|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐIỆN BIÊN  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN** | **ĐỀ ĐỀ XUẤT DUYÊN HẢI**  **MÔN TOÁN LỚP 10.**  *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể phát đề* |

**ĐỀ BÀI**

**Câu 1 (4,0 điểm).**

Tìm tất cả các hàm số  thỏa mãn điều kiện:



**Câu 2 (4,0 điểm).**

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn , , , . Chứng minh:



**Câu 3 (4,0 điểm).**

Cho tứ giác *ABCD* nội tiếp đường tròn . Giả sử . Gọi .

a. Chứng minh các điểm *B, C, M, K* cùng thuộc một đường tròn.

b. Gọi , *L* và *N* lần lượt là hình chiếu của *A* và *C* trên *EF*. Chứng minh các đường thẳng qua *I* và vuông góc *AC,* qua *L* vuông góc *OC*, qua *N* và vuông góc *OA* đồng quy tại điểm nằm trên *AC*.

**Câu 4 (4,0 điểm).**

Tìm tất cả các số nguyên tố  thỏa mãn: .

**Câu 5 (4,0 điểm).**

Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn  mà tổng các chữ số bằng 22?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1** (4đ) | Thay  vào pt đầu, ta được | 1,0 |
| Thay  vào pt đầu, ta được    Hay | 1,0 |
| Từ (1) và (2) suy ra  Tức là | 1,0 |
| Vì  Nên  Thử lại thấy thỏa mãn. Vậy | 1,0 |
| **Câu 2** (4đ) | - Nhận xét: Với mọi số thực x và x0 ta luôn có:  (1)  Dấu “=” xảy ra | 1,0 |
| - Áp dụng (1) ta có: | 1,0 |
| Suy ra: | 1,0 |
| (do giả thiết). Vậy  Dấu " = " xảy ra | 1,0 |
|  |  |  |
| **Câu 3** (4đ) |  |  |
| a. Tứ giác  nội tiếp nên .  Ta đi chứng minh  (hệ thức Maclaurin). | 0,5 |
| Thật vậy, gọi . Trong *EBC* có *EL, CA, BD* đồng quy tại  và  nên theo Định lý thì .  Vậy  nên tứ giác  nội tiếp. | 1,0 |
|  |  |
| b. Giả sử . Ta đi chứng minh .  Theo định lí *Brocard*, ta có: . | 0,5 |
| Xét hai tam giác *SLI* và *COP* có:  để chứng minh  ta đi chứng minh tam giác *SLI* và *COP* đồng dạng.  Thật vậy, có tứ giác *ILSA* nội tiếp nên . (1)  Dễ chứng minh *I* là điểm *Miquel* của tứ giác toàn phần *ABCD* nên *IFBA* nội tiếp.  Suy ra  (2)  Từ (1) và (2) suy ra  suy ra . | 1,0 |
| Xét hai tam giác *INS* và *POA* có:  để chứng minh  ta đi chứng minh tam giác *INS* và *POA* đồng dạng.  Thật vậy, tứ giác *ISCN* nội tiếp nên  (3)  (*FIDC* nội tiếp)  (4)  Từ (3) và (4) suy ra  suy ra .  Vậy bài toán được chứng minh. | 1,0 |
| **Câu 4**  (4đ) | Giả sử . Ta có  thỏa mãn.  Nếu ,  thì ta có  theo Fermat nên , do đó . | 0,5  0,5 |
| Nếu  ta có , nên từ giả thiết suy ra  Lại có  nên . | 1,0 |
| Do  nên . Suy ra tồn tai  thỏa mãn  hoặc  Xét mod  ta có , suy ra | 1,0 |
| Kết hợp , sau khi rút gọn hai vế ta được  hay  (loại vì đang xét )  Vậy | 1,0 |
| **Câu 5**  (4đ) | Gọi số cần tìm có dạng  với  với  Gọi  là tập hợp các nghiệm không âm của (\*) mà  Trước hết ta tính số nghiệm nguyên không âm của pt (\*) là . | 1,0 |
| Ta tính số nghiệm nguyên không âm của pt (\*) mà trong đó có ít nhất một thành phần  là  với chú ý rằng  với  vì tổng các chữ số bằng 22.  Để tính , ta đặt  thì  phương trình này có số nghiệm là . Do đó | 1,0 |
| Tính , đặt  thì , phương trình này có số nghiệm là .  Do đó . | 1,0 |
| Theo nguyên lý bù trừ thì  Vậy số các số nguyên dương thỏa mãn ycbt là | 1,0 |