

SẢN PHẨM ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12
THPT ĐA PHƯỚC

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

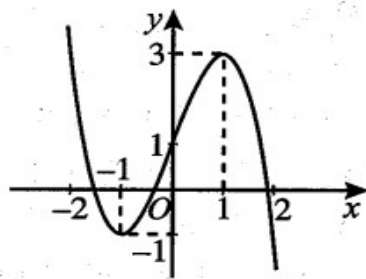
(Đề gồm có 04 trang)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in (0;1)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (1;2)$.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên cả hai khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên cả hai khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

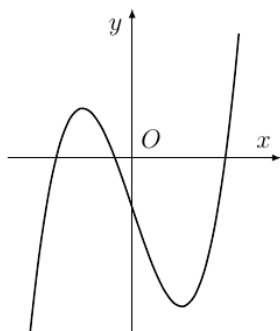
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như Hình 8. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Phát biểu nào sau đây đúng?



Hình 8

- A. $m = -2, M = 2$
- B. $m = 1, M = 3$
- C. $m = 3, M = 1$
- D. $m = -1, M = 3$

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

C. $y = x^3 - 3x - 1$ D.

$y = x^2 + x - 1$

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

C. $\vec{GD} - \vec{GA} = \vec{AD}$

D. $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(4; -3; 2)$

B. $(2; -3; 4)$

C. $(-3; 4; 2)$

D. $(2; 3; 4)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{v} - \vec{u}$ là:

A. $(-2; 6; -3)$

B. $(2; -6; 3)$

C. $(-2; -2; -3)$

D. $(2; -2; 1)$

Câu 7. Khoảng tứ phân vị được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $D_Q = Q_1 - Q_3$

B. $D_Q = Q_2 - Q_1$

C. $D_Q = Q_3 - Q_1$

D. $D_Q = Q_1 - Q_2$

Câu 8. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng:

A. Căn bậc hai số học của phương sai.

B. Một nửa căn bậc hai số học của phương sai.

C. Căn bậc ba của phương sai.

D. Căn bậc hai số học của phương sai trừ 1.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12

B. 10

C. 15

D. -2

Câu 10. Số tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	1		1

Đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x = 1, y = 1$

B. $x = 1, y = 2$

C. $x = 2, y = 2$

D. $x = 2, y = 1$

Câu 12. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$		-4		$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$. C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
b) Hàm số có ba điểm cực trị
c) Hàm số có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.
d) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $2x + 2y - 4 = 0$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1); (-1, 0)$.
b) Hàm số có hai điểm cực trị.
c) Đồ thị (C) không cắt trục Ox .
d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(1; 2)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (2; -2; -4)$, $b = (1; -1; 1)$.

- a) $a + b = (3; -3; -3)$.
b) a và b cùng phương.
c) $|b| = \sqrt{3}$.
d) $-2a = -4i + 4j + 8k$.

Câu 4. Huấn luyện viên thống kê thời gian chạy cự li 200m của hai vận động viên Hoa và Mai trong một đợt huấn luyện ở bảng sau

Thời gian (giây)	$[23, 7; 23, 8)$	$[23, 8; 23, 9)$	$[23, 9; 24)$	$[24; 24, 1)$	$[24, 1; 24, 2)$
------------------	------------------	------------------	---------------	---------------	------------------

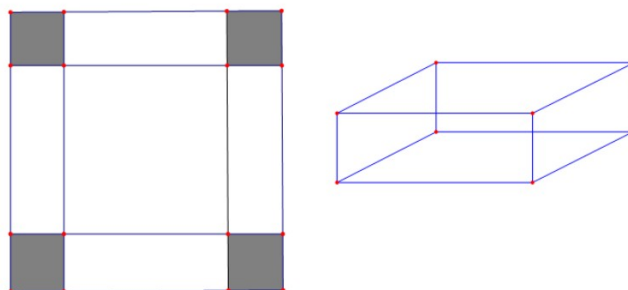
Số lần chạy của Hoa	11	15	7	0	5
Số lần chạy của Mai	28	18	4	0	0

- Khoảng biến thiên thời gian chạy của hai vận động viên là như nhau.
- Thành tích trung bình của Hoa đạt dưới 23,9 giây.
- Nếu so sánh theo số trung bình thì thành tích của Hoa tốt hơn Mai.
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì Mai có thành tích ổn định hơn Hoa.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100}(30t^3 - \frac{t^4}{4})$ với $0 < t < 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = V'(t)$. Tìm tốc độ bơm nước lớn nhất?

Câu 2. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 40 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$; $f(t)$ được tính bằng nghìn người (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020).

Khi đó, số dân tối đa của thị trấn không vượt quá bao nhiêu nghìn người?

Câu 4. Ông A dự định sử dụng hết 6,7 m² kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu m³ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 5. Trong không gian Oxyz, tam giác ABC có $A(1; -1; 3)$, $B(-1; -1; 2)$ và $C(-3; -2; 2)$. Tính $\cos \widehat{ABC}$?

Câu 6. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 0,08 km sử dụng ra - đa được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (đơn vị trên

mỗi trục tính theo kilômét). Hãy tính khoảng cách từ máy bay tại vị trí A có tọa độ $(-20; 40; 10)$ đến ra - đa được đặt trên đỉnh tháp ?

---- HẾT ---

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	C	A	B	B	C	A	C	C	D	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1080	6,67	26	1,57	- 0,8	45,8

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên I thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in (0;1)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (1;2)$.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

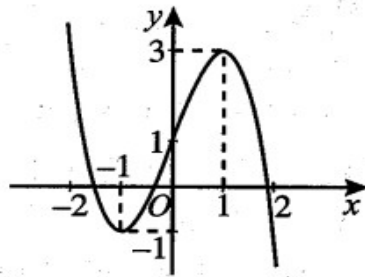
- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên cả hai khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên cả hai khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (0;1)$ và $f''(x) < 0, \forall x \in (0;1)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 2. Cho hàm số như Hình 8. Gọi m, M lần nhất của hàm số $f(x)$ trên đúng?



Hình 8

$y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn đoạn $[-2; 2]$. Phát biểu nào sau đây

A. $m = -2, M = 2$

B. $m = 1, M = 3$

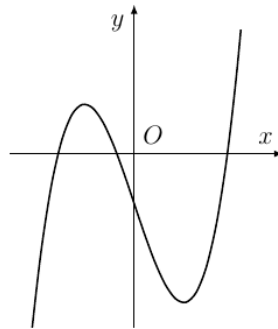
C. $m = 3, M = 1$

D. $m = -1, M = 3$

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

C. $y = x^3 - 3x - 1$

D. $y = x^2 + x - 1$

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

C. $\vec{GD} - \vec{GA} = \vec{AD}$.

B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

D. $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(4; -3; 2)$.

B. $(2; -3; 4)$.

C. $(-3; 4; 2)$.

D. $(2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{v} - \vec{u}$ là:

A. $(-2; 6; -3)$.

B. $(2; -6; 3)$.

C. $(-2; -2; -3)$.

D. $(2; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7. Khoảng tứ phân vị được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $D_Q = Q_1 - Q_3$.

B. $D_Q = Q_2 - Q_1$.

C. $D_Q = Q_3 - Q_1$.

D. $D_Q = Q_1 - Q_2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng:

A. Căn bậc hai số học của phương sai.

B. Một nửa căn bậc hai số học của phương sai.

C. Căn bậc ba của phương sai.

D. Căn bậc hai số học của phương sai trừ 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12 .

B. 10 .

C. 15 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (I)} \\ x = -1 \text{ (I)} \end{cases}$$

$$f(-1) = 15, f(-2) = 8, f(2) = -12 \Rightarrow \max_{[-2; 2]} f(x) = 15$$

Câu 10. Số tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -1$ là TCD;

$f(x) = x + 1 + \frac{4}{x + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x + 1} = 0 \Rightarrow y = x + 1$ là TC xiên;

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x = 1, y = 1$.

B. $x = 1, y = 2$.

C. $x = 2, y = 2$.

D. $x = 2, y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$		-4		$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$			

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
b) Hàm số có ba điểm cực trị
c) Hàm số có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.
d) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $2x + 2y - 4 = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2); (2; +\infty) \Rightarrow$ a) sai

Hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ b) sai

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0 \Rightarrow$ c) đúng.

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; 0)$

Thay $(2; 0)$ vào $2x + 2y - 4 = 0 \Rightarrow 2.2 + 2.0 - 4 = 0 \Rightarrow 4 - 4 = 0$ (đúng) $\Rightarrow$ d) đúng.

Câu 2.

Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1); (-1; 0)$.
b) Hàm số có hai điểm cực trị.
c) Đồ thị (C) không cắt trục Ox .
d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(1; 2)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = -x + 2 - \frac{1}{x + 1}$

Ta có $y' = \frac{-x-2x}{(x+1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		CD	
		$\searrow$	$\nearrow$		$\nearrow$	$\searrow$
		CT			$-\infty$	$-\infty$

Vậy a) và b) đều đúng.

Mặt khác, $y=0 \Leftrightarrow -x^2+x+1=0(*)$

Vậy phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt. Hay (C) luôn cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Vậy c) sai.

Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = -x + 2$

Thay $A(1;2)$ vào $y = -x + 2 \Rightarrow 2 = -1 + 2 \Rightarrow 2 = 1$ (sai)

Vậy d) sai.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (2; -2; -4)$, $b = (1; -1; 1)$.

A. $a+b = (3; -3; -3)$

B. a và b cùng phương

C. $|b| = \sqrt{3}$

D. $a = 2i - 2j - 4k$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Câu 4. Huấn luyện viên thống kê thời gian chạy cự li 200m của hai vận động viên Hoa và Mai trong một đợt huấn luyện ở bảng sau

Thời gian (giây)	$[23,7;23,8)$	$[23,8;23,9)$	$[23,9;24)$	$[24;24,1)$	$[24,1;24,2)$
Số lần chạy	11	15	7	0	5

của Hoa					
Số lần chạy của Mai	28	18	4	0	0

- a) Khoảng biến thiên thời gian chạy của hai vận động viên là như nhau.
b) Thành tích trung bình của Hoa đạt dưới 23,9 giây.
c) Nếu so sánh theo số trung bình thì thành tích của Hoa tốt hơn Mai.
d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì Mai có thành tích ổn định hơn Hoa

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai

Khoảng biến thiên thời gian chạy của Hoa là $R = 24,2 - 23,7 = 0,5$

Khoảng biến thiên thời gian chạy của Mai là $R = 24 - 23,7 = 0,3$

b) Đúng

Thành tích trung bình của Hoa là $\bar{x} \approx 23,8789 < 23,9$

c) Sai

Thành tích trung bình của Mai là 23,802 giây nhỏ hơn thành tích trung bình của Hoa.

Vậy thành tích trung bình của Mai tốt hơn Hoa.

d) Đúng

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thời gian chạy của Mai là $S = 0,064$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về thời gian chạy của Hoa là $S \approx 0,125$

Do độ lệch chuẩn của Mai thấp hơn của Hoa nên Mai có thành tích ổn định hơn Hoa

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100}(30t^3 - \frac{t^4}{4})$ với $0 < t < 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = V'(t)$. Tìm tốc độ bơm nước lớn nhất?

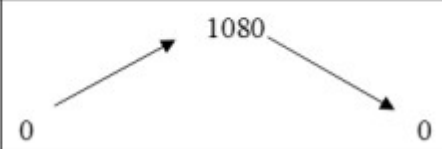
Lời giải

Tốc độ bơm nước $v(t) = V'(t) = \frac{1}{100}(90t^2 - t^3)$

$$v'(t) = \frac{1}{100}(180t - 3t^2)$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 60 \end{cases}$$

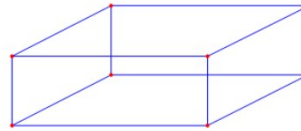
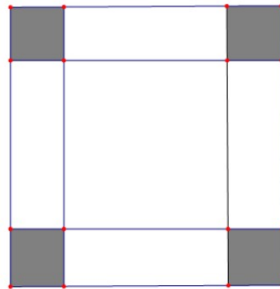
Bảng biến thiên:

t	0	60	90	
$v'(t)$	0	+	0	-
$v(t)$				

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tốc độ bơm nước lớn nhất bằng 1080.

Trả lời: 1080

Câu 2. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 40 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?



Lời giải

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $40 - 2x$ (cm).

Vậy diện tích đáy hình hộp $S = (40 - 2x)^2$ (cm²).

Ta có: $\begin{cases} x > 0 \\ 40 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 20 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 20).$

Thể tích của hình hộp là: $V = S.h = x.(40 - 2x)^2$.

Xét hàm số: $y = x.(40 - 2x)^2$ trên khoảng $(0; 20)$

Ta có: $y' = (40 - 2x)^2 - 4x(40 - 2x) = (40 - 2x)(40 - 6x)$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20(L) \\ x = \frac{20}{3}(N) \end{cases}$$

x	0	$\frac{20}{3}$	20
y'		+	-
y		$\frac{128000}{27}$	

0 → → 0

Vậy: $x = \frac{20}{3} \approx 6,67$ (cm) thì khối hộp có thể tích lớn nhất.

Trả lời: 6,67

Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức

$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$; $f(t)$ được tính bằng nghìn người (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Khi đó, số dân tối đa của thị trấn không vượt quá bao nhiêu nghìn người?

Lời giải

Ta có $f'(t) = \frac{120}{(t + 5)^2} > 0$ ($\forall t \neq -5$) luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$. Nên hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Ta lại có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{26t + 10}{t + 5} = 26$. Do đó đồ thị hàm số $f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$.

Vì vậy dân số của thị trấn đó không thể vượt quá 26 nghìn người.

Trả lời: 26

Câu 4. Ông A dự định sử dụng hết 6,7 m² kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu m³ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi x (m) là chiều rộng bể cá, h (m) là chiều cao bể cá, ta có chiều dài là $2x$ (m).

(Đk: $x, h > 0$)

Ta có: $2x \cdot x + 2(xh + 2xh) = 6,7 \Rightarrow h = \frac{6,7 - 2x^2}{6x}$

Do $h > 0$ nên $0 < x < \sqrt{\frac{6,7}{2}}$

Thể tích bể cá:

$$V = 2x \cdot x \cdot h = \frac{6,7x - 2x^3}{3}$$

$$V'(x) = \frac{6,7 - 6x^2}{3}$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{6,7}{6}} & (n) \\ x = -\sqrt{\frac{6,7}{6}} & (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt{\frac{6,7}{6}}$	$\sqrt{\frac{6,7}{2}}$	
y'		+	0	-
y	0	$1,57m^3$	0	

Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $1,57 m^3$.

Trả lời: 1,57

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; 3)$, $B(-1; -1; 2)$ và $C(-3; -2; 2)$. Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{BA} = (2; 0; 1)$, $\vec{BC} = (-2; -1; 0)$.

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{2 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 0}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2}} = -0,8$$

Suy ra

Trả lời: - 0,8

Câu 6. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 0,08 km sử dụng radar được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Hãy tính khoảng cách từ máy bay tại vị trí A có tọa độ $(-20; 40; 10)$ đến radar được đặt trên đỉnh tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Hình 18

Lời giải

Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$; điểm $A(-20; 40; 10)$.

Vậy khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-20-0)^2 + (40-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 45,8 \text{ (km)}$$

Trả lời: 45,8