|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT HUYỆN THUẬN THÀNH** | **ĐỀ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI**  **NĂM HỌC: 2022-2023**  ***Thời gian làm bài: 150 phút*** |

**Bài 1: (6,0 điểm)**

1. Cho biểu thức 

a. Rút gọn . Tìm  để  nhận giá trị nguyên.

b. Tìm giá trị lớn nhất của .

2. Cho  với là các số thỏa mãn: .

Chứng tỏ rằng:

**Bài 2: (6,0 điểm)**

1. Cho

Chứng minh rằng chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên .

2. Tìm giá trị trị nhỏ nhất của biểu thức: 

3. Cho  và  là các số tự nhiên thoả mãn 

Chứng minh rằng:  và là các số chính phương.

**Bài 3: (6,0 điểm)**

Cho  vuông tại  lấy điểm  bất kì trên cạnh . Gọi ,  lần lượt là điểm đối xứng của  qua  và 

1. Chứng minh tứ giác  là hình thang.

2. Tìm vị trí của để trở thành một hình bình hành, hình chữ nhật được không. ?

3. Xác định vị trí củađể tam giáccó diện tích lớn nhất?

**Bài 4: (2,0 điểm)**

Có hay không hai số nguyên dương  và  có tổng bằng 2022 và tích của chúng chia hết cho 2022.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI**

**HUYỆN THUẬN THÀNH**

**NĂM HỌC: 2020 – 2021**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (6,0 điểm)**

1. Cho biểu thức 

a. Rút gọn . Tìm  để  nhận giá trị nguyên.

b. Tìm giá trị lớn nhất của .

2. Cho  với là các số thỏa mãn: .

Chứng tỏ rằng:

Lời giải

1. a. Điều kiện xác định:



Vìnên. Do đó

\*) 

\*)

\*)

Vậy các giá trị cần tìm

b.Với nhận xét ở trên và . Do đókhi .

2.

Ta có 



⇒

Do đó: (*đpcm*).

**Bài 2: (6,0 điểm)**

1. Cho

Chứng minh rằng chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên.

2. Tìm giá trị trị nhỏ nhất của biểu thức:

3. Cho  và  là các số tự nhiên thoả mãn 

Chứng minh rằng:  và là các số chính phương.

**Lời giải**

1. Ta có. Khi đó :



Áp dụng kết quả trên ta có :mànên

2.



Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

Vậykhi a=1

3.



Gọi.

Khi đó :

Mà

Như vậy: . Từ đó, theo (1) suy ra: và là các số chính phương.

**Bài 3: (6,0 điểm)**

Cho  vuông tại  lấy điểm  bất kì trên cạnh . Gọi ,  lần lượt là điểm đối xứng của  qua  và 

1. Chứng minh tứ giác  là hình thang.

2. Tìm vị trí của để trở thành một hình bình hành, hình chữ nhật được không.

3. Xác định vị trí củađể tam giáccó diện tích lớn nhất?

Lời giải

1. Theo giả thiết suy ra:



Mà hai góc này ở vị trí trong cùng phía nên

là hình thang.

2.Vìlà hình thang có hai đáy lànên:

+ Để là hình bình hành thì cần thêm 

Màlà trung điểm của.

Vậylà hình bình hành khilà trung điểm của.

+ Đểlà hình chữ nhật thì điều kiện trước hếtlà hình bình hành, khi đólà trung điểmvà hay tức là  vuông cân tại.

Vậy để  là hình chữ nhật thì cần  vuông cân tạivàlà trung điểmcủa.

3. Gọitheo thứ tự là giao điểm của  và , và .

Dễ thấyvuông tạinên

Theo địnhlý Ta-let ta có:



Cách 1) Mặt khác ta có:



Đẳng thức xảy ra khi hay là trung điểm của.

Vậycó diện tích lớn nhất khilàtrung điểmcủa.

Cách 2)

Do BH + CH = BC không đổi, nên áp dụng hệ quả bất đẳng thức Cauchy ta có  đạt giá trị lớn nhất khi hay là trung điểm của.

Vậycó diện tích lớn nhất khilàtrung điểmcủa.

Cách 3)

Áp dụng bất đẳng thức ta có:



**Bài 4: (2,0 điểm)**

Có hay không hai số nguyên dương a và b có tổng bằng 2022 và tích của chúng chia hết cho 2022.

**Lời giải**

Giả sử tồn tạisố nguyên dươngthỏa mãn yêu cầu bài toán. Tức là:



Từsuy ra:

Từsuy ra nếu a hoặc b chia hết chothì số còn lại cũng chia hết cho. Do đó: 

Lập luận tương tự :và

Vìlà các số nguyên tố cùng nhau nên

hay

Điều này mâu thuẫn với , do đó điều giả sử là Sai.

Vậy không tồn tạisố nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**