

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Môn thi : Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 10/4/2021

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{13 + 30\sqrt{4 + \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}}}; \quad B = \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{12 - \frac{4(4 - \sqrt{3})^3}{27}}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{12 - \frac{4(4 - \sqrt{3})^3}{27}}}{2}}.$$

b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(x-1)\sqrt{2x-1} - mx + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình $4\sqrt{3+2x} = 3x - 1 + 4\sqrt{4-x}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy + 4y + 1 = 0 \\ 3x^2 - y(x-y)^2 + 10y + 3 = 0 \end{cases}.$$

Câu 3. (2,5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng 6cm , điểm M nằm trên cạnh BC .

a) Khi $BM = 2\text{cm}$, hạ OK vuông góc với AM tại K . Tính độ dài đoạn thẳng OK .

b) Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC (M không trùng B và C), điểm N thay đổi trên cạnh CD sao cho $\angle MAN = 45^\circ$, E là giao điểm của AN và BD . Chứng minh tam giác AEM vuông cân và đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Câu 4. (4,5 điểm)

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ tiếp xúc ngoài tại A ($R > r$). Dựng lần lượt hai tiếp tuyến $OB, O'C$ của hai đường tròn $(O'; r), (O; R)$ sao cho hai tiếp điểm B, C nằm cùng phía đối với đường thẳng OO' . Từ B vẽ đường thẳng vuông góc với OO' cắt $O'C$ tại K , từ C vẽ đường thẳng vuông góc với OO' cắt OB tại H .

a) Gọi D là giao điểm của OB và $O'C$. Chứng minh $DO \cdot BO' = CO \cdot DO'$ và DA là tia phân giác của góc $\angle DOO'$.

b) Đường thẳng AH cắt đường tròn $(O; R)$ tại E (E khác A). Chứng minh tứ giác $OABE$ nội tiếp đường tròn.

c) Đường thẳng AK cắt đường tròn $(O'; r)$ tại F (F khác A), L là giao điểm của BC và EF . Chứng minh BF song song với CE và 3 điểm A, D, L thẳng hàng.

Câu 5. (5,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức

$$x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 3xy + 6x = 0.$$

b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{1}{x + 2yz} + \frac{1}{y + 2zx} + \frac{1}{z + 2xy}.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Phòng thi: Số báo danh: