

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT DÂN TỘC NỘI TRÚ THANH HÓA**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**RÈN LUYỆN CHO HỌC SINH SỬ DỤNG CÔNG THỨC
TỶ SỐ THỂ TÍCH ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN HÌNH
HỌC KHÔNG GIAN LỚP 12**

**Người thực hiện: Nguyễn Thị Nhung
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc lĩnh vực (môn): Toán**

THANH HOÁ NĂM 2017

MỤC LỤC

PHẦN MỞ ĐẦU	2
<i>Lí do chọn đề tài</i>	<i>2</i>
PHẦN NỘI DUNG	3
A. Cơ sở lí luận.....	3
B. Thực trạng của đề tài.....	4
C. Giải quyết vấn đề.....	5
I . Cơ sở lí thuyết	5
II. Một số dạng bài tập	6
<i>1. Rèn luyện cho học sinh sử dụng công thức tỉ số thể tích giải bài toán tính tỉ số</i> <i>thể tích các khối đa diện</i>	<i>6</i>
<i>2. Rèn luyện cho học sinh sử dụng công thức tỉ số thể tích giải bài toán</i> <i>tính khoảng cách</i>	<i>12</i>
<i>3. Rèn luyện cho học sinh sử dụng công thức tỉ số thể tích giải bài toán chứng</i> <i>minh đẳng thức và bất đẳng thức hình học</i>	<i>16</i>
KẾT LUẬN	19

MỞ ĐẦU

Lý do chọn đề tài:

Toán học là một ngành khoa học gắn liền với những suy luận logic chặt chẽ, tính chính xác và ngắn gọn. Trong quá trình giảng dạy, tôi nhận thấy học sinh rất ngại học môn hình học không gian vì các em thường có tâm lí: Bài tập trong phần này quá khó, hình vẽ không trực quan, không biết cách trình bày lời giải một bài toán mạch lạc, logic. Chính vì thế có rất nhiều học sinh học yếu môn học này, về phần giáo viên cũng gặp không ít khó khăn khi truyền đạt nội dung kiến thức. Trong những năm gần đây, trong đề thi tuyển sinh vào Đại học, Cao đẳng thường gặp các bài toán tính thể tích của các khối đa diện và một số bài toán liên quan đến thể tích của khối đa diện, học sinh thường tỏ ra lúng túng khi giải dạng toán này...

Qua nhiều năm giảng dạy môn học này tôi cũng đúc kết được một số kinh nghiệm. Với mong muốn góp phần rèn luyện tư duy sáng tạo của học sinh, khơi dậy được hứng thú học tập yêu thích môn Toán qua các bài toán thể tích trong hình học, tôi đã tìm tòi qua sách báo, đồng nghiệp để tìm ra phương pháp, cách giải bài tập phù hợp với học sinh.

A. CƠ SỞ LÝ LUẬN:

Khi giải một bài toán về hình học không gian ngoài yêu cầu đọc kỹ đề bài ,phân tích giả thuyết bài toán ,vẽ hình đúng ta còn phải chú ý đến nhiều yếu tố khác như : Cần xác định thêm các yếu tố khác trên hình vẽ,nội dung kiến thức nào liên quan đến vấn đề được đặt ra,trình bày bài như thế nào cho đúng đắn ... Ngoài ra chúng ta còn nắm vững hệ thống lí thuyết ,phương pháp tính thể tích cho từng dạng toán. Vì vậy trong quá trình giảng dạy, giáo viên cần chú trọng gợi động cơ học tập , phát huy tính chủ động sáng tạo của học sinh trong việc lĩnh hội tri thức. Từ đó kích thích các em phát triển tư duy một cách tốt hơn.

Để giúp các em học tốt hơn, giáo viên cần tạo cho học sinh hứng thú học tập, cần cho học sinh thấy được nhu cầu nhận thức là quan trọng. Con người muốn phát triển cần phải có tri thức, cần phải học hỏi. Giáo viên cần biết định hướng, giúp đỡ từng đối tượng học sinh phù hợp với năng lực của của các em, xây dựng cho các em niềm say mê tìm kiếm, khám phá tri thức.

B.THỰC TRẠNG ĐỀ TÀI:

1.Thời gian và các bước tiến hành:

 Tìm hiểu đối tượng học sinh khối 12 các năm học :2014-2015 ,2015-2016, 2016-2017

2.Khảo sát chất lượng đầu năm môn hình học:

 Thông qua việc cho học sinh làm bài tập hình học không gian kết quả thu được có 25% học sinh lớp cơ bản và 75% lớp nâng cao có thể vẽ đúng hình và làm được một số ý đơn giản.

3. Tìm hiểu nguyên nhân dẫn đến kết quả trên:

 Tôi nhận thấy đa số học sinh có kết quả chưa cao. Vì vậy việc lĩnh hội kiến thức và rèn luyện kĩ năng ở học sinh đòi hỏi nhiều công sức và thời gian. Sự nhận thức của học sinh thể hiện khá rõ ở các điểm sau:

- Kiến thức cơ bản nắm chưa chắc.
- Ý thức học tập của học sinh chưa thực sự tốt.
- Học sinh có tâm lí sợ học môn hình học.

 Đây là môn học đòi hỏi tư duy, thực sự khó đối với học sinh . Nhiều em hổng kiến thức từ lớp dưới, ý thức học tập chưa cao nên chưa xác định được động cơ học tập, chưa thấy được ứng dụng của môn hình học trong đời sống hàng ngày.

 Giáo viên cần nắm rõ tình hình từng đối tượng học sinh, để có biện pháp giúp đỡ các em, song song với việc bồi dưỡng học sinh khá giỏi cần giúp đỡ học sinh yếu kém. Bằng biện pháp rèn luyện tích cực và phân tích nội dung một cách thích hợp.

C. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ:

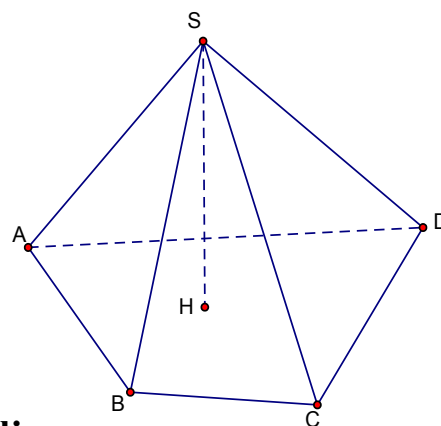
I. CƠ SỞ LÝ THUYẾT:

1. Công thức tính thể tích của khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} B.h$$

trong đó B : diện tích đa giác đáy

h : chiều cao

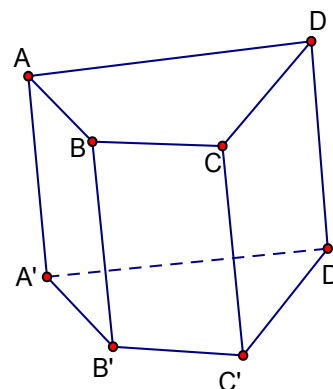


2. Công thức tính thể tích của khối lăng trụ:

$$V = B.h$$

trong đó B : diện tích đa giác đáy

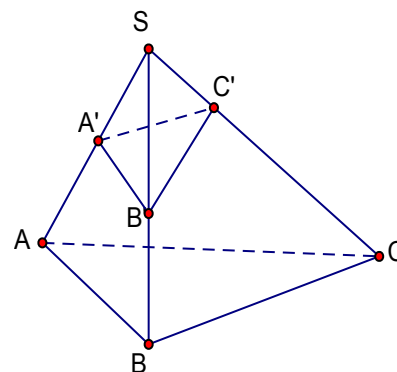
h : chiều cao



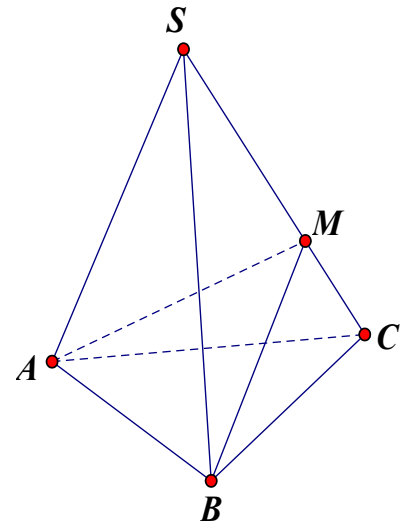
3. Công thức tỉ số thể tích của 2 khối chóp

Cho khối chóp $SABC$, $A' \in SA, B' \in SB, C' \in SC$.

$$\text{Khi đó: } \frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}.$$



Đặc biệt : $M \in SC \Rightarrow \frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{SM}{SC}$



II. MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP :

Dạng 1: Rèn luyện cho học sinh sử dụng công thức tỉ số thể tích giải bài toán tính tỉ số thể tích các khối đa diện.

Phương pháp: Để tính thể tích của hai khối chóp tam giác có chung một đỉnh các đỉnh của khối chóp này nằm trên các cạnh của khối chóp kia chúng ta có thể nghĩ đến giải bài toán bằng phương pháp sử dụng công thức tỉ số thể tích.

Bài 1 : Cho hình chóp $SABCD$. Gọi G là trọng tâm $\triangle SBC$, mp(α) qua G song song (ABC) cắt SA, SB, SC tại A', B', C' Chia khối chóp thành hai phần.

Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

Nhận xét

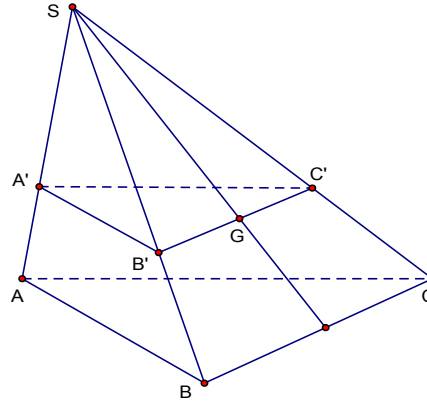
Nhận thấy 3 điểm A', B', C' nằm trên 3 cạnh SA, SB, SC nên ta tính được tỉ số

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{ABC}}, \text{ do đó sẽ tính được tỉ số } \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{A'B'C'ABC}}$$

Giải:

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SA'B'C'}}{V_{A'B'C'ABC}} = \frac{8}{19}$$



Bài 2: Cho tứ diện $SABC$ lấy M, N thuộc SA, SB sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{NB} = 2$.

Mặt phẳng (α) qua MN song song với SC chia tứ diện thành hai phần.

Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

Nhận xét:

-Ta xác định được thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp, nên ta xác định được mặt phẳng (α) chia khối chóp thành hai khối đa diện có thể tích V_1, V_2

-Theo bài toán 1, ta có thể tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$

-Ta không thể tính trực tiếp tỉ số $\frac{V_1}{V}$ mà ta phải phân chia khối đa diện có thể tích V_1 thành các khối chóp tam giác có thể tính được tỉ số thể tích với khối chóp $SABC$

Giải:

Ta có thiết diện là hình thang $MNEF$ ($MF \parallel NE$)

Đặt $V = V_{SABCD}$, $V_1 = V_{MNEFCS}$, $V_2 = V_{MNEFAB}$ Mà $V_1 = V_{SCEF} + V_{SFME} + V_{SMNE}$

$$\frac{V_{SCEF}}{V_{SABC}} = \frac{CF}{CA} \cdot \frac{CE}{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{V_{SFME}}{V_{SFEA}} = \frac{SM}{SE} \cdot \frac{SE}{SA} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$$

Giải:

Kẻ $MN \parallel CD$ ($N \in SD$) $\Rightarrow$ Hình thang $ABMN$ là thiết diện của khối chóp khi cắt bởi mp(ABM)

$$\frac{V_{SANB}}{V_{SADB}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SANB} = \frac{1}{2} V_{SABD} = \frac{1}{4} V_{SABCD}$$

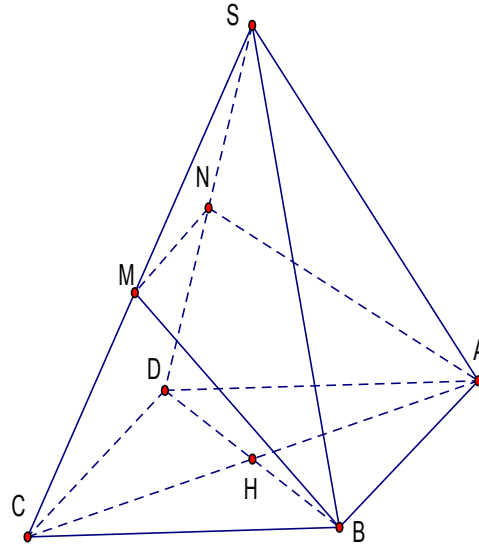
$$\frac{V_{SBMN}}{V_{SBCD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{SBMN} = \frac{1}{4} V_{SBCD} = \frac{1}{8} V_{SABCD}$$

$$\text{mà } V_{SABMN} = V_{SANB} + V_{SBMN} = \frac{3}{8} V_{SABCD}$$

$$\Rightarrow V_{MNABCD} = \frac{5}{8} V_{SABCD}$$

$$\text{Do đó : } \frac{V_{SABMN}}{V_{MNABCD}} = \frac{3}{5}$$



****Một số học sinh cho rằng:** $\frac{V_{SABMN}}{V_{SABCD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{V_{SABMN}}{V_{MNABCD}} = \frac{1}{3}$. Ở đây

các em đã nhầm lẫn áp dụng công thức tỉ số thể tích cho khối chóp tứ giác.

Chú ý :

- Một vấn đề mà học sinh thường mắc sai lầm trong khi giải, một số học sinh cho rằng:

$$\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} \quad (A', B, C', D' \text{ là các điểm thuộc } SA, SB, SC, SD).$$

Vì thế thông qua bài tập này giáo viên phải nhấn mạnh cho học sinh tỉ số thể tích chỉ áp dụng cho khối chóp tam giác.

Bài 4 : Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ có cạnh là a . Gọi K là trung điểm BC , I là tâm mặt bên $CC'D'D$. Tính thể tích các khối đa diện do mặt phẳng (AKI) chia hình lập phương.

Giải :

Gọi $E = AK \cap DC$, $M = IE \cap CC'$, $N = IE \cap DD'$

mặt phẳng (AKI) chia hình lập phương thành thành 2 đa diện $V_1 = V_{KMCAND}$ và V_2

$$= V_{KBB'C'MAA'D'N}$$

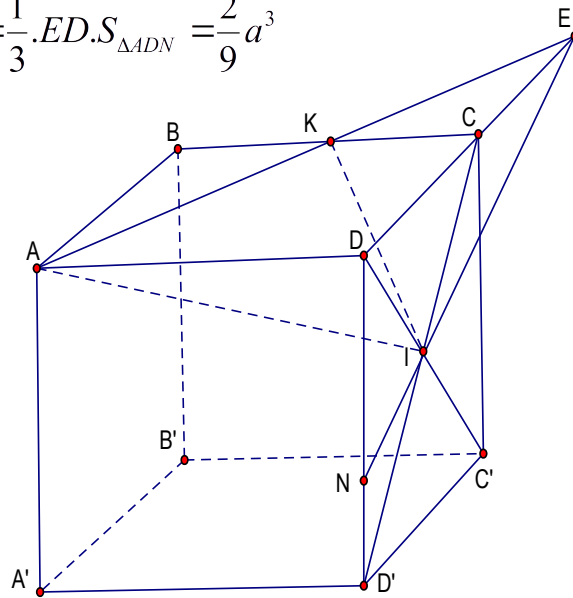
$$V_{lp} = V_{ABCD A'B'C'D'} = a^3, \quad V_{EAND} = \frac{1}{3} \cdot ED \cdot S_{\triangle ADN} = \frac{2}{9} a^3$$

$$\frac{V_{EKMC}}{V_{EAND}} = \frac{EK}{EA} \cdot \frac{EM}{EN} \cdot \frac{EC}{ED} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{7}{8} \cdot V_{EAND} = \frac{7}{36} a^3$$

$$V_2 = V_{lp} - V_1 = \frac{29}{36} a^3.$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{29}$$



Chú ý: Việc tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện V_1, V_2 không nhất thiết phải

đi lập được tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ ngay mà có thể tính V_1, V_2 , sau đó tính $V_2 = V - V_1$ và từ đó

ta tính được tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

Bài 5. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , (α) qua AG song song BC cắt SB, SC tại M, N . Tính thể tích của khối chóp $SAMN$?

Nhận xét:

-Vì các điểm M, N là đỉnh của khối chóp $SAMN$ nằm trên các cạnh SB, SC của khối chóp SAB nên ta tính được tỉ số thể tích của hai khối chóp $SABC$ và $SAMN$.

-Ta tính thể tích của khối chóp $SABC$

-Do đó ta sẽ tính được thể tích của khối chóp $SAMN$.

Giải:

Gọi I là trung điểm của BC , G là trọng tâm của ΔSBC

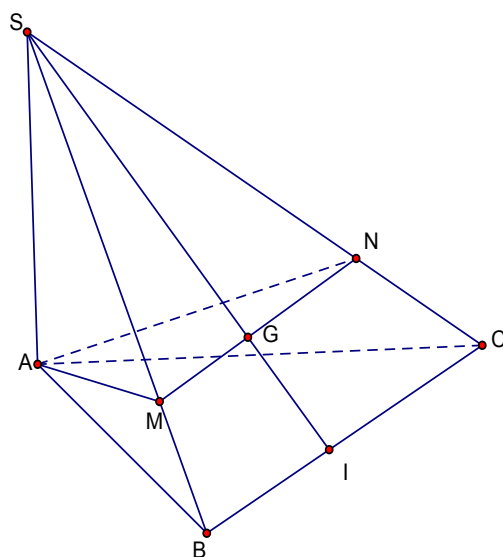
$$\Rightarrow \frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$$

$$SA^2 = SH \cdot SC \Rightarrow \frac{SH}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4a^2}{7a^2} = \frac{4}{7}$$

$$SA^2 = SK \cdot SB \Rightarrow \frac{SK}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{4a^2}{8a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow V_{SAMN} = \frac{4}{9} V_{SABC} = \frac{2a^3}{27} \quad (\text{đvtt})$$



****Ta có thể giải bài toán bằng phương pháp tính trực tiếp** $V_{SAMN} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta AMN}$.

Bài 6. Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$.

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, CD . Tính thể tích khối chóp $AMNP$.

(Đề thi CD –KA-2009)

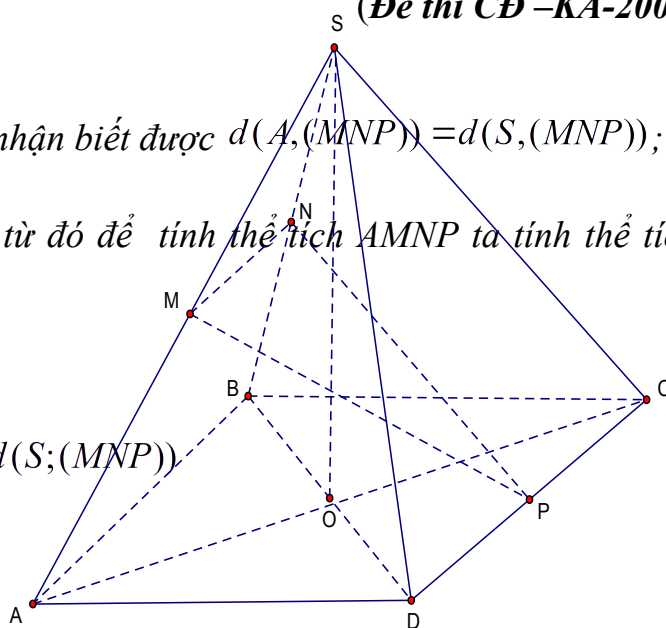
Nhận xét:

-Ở bài toán này cơ bản là chúng ta nhận biết được $d(A, (MNP)) = d(S, (MNP))$;

-Ta tính được tỉ số thể tích $\frac{V_{SMNP}}{V_{SABP}}$ từ đó để tính thể tích $AMNP$ ta tính thể tích $SMNP$

Giải:

Ta có: $MS = MA \Rightarrow d(A, (MNP)) = d(S, (MNP))$.



$$\Rightarrow V_{AMNP} = V_{SMNP}$$

$$\text{Do } \frac{V_{SMNP}}{V_{SABP}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{1}{4}$$

$$\text{mà } V_{SABP} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\Delta ABD}$$

$$\Rightarrow V_{SMNP} = \frac{1}{24} a \cdot a \cdot \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{48}$$

Dạng 2: Rèn luyện cho học sinh sử dụng công thức tỉ số thể tích để giải các bài toán về khoảng cách :

Các bài toán xác định khoảng cách thường gặp là: khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường chéo nhau. Việc sử dụng phương pháp tổng hợp để xác định hình chiếu vuông góc của điểm lên mặt phẳng hay xác định độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau là điều mà hầu hết các em học sinh cho rằng khó khăn, vì thế cho nên các em thường bỏ qua những câu đó không làm. Để giải quyết phần nào về vấn đề này tác giả đưa ra một số bài toán có thể sử dụng thể tích để tính được khoảng cách nêu trên.

Phương pháp: Để giải dạng bài toán này chúng ta sử dụng công thức:

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{B}$$

Bài 1. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) .

Nhận xét:

Để tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) ta cần tính thể tích của khối chóp $A. SBC$

Giải :

Ta có

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} \text{ mà } S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3$$

$$\frac{V_{SABC}}{V_{ASBC}} = 1 \Rightarrow V_{ASBC} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3$$

Gọi M là trung điểm của BC

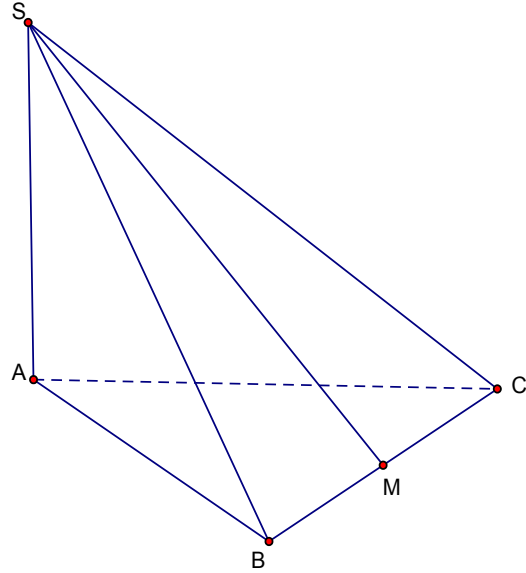
Ta có:

$$SB = SC = 4a^2 + 3a^2 = 7a^2$$

$$\Rightarrow SM^2 = SB^2 - BM^2 = \frac{25}{4} a^2$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5a}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{Khi đó: } d(A, (SBC)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{6a}{5}$$



Bài 2. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm BC , hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) thỏa mãn $\overline{IA} \perp \overline{IH}$. Góc giữa SC và (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách từ K đến (SAH) , (K là trung điểm SB).

Nhận xét :

- Do $K \in SB$, ta tính được tỉ số thể tích $\frac{V_{SAHK}}{V_{SAHB}}$

- Ta tính được thể tích khối chóp $SAHB$ do đó ta tính được thể tích khối chóp $SAHK$, từ đó ta tính được khoảng cách từ K đến mặt phẳng (SAH) .

Giải: Ta có

$$HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2.AC.AH.\cos 45^0$$

$$\Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$SH = HC.\tan 60^0 = \frac{\sqrt{15}}{2}a$$

Mà $BI \perp (SAH)$

$$\frac{V_{SAHK}}{V_{SAHB}} = \frac{SK}{SB} = \frac{1}{2}$$

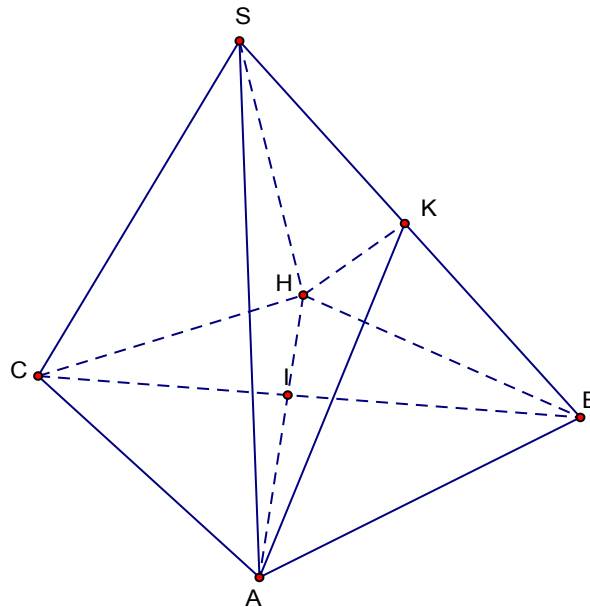
Mặt khác:

$$S_{\Delta SAH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^2\sqrt{15}}{8}$$

$$\Rightarrow V_{SAHB} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3a^2\sqrt{15}}{8} = \frac{a^3\sqrt{15}}{8}$$

Khi đó: $V_{SAHK} = \frac{a^3\sqrt{15}}{16}$

$$\text{mà } V_{SAHK} = \frac{1}{3} \cdot d(K, (SAH)) \cdot S_{\Delta SAH} \Rightarrow d(K, (SAH)) = \frac{\frac{3a^3\sqrt{15}}{16}}{\frac{3a^2\sqrt{15}}{8}} = \frac{a}{2}$$



Chú ý:

Ta nhận thấy K là trung điểm của SB nên khoảng cách từ K đến (SAH) bằng một nửa khoảng cách từ B đến (SAH) do đó ta chỉ cần tính khoảng cách từ B đến (SAH). Điều này ít học sinh nhận thấy được nên khi dạy giáo viên nên hướng dẫn cho học sinh để các em vận dụng vào những bài toán khác.

Các bài toán xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b chuyển về bài toán xác định khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng như đã xét ở trên bằng cách xác định một mặt phẳng chứa đường thẳng này song song với đường thẳng kia

Bài 3: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thoi $ABCD$ có SO vuông góc với đáy và O là giao điểm của AC và BD . Giả sử $SO = 2\sqrt{2}$, $AC = 4$, $AB = \sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính khoảng cách giữa SA và BM .

(Đề thi ĐH-KA 2004)

Nhận xét :

-Ta xác định được mặt phẳng (α) chứa SA song song với BM

-Tính khoảng cách giữa SA và BM bằng khoảng cách từ một điểm trên SA đến mặt phẳng (α) . Khi đó chuyển về bài toán tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Giải :

Ta có: $OM \parallel SA \Rightarrow SA \parallel (OBM)$

$\Rightarrow d(SA, BM) = d(SA, (MOB)) = d(S, (MOB)) = d(C, (MOB))$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{SOBC} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

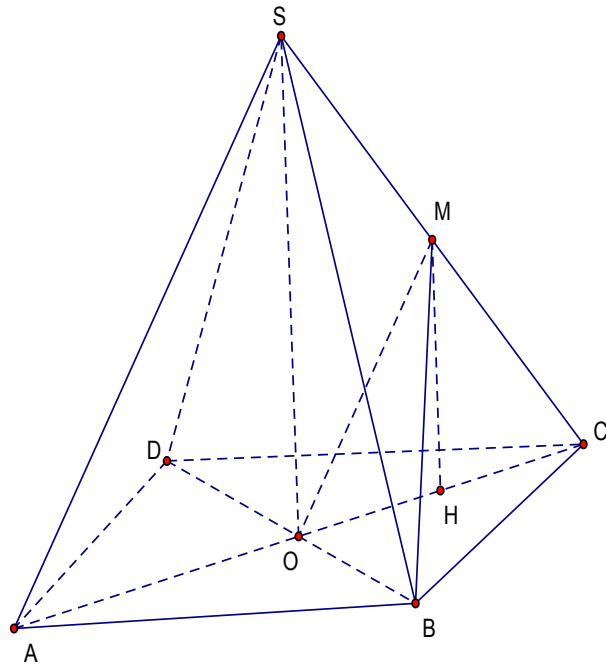
$$\text{Ta có } \frac{V_{SOBC}}{V_{MOBC}} = \frac{SC}{MC} = 2$$

$$\Rightarrow V_{MOBC} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$S_{\Delta MOB} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{mà } V_{MOBC} = \frac{1}{3} \cdot d(C, (MOB)) \cdot S_{\Delta MOB}$$

$$\Rightarrow d(C, (MOB)) = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$



Dạng 3 :Rèn luyện cho học sinh sử dụng công thức tỉ số thể tích để giải các bài toán chứng minh đẳng thức hình học

Phương pháp: *Để chứng minh các hệ thức trong khối đa diện ta có thể sử dụng kiến thức thể tích để giải bằng cách gắn bài toán cần chứng minh vào một hệ thức nào đó về thể tích.*

Bài 1. Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$. Trên các cạnh SA, SB, SC lấy các điểm

A_1, B_1, C_1 sao cho $\frac{SA_1}{SA} = \frac{2}{3}, \frac{SB_1}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SC_1}{SC} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng qua A_1, B_1, C_1 cắt SD tại

D_1 . Chứng minh : $\frac{SD_1}{SD} = \frac{2}{5}$

Nhận xét :

-Các điểm A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh SA, SB, SC, SD nên ta tính được tỉ số thể tích của hai khối chóp $SABCD$ và $SA_1B_1C_1D_1$

-Ta thấy khối chóp $SABCD$ có thể chia thành hai khối chóp $SABC$ và $SADC$ hoặc $SDBC$ và $SABD$; khối chóp $SA_1B_1C_1D_1$ có thể chia thành hai khối chóp $SA_1B_1C_1$ và $SA_1C_1D_1$ hoặc $SA_1D_1B_1$ và $SC_1D_1B_1$. Chúng ta sử dụng công thức tỉ số thể tích để tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $SA_1B_1C_1D_1$ và $SABCD$ theo hai cách chia khối đa diện trên.

-Từ đó ta tính được tỉ số $\frac{SD_1}{SD}$.

Giải:

Ta có $V_{SABCD} = V_{SBCD} + V_{SCDA} = V_{SDAB} = \frac{V}{2}$

$$\frac{V_{SA_1B_1C_1}}{V_{SABC}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC} = \frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{V_{SA_1D_1C_1}}{V_{SADC}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SD_1}{SD} \cdot \frac{SC_1}{SC} = \frac{2}{9} \cdot \frac{SD_1}{SD} \quad (2)$$

Cộng vế với vế (1) và (2) ta có:

$$\frac{V_{SA_1B_1C_1D_1}}{\frac{1}{2}V} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \cdot \frac{SD_1}{SD} \quad (3)$$

Tương tự:

$$\frac{V_{SA_1B_1D_1}}{V_{SABD}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SD_1}{SD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{SD_1}{SD} \quad (4)$$

$$\frac{V_{SB_1C_1D_1}}{V_{SBCD}} = \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC} \cdot \frac{SD_1}{SD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{SD_1}{SD} \quad (5)$$

Cộng vế với vế (4) và (5) ta có:

$$\frac{V_{SA_1B_1C_1D_1}}{\frac{1}{2}V} = \frac{1}{9} \cdot \frac{SD_1}{SD} \quad (6)$$

$$\text{Từ (3) và (6) ta có } \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \cdot \frac{SD_1}{SD} = \frac{1}{9} \cdot \frac{SD_1}{SD} \Rightarrow \frac{SD_1}{SD} = \frac{2}{5}$$

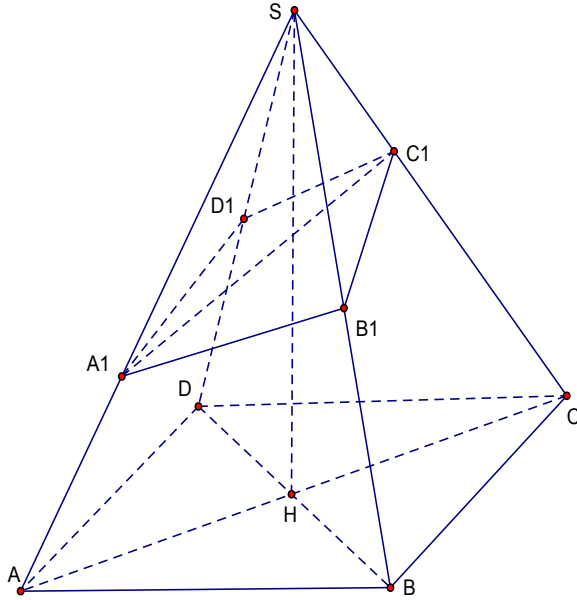
Bài 2. Cho tứ diện $OABC$, lấy điểm M trong tam giác ABC , các đường thẳng qua M song song OA, OB, OC cắt các mặt OBC, OCA, OAB tại A_1, B_1, C_1 .

$$\text{Chứng minh: } \frac{MA_1}{OA} + \frac{MB_1}{OB} + \frac{MC_1}{OC} = 1.$$

Nhận xét :

-Với điểm M nằm trong tam giác ABC ta có thể chia khối chóp $OABC$ thành ba khối chóp tam giác có đỉnh M

-Ta tính tỉ số thể tích của các khối chóp đó với khối chóp $OABC$ và thiết lập được đẳng thức cần chứng minh.



Giải :

Nối M với O, A, B, C khi đó ta có

$$V_{OABC} = V_{MOAB} + V_{MOBC} + V_{MOAC}$$

$$1 = \frac{V_{MOAB}}{V_{OABC}} + \frac{V_{MOBC}}{V_{OABC}} + \frac{V_{MOCA}}{V_{OABC}}$$

Kẻ $AH \perp (OBC), MK \perp (OBC)$

$$\Rightarrow AH \parallel MK$$

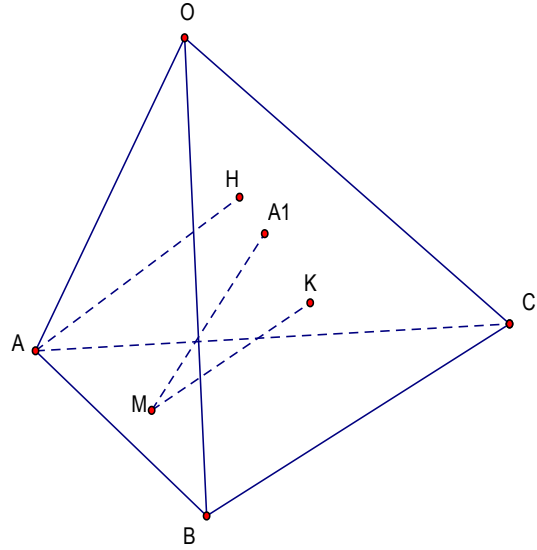
$$\Delta OAH \sim \Delta A_1MK \Rightarrow \frac{OA}{MA_1} = \frac{AH}{MK}$$

$$\frac{V_{MOBC}}{V_{OABC}} = \frac{MK}{AH} = \frac{MA_1}{OA} \quad (1)$$

Tương tự ta có:

$$\frac{V_{MOAB}}{V_{OABC}} = \frac{MC_1}{OC} \quad (2) \quad ; \quad \frac{V_{MOCA}}{V_{OABC}} = \frac{MB_1}{OB} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1),(2) và (3) ta có: } \frac{MA_1}{OA} + \frac{MB_1}{OB} + \frac{MC_1}{OC} = 1.$$



KẾT LUẬN

Trong đề tài này tác giả đã hệ thống được một số dạng bài tập về ứng dụng công thức tỉ số thể tích trong các bài toán cơ bản, bài toán thi ĐH.

Đối với mỗi dạng bài tập tác giả đã cố gắng đưa kỹ năng tìm lời giải bài toán, cách hướng dẫn học sinh tìm lời giải cho một số bài toán cụ thể. Thực tế cho thấy, học sinh rất hào hứng và thích thú khi tôi thực hiện đề tài này trong các tiết học và kết quả tương đối khả quan. Tuy đề tài hữu ích xong đây cũng chỉ là một phương pháp trong nhiều phương pháp để giải bài toán liên quan đến thể tích của khối đa diện

Việc tích cực đọc tài liệu và tập hợp các bài tập thành những dạng cụ thể đề xuất ra định hướng giải các dạng bài tập đó không chỉ là mong muốn của tôi mà là thuộc về tất cả những ai say mê môn toán.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG

ĐƠN VỊ

Thanh hoá , tháng 5 năm 2017

*Tôi xin cam đoan đây là SKKN của
mình viết không sao chép của người khác*

Người viết sáng kiến

Nguyễn Thị Nhung

CÁC TÀI LIỆU THAM KHẢO:

1. Đặng Thế Cấp . *Các PP giải toán PTTH Hình học 11*- Nhà xuất bản Quốc Gia TPHCM.

2. Đâu Thế Cấp. *Toán nâng cao HH11*- Nhà xuất bản Quốc Gia TPHCM.
3. Văn Như Cương. *Sách bài tập hình học 12 nâng cao* - Nhà xuất bản GD.
4. Đoàn Quỳnh - Văn Như Cương . *SGK hình học 12 nâng cao* - Nhà xuất bản GD.
5. Trần Văn Hạo. *SGK hình học 12 cơ bản*- Nhà xuất bản GD.
6. Lê Quang Ánh. *Giải đề thi đại học :chuyên đề hình học không gian*- Nhà xuất bản TPHCM.
7. Lê Quang Ánh. *360 bài toán chọn lọc hình học không gian* - Nhà xuất bản tổng hợp Đồng Nai.
8. Một số đề thi đại học, thi thử ĐH.
9. Các tài liệu liên quan trên mạng.