, ta cũng có các hệ thức tương tự

sau :

$$* \quad = + +$$

$$* \quad S_{\Delta OAB}^2 = S_{\Delta ABC} \cdot S_{\Delta HAB}$$

$$* \quad S_{\Delta OBC}^2 = S_{\Delta ABC} \cdot S_{\Delta HBC} \dots$$

$$* \quad S_{\Delta OAB}^2 = S_{\Delta OBC}^2 + S_{\Delta OCA}^2 = S_{\Delta ABC}^2$$

Gọi α, β, γ là các góc phẳng nhị diện cạnh

(AB), (BC), (CA) thì

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

Thật vậy :

$$* \quad = + = + +$$

$$* \quad S_{\Delta OAB}^2 = (AB \cdot OD)^2 = AB^2 \cdot DH \cdot DC = \left(\frac{1}{2} AB \cdot DC\right) \cdot \left(\frac{1}{2} AB \cdot DH\right)$$

$$= S_{\Delta ABC} \cdot S_{\Delta ABH} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự ta có} \quad S_{\Delta OBC}^2 = S_{\Delta ABC} \cdot S_{\Delta BCH} \quad (2)$$

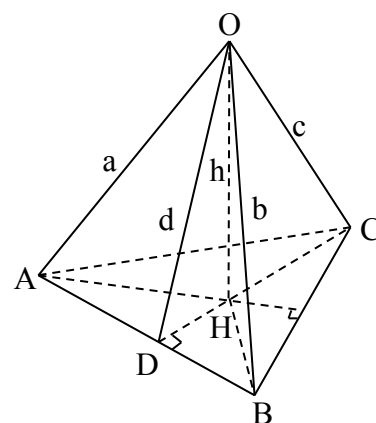
$$S_{\Delta OCA}^2 = S_{\Delta ABC} \cdot S_{\Delta CAH} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có

$$S_{\Delta OAB}^2 + S_{\Delta OBC}^2 + S_{\Delta OCA}^2 = S_{\Delta ABC} \cdot (S_{\Delta ABH} + S_{\Delta BCH} + S_{\Delta CAH}) = S_{\Delta ABC}^2$$

$$* \quad \cos \alpha = \cos \widehat{ODH} = \cos \widehat{HOC} \Rightarrow \cos^2 \alpha = ; \cos^2 \beta = ;$$

$$\cos^2 \gamma \Rightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = h^2 (+ +) = h^2 \cdot = 1.$$



C. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

1. Tổ chức thực nghiệm.

Tổ chức thực nghiệm được tiến hành từ tháng 03 năm 2016 đến tháng 05 năm 2016 tại trường THPT Yên Định 1, huyện Yên Định gồm:

+ Lớp thực nghiệm 12A2, 11A2 dạy theo triển khai đề tài.

Lớp đối chứng 12A3, 11A3 giảng dạy bình thường theo truyền thống.

+ Trình độ học sinh được chọn ở các lớp tương đương nhau. Các lớp này được tiến hành kiểm tra trước và sau khi dạy và triển khai đề tài này.

2. Kết quả thực nghiệm

Hoạt động học tập của học sinh nhìn chung diễn ra khá sôi nổi không gây cảm giác áp đặt. Việc sử dụng các biện pháp nhận được sự hứng thú của học sinh trong giải toán và học toán.

Kết quả kiểm tra

Lớp	Số bài	Giỏi		Khá		Trung bình		Yếu	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
12A2 Lớp thực nghiệm	40	16	40	13	32,5	9	22,5	2	5
12A3 Lớp đối chứng	38	4	10,5	10	26,3	14	36,9	10	26,3
11A2 Lớp thực nghiệm	40	15	37,5	14	35	8	20	3	7,5
11A3 lớp đối chứng	39	5	12,8	8	20,5	15	38,5	11	28,2

1. Kết quả:

- Từ bảng kết quả nêu trên cho thấy rằng lớp dạy thực nghiệm có kết quả học tập đạt được cao hơn. Trong đó tỷ lệ học sinh đạt kết quả loại khá, giỏi ở lớp thực nghiệm là cao hơn hẳn. Điều đó phản ánh kết quả học tập của học sinh nâng lên rõ rệt. Các em có được tư duy tích cực, độc lập và tạo cho các em mạnh dạn, tự tin hơn, yêu thích, ham mê với môn toán.

- Mức độ nắm vững tri thức, kỹ năng của học sinh lớp thực nghiệm cũng cao hơn lớp đối chứng. Điều này thể hiện ở lớp thực nghiệm học sinh hiểu bài một cách chắc chắn, nắm được bản chất của nội dung học tập. Khả năng vận dụng tri thức để giải quyết vấn đề tốt hơn ở lớp đối chứng.

- Trong giờ dạy thực nghiệm học sinh có hứng thú học tập hơn, nguyên nhân chủ yếu là do học sinh được tham gia nhiều hoạt động tích cực trong giờ học, không khí lớp học sôi nổi và bài học thực sự mang lại cho các em những kiến thức bổ ích, kích thích tính sáng tạo, tìm tòi của học sinh, góp phần tạo sự cộng tác chặt chẽ giữa giáo viên và học sinh, giữa các học sinh với nhau.

D. KẾT LUẬN VÀ ĐỀ XUẤT

1. Kết luận:

Sáng kiến kinh nghiệm của tôi đã giải quyết được những vấn đề sau:

1. Khái niệm, cấu trúc của tư duy sáng tạo, tư duy tích cực.
2. Xây dựng các bài tập hình học không gian có tính hệ thống để phát huy tính tích cực, tư duy sáng tạo và năng lực giải bài tập của học sinh.

3. Hình thành và rèn luyện cho học sinh làm việc khoa học thông qua hoạt động phát hiện vấn đề nhằm phát huy tính tích cực sáng tạo trong học tập.
4. Đưa ra hệ thống các bài tập cùng dạng để các em rèn luyện, củng cố thêm.
5. Tạo cho các em khả năng làm việc độc lập, sáng tạo, phát huy tối đa tính tích cực sáng tạo của học sinh theo đúng tinh thần phương pháp mới của Bộ giáo dục và đào tạo. Điều quan trọng là tạo cho các em niềm tin, khắc phục được tâm lý sợ bài toán về hình học không gian.
6. Đối với GV: Đổi mới phương pháp dạy học đang là một vấn đề cần quan tâm. Hiện nay có rất nhiều phương pháp dạy học mới có thể giúp học sinh bước vào một tâm thế mới, có những năng lực và kỹ năng mới cho hành trình kiếm tìm tri thức của bản thân. Dạy học phát huy tính tích cực, tư duy sáng tạo và năng lực giải bài tập của học sinh là một sự lựa chọn mà các giáo viên nên vận dụng.

2. Một số đề xuất

- Việc dạy hình học không gian cần phải kiên trì, uốn nắn và kiểm tra thường xuyên liên tục.
- Mỗi bài toán thường là có nhiều cách giải, yêu cầu học sinh phải thành thạo quy trình giải của từng dạng. Phải biết liên hệ với những bài toán tương tự, đặc biệt hơn, khái quát hơn,... đã từng gặp. Sau khi giải xong cần nghĩ tới việc áp dụng cách giải đó cho các bài toán khác.
- Học sinh khi làm thành thạo cách này thì mới cho tiến hành sử dụng cách khác và cần phân tích rõ ưu điểm và hạn chế từ đó chọn được cách giải tối ưu.
- Sở GD&ĐT Thanh Hóa cần mở nhiều hơn các chu kỳ bồi dưỡng thường xuyên để giáo viên tiếp cận nhiều phương pháp dạy học mới và đưa vào thực tế dạy học ở các trường THPT.
- Nhà trường tạo điều kiện về trang thiết bị dạy học để giáo viên có điều kiện thực hiện các phương pháp dạy học mới.

XÁC NHẬN
CỦA THỦ TRƯỞNG
ĐƠN VỊ

Thanh Hóa, ngày 12 tháng 05 năm 2016
Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình
viết, không sao chép nội dung của người khác

Lê Thị Hằng

PHỤ LỤC 1

Bài tập đề nghị sau phần 2.1:

Bài 1: Cho hình chóp $SABCD$, đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = b$, $SA = b$ là chiều cao của hình chóp. M là điểm trên cạnh SA với $AM = x$, (MBC) cắt SD tại N . Tính thể tích khối đa diện $ABCDNMN$ theo a , b và x .

Bài 2: (Có đường lối giải tương tự bài 1)

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân có $AB = AC = a$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi E là trung điểm AB , F là hình chiếu vuông góc của E lên BC . $(C'EF)$ chia lăng trụ thành 2 phần. Tính thể tích 2 phần đó.

Bài tập đề nghị sau phần 2.2:

Cho tứ diện vuông $SABC$, SA , SB , SC đôi một vuông góc với nhau. Đặt $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$. Lấy M thuộc tam giác ABC . Khoảng cách từ M tới (SBC) , (SCA) , (SAB) là a_1 , b_1 , c_1 . Tính a, b, c theo a_1, b_1, c_1 để thể tích $SABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài tập đề nghị sau phần 2.3:

Bài 1: Cho hình chóp tam giác $SABC$, cạnh SA vuông góc với đáy ABC , H là trực tâm tam giác ABC , K là trực tâm tam giác SBC .

Chứng minh $HK \perp (SBC)$.

Bài 2: (Đặc biệt hóa bài 1, bài 1 là bài tổng quát hơn bài 2)

Cho tam giác ABC đều. Đường thẳng $d \perp (ABC)$ tại A , $M \in d$, H là trực tâm ΔABC , O là trực tâm ΔBCM . Đường thẳng OH cắt d tại N . Chứng minh $BCMN$ là tứ diện có các cặp cạnh đối diện vuông góc nhau.

Bài tập đề nghị sau phần 2.4:

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E , F là trung điểm AB , CD . Lấy điểm M trên BC , N trên AD , I là trung điểm EF . Xác định giao điểm G của AI và (BCD) và chứng minh G là trọng tâm tam giác BCD .

Bài tập đề nghị sau phần 2.5:

Bài 1: Cho tứ diện $ABCD$ trong đó gọi $(AB, CD) = \alpha$, $AB = AC = CD = a$, M là điểm trên cạnh AC với $AM = x$ ($0 < x < a$); (P) là mặt phẳng qua M song song với AB và CD .

- Xác định thiết diện của (P) với tứ diện $ABCD$. Thiết diện là hình gì?
- Tính diện tích thiết diện theo a , α và x . Xác định x để diện tích này lớn nhất.

Bài 2: Cho tứ diện $ABCD$. Một mặt phẳng (P) song song với AC và BD cắt tứ diện theo thiết diện $PQRS$. Xác định Q để $PQRS$ là hình thoi.

PHỤ LỤC 2

MỘT SỐ BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Hệ thống các bài tập nêu trên là cơ bản, là nền tảng để kích thích tính tích cực hoạt động, tư duy sáng tạo của học sinh. Điều quan trọng hơn là từ đây học sinh có khả năng đề ra bài toán mới, bằng khái quát hóa, tương tự hoá ... hay nói

cách khác biết đề ra những câu hỏi, những thắc mắc xung quanh bài toán đó, tự giải quyết và rút ra những kết luận cần thiết.

Bài 1. Cho tứ diện SABC có tam giác ABC vuông cân đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$.

- Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.
- Tính khoảng cách từ điểm A đến mp(SBC).
- Gọi I là trung điểm của AB. Tính khoảng cách từ điểm I đến mp(SBC);
- Gọi J là trung điểm của AC. Tính khoảng cách từ điểm J đến mp(SBC);
- G là trọng tâm tam giác ABC, tính khoảng cách từ điểm G đến mp(SBC).

Từ bài tập 1 ta cũng có thể tạo ra bài toán mới:

Bài 2. Cho hình chóp tứ giác SABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mp(ABCD) và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm hình vuông ABCD.

- Tính $d(A, (SBC))$; b. Tính $d(O, (SBC))$;
- G_1 là trọng tâm ΔSAC . Từ G_1 kẻ đường thẳng song song với SB cắt OB tại I. Tính $d(G_1, (SBC))$, $d(I, (SBC))$;
- J là trung điểm của SD. Tính $d(J, (SBC))$.
- Gọi G_2 là trọng tâm của ΔSDC . Tính $d(G_2, (SBC))$.

Bài 3: Cho tứ diện SABC có tam giác ABC vuông cân đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a$.

- Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$.
- Tính khoảng cách từ A đến mp(SBC).
- Gọi J là trung điểm của AC, từ J kẻ $Jx \parallel SB$, trên Jx lấy điểm P. Tính khoảng cách từ P đến mp(SBC).
- G là trọng tâm ΔPSB . Tính khoảng cách từ G đến mp(SBC).

Bài 4: Cho hình chóp tứ giác SABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mp(ABCD) và $SA = a\sqrt{3}$, O là tâm hình vuông ABCD.

- Tính khoảng cách từ A đến mp(SBC);
- Tính khoảng cách từ O đến mp(SBC);
- Qua D kẻ đường thẳng $Dy \parallel SC$. Lấy Q thuộc SC, tính khoảng cách từ Q đến mp(SBC);
- G là trọng tâm ΔQAM , tính khoảng cách từ G đến mp(SBC)''.

Bài 5: Cho hai hình chữ nhật ABCD, ABEF không cùng thuộc một mặt phẳng và $AB = a$, $AD = AF = a\sqrt{2}$. AC vuông góc với BF. Tính khoảng cách giữa AC và BF. $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 trên (ABCD) trùng với giao điểm của AC và BD. Tính khoảng cách từ B_1 đến (A_1BD) .

Bài 6. (KD-2011). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA = 3a$, $BC = 4a$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle BSC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a.

Từ bài tập 5 ; 6 ta cũng có thể tạo ra bài toán mới:

Bài 7: (Khối D-2013) Cho hình chóp tứ giác SABCD, đáy ABCD là hình thoi cạnh bằng a, SA vuông góc với mp(ABCD), $\angle BAD = 120^\circ$, M là trung điểm của BC và $\angle SMA = 45^\circ$. Tính thể tích khối chóp SABCD và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC).

Bài 8: (Khối D-2012) Cho hình hộp đứng ABCD A'B'C'D' có đáy là hình vuông, tam giác A'AC vuông cân, A'C=a. Tính thể tích khối chóp ABB'C' và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD') theo a.

Bài 9: Cho hình chóp SABC có tam giác ABC vuông cân tại A, AB=AC=a; M là trung điểm của AB. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MBC. Góc giữa SB với mặt phẳng đáy bằng 60° .

- Tính thể tích khối chóp SABC;
- Tính khoảng cách từ C đến (SAB).

Bài 10. (Đề thi Đại học khối A năm 2013). Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A, $\angle ABC = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).

Bài 11: (Đề thi Đại học khối B năm 2013).

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

Bài 12(KA-2011) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, AB = BC = 2a, hai mp(SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mp(ABC). Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng qua SM và song song với BC cắt AC tại N. Biết góc giữa hai mp(SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.BCNM và khoảng cách giữa AB và SN theo a.

Từ bài tập 12 ta cũng có thể tạo ra bài toán mới:

Bài 13: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a. SA vuông góc với đáy góc tạo bởi SC và (SAB) là 30° . Gọi E,F là trung điểm của BC và SD. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau DE và CF.

Bài 14: Cho hai hình chữ nhật ABCD, ABEF không cùng thuộc một mặt phẳng và AB = a, AD = AF = $a\sqrt{2}$. AC vuông góc với BF. Tính theo a thể tích của khối chóp E.ABCD và khoảng cách giữa AC và BF.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Lê Tuấn Anh: Rèn luyện khả năng khái quát hóa, đặc biệt hóa và tương tự cho học sinh phổ thông (Luận án thạc sĩ, 1998).

- [2] Hoàng Chúng: Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông, NXB Giáo Dục, Hà Nội, 1969.
- [3] G.PÔLIA: Sáng tạo toán học, NXB Giáo dục 1997 .
- [4] G.PÔLIA: Giải bài toán như thế nào, NXB Giáo dục 1997 .
- [5] Dạy và học tích cực – một số phương pháp và kỹ thuật dạy học, Đại học sư phạm.
- [6] Kôrutexki.V.A: Tâm lý năng lực toán học của học sinh, NXB Giáo Dục, Hà Nội, 1973.
- [7] Thái Hòa: Rèn luyện tư duy qua việc giải bài tập toán, NXB Giáo Dục, Hà Nội, 1998.
- [8] Võ Đại Mau: Tuyển tập 170 bài toán hình học không gian, NXB Trẻ.
- [9] Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Nguyễn Hà Thành: Bài tập hình học 11, NXB Giáo dục 2007.
- [10] Hàn Liên Hải – Phan Huy Khải – Đào Ngọc Nam – Nguyễn Đạo Phương – Lê Tất Tôn – Đặng Quang Viễn: Bồi dưỡng học sinh lớp 11 hình học, NXB Hà Nội, 1998.
- [11] Trần Thành Minh: Giải toán hình học 11, NXB Giáo dục 1997.
- [12] Hoàng Văn Minh – Lê Đình Tiến: Cẩm nang ôn luyện thi đại học, cao đẳng môn toán, NXB đại học sư phạm 2013.
- [13] Lê Mậu Thảo – Lê Mậu An Bình: Phương pháp giải toán hình học 12, NXB Giáo dục, 2008.

NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP TRƯỜNG

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP NGÀNH

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

MỤC LỤC

NỘI DUNG	Trang
A. Mở đầu	1
I. Lý do chọn đề tài	1

II. Mục đích nghiên cứu	2
III. Nhiệm vụ nghiên cứu	2
IV. Đối tượng nghiên cứu	2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT YÊN ĐỊNH I

-----☛-----

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**KHAI THÁC VÀ XÂY DỰNG CÁC BÀI TẬP HÌNH HỌC
KHÔNG GIAN CÓ TÍNH HỆ THỐNG ĐỂ PHÁT TRIỂN TƯ
DUY SÁNG TẠO, TÍNH TÍCH CỰC VÀ NĂNG LỰC GIẢI
BÀI TẬP CHO HỌC SINH LỚP 11 VÀ HỌC SINH LỚP 12
ÔN THI ĐẠI HỌC .**

Người thực hiện: Lê Thị Hằng

Chức vụ: Giáo viên

SKKN thuộc lĩnh vực (môn): Toán

THANH HOÁ NĂM 2016