TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KIÊN GIANG (CHẾ 2)

NĂM HỌC 2022 – 2023

Câu 1. Biết $f(x)=x^2+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x^2+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-x^2+C$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+1=0$. **B.** $x^2+y^2-z^2-1=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-1=0$. **D.** $x^2+y^2-z^2+1=0$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=3, u_2=9$. Giá trị của u_3 bằng

A. 27. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 5. Gieo đồng thời một con súc sắc 6 mặt và một đồng xu 2 mặt khác nhau. Số phần tử của không gian mẫu bằng

A. 72. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 8.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(x)=23^x$ là

A. $f'(x)=23^x.\ln 23$. **B.** $f'(x)=\frac{23^x}{\ln 23}$.

C. $f'(x)=x.23^{x-1}$. **D.** $f'(x)=23^x.\log 23$.

Câu 7. Trong các số phức dưới đây, số phức nào có phần thực âm?

A. $4-5i$. **B.** $5-4i$. **C.** $5+4i$. **D.** $-4+5i$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ lên (Oxy) có tọa độ là

A. $(3;2;-1)$. **B.** $(-3;-2;0)$. **C.** $(3;2;0)$. **D.** $(0;2;1)$.

Câu 9. Nếu $\int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_{-3}^{5} g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_{-3}^{5}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 2. **D.** -2.

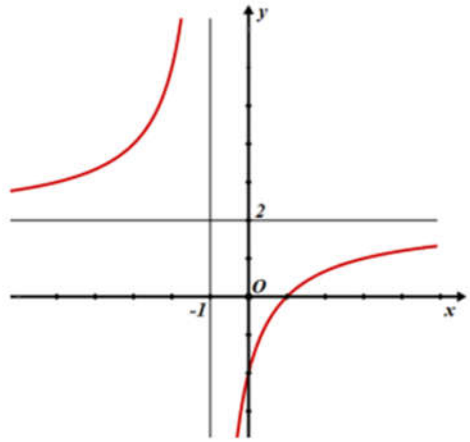
Câu 10. Cho số phức $z=3-4i$. Phần ảo của số phức iz bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** .-4.. **D.** 3.

Câu 11. Với m,n là hai số thực bất kỳ, a là số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}$. **B.** $a^{m.n}=(a^n)^m$. **C.** $a^{m.n}=(a^m)^n$. **D.** $a^{m+n}=a^m+a^n$.

Câu 12. Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

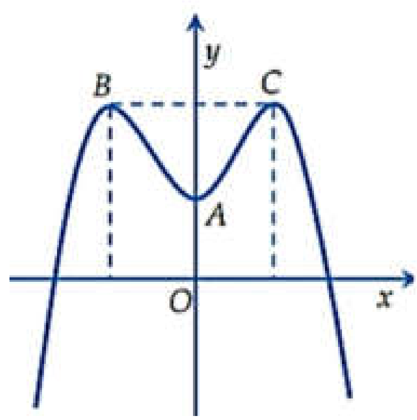
Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M\left(-5;3\right)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-5-3i$. **B.** $-5+3i$. **C.** $5-3i$. **D.** $5+3i$.

Câu 14. Biết hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\sin x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)=\tan x+C$. **B.** $f\left(x\right)=\cos x+C$. **C.** $f\left(x\right)=\cot x+C$. **D.** $f\left(x\right)=-\cos x+C$.

Câu 15. Hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

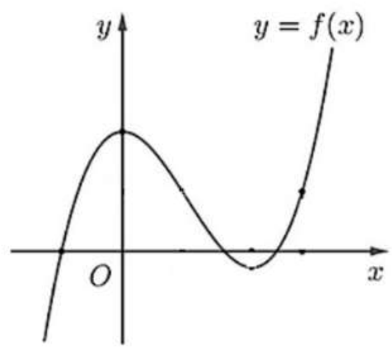
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(3;2;1)$. **D.** $(-3;2;1)$.

Câu 17. Biết hàm số $y=2x^4+x^2-6$ có duy nhất một điểm cực trị. Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;6)$. **B.** $\left(\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$. **C.** $(0;-6)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$.

Câu 18. Hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 19. Cho khối trụ có đường cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	-7	↗	8	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-5;5)$. **C.** $(-7;8)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)\geq 1$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;9]$. **D.** $(9;+\infty)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $-x+2y+3z=0$. **B.** $x+2y-3z=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y+3z=0$.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Biết $SA=4$ và $AB=6$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 48. **B.** 144. **C.** 8. **D.** 32.

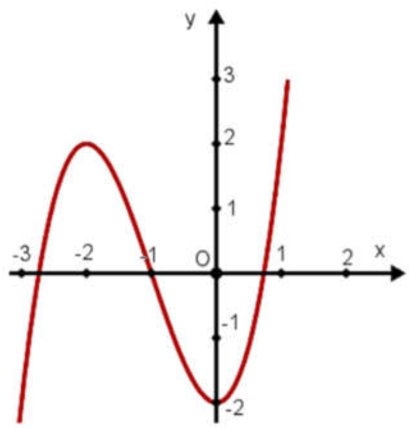
Câu 25. Mặt phẳng (Q) không đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính bằng r. Gọi d là khoảng cách từ O đến (Q). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $R^2 = d^2 - r^2$. **B.** $R^2 = d^2 + r^2$. **C.** $R^2 < d^2 + r^2$. **D.** $R^2 > d^2 + r^2$.

Câu 26. Cho mặt cầu có đường kính $2R$. Diện tích của mặt cầu này bằng

A. $4\pi R^2$. **B.** $\dfrac{32\pi R^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi R^3}{3}$. **D.** $16\pi R^2$.

Câu 27. Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



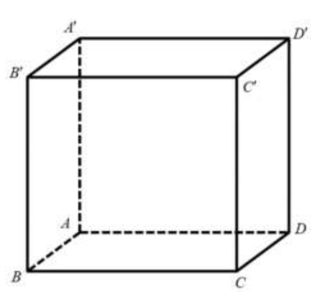
A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 28. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^2 \left[1 - 2f(x)\right]dx$ bằng

A. 3. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'D'$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.



Câu 30. Hỏi phương trình $49^x - 2.7^{x+3} + 685 = 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

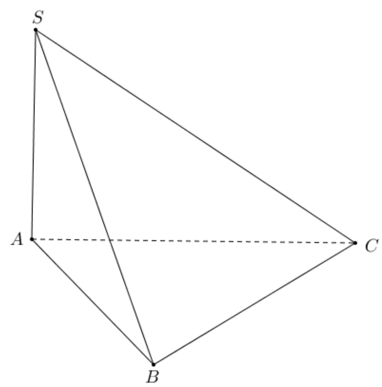
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;1;2)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC đều, $SA=AB=\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{40}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

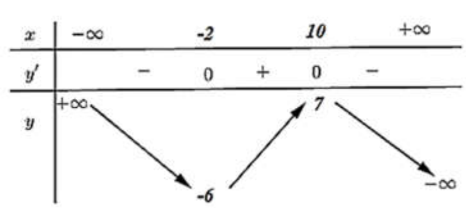
Câu 34. Có 5 bông hoa màu đỏ, 6 bông hoa màu xanh và 7 bông hoa màu vàng (các bông hoa đều khác nhau). Một người chọn ngẫu nhiên ra 4 bông hoa từ các bông trên. Xác suất để người đó chọn được bốn bông hoa có cả ba màu là

A. $\dfrac{11}{612}$. **B.** $\dfrac{35}{68}$. **C.** $\dfrac{35}{1632}$. **D.** $\dfrac{11}{14688}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|z-2i|=|z|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $y+1=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $y-1=0$.

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 11. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(9-x^2)(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

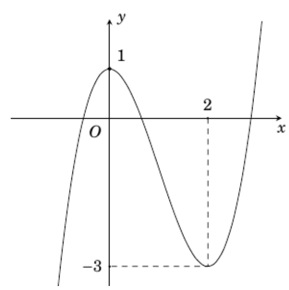
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Tọa độ của điểm N là

A. $(-2;3;-4)$. **B.** $(-2;3;4)$. .**C.** $(2;3;4)$. **D.** $(2;-3;4)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{4}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1. Khoảng cách giữa đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{12}{7}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx-1$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-x|$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

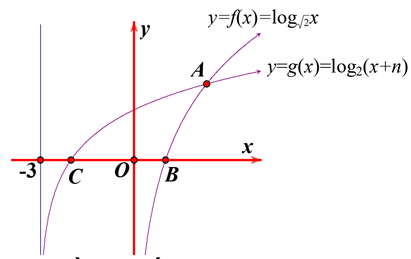
Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;6;0)$, $B(6;0;6)$, $C(0;6;6)$. Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng (ABC) sao cho (P) cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N thỏa mãn thể tích tứ diện $OAMN$ nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $H(1;-3;4)$. **B.** $E(1;5;-3)$. **C.** $D(1;3;2)$. **D.** $F(1;-1;3)$.

Câu 42. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m^2-m+1=0$ với m là tham số thực. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m làm cho phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2=3$. Giá trị của tổng m_1+m_2 bằng

A. $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 43. Đồ thị các hàm số $y=f(x), y=g(x)$ được cho như hình dưới.



Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $3,6$. **B.** $3,8$. **C.** $3,7$. **D.** $3,4$.

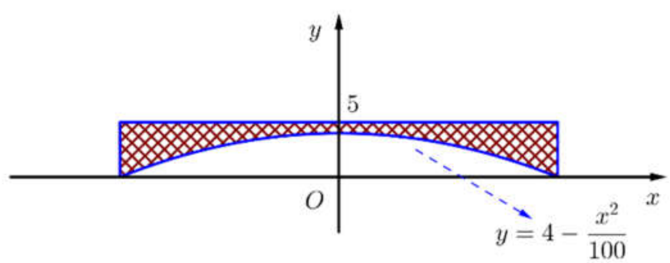
Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{145}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 145.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+x^3+x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** Vô số. **D.** 6.

Câu 46. Hình bên dưới là mặt cắt dọc của một chiếc cầu bê tông (phần tô đậm, các đơn vị đều đo bằng mét).



Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m. Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là

A. $760\ \text{m}^3$. **B.** $960\ \text{m}^3$. **C.** $780\ \text{m}^3$. **D.** $840\ \text{m}^3$.

Câu 47. Biết rằng $\int_1^4 \dfrac{1}{x^4+x}\,dx=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 13$ với a,b,c là các số hữu tỷ (phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $P=a^2-4bc$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=\sqrt{17}a$, $AB=3a, BC=5a$ và $CA=7a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{15\sqrt{17}}{4}a^3$. **B.** $\dfrac{15\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{17}}{4}a^3$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 49. Cho khối cầu (S) có tâm O, bán kính $R=4$ và điểm A thuộc mặt cầu (S). Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A sao cho góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) bằng 60^o. Thiết diện của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** 2π. **D.** 16π.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+(a-9)x^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1=2; x_2=3$ và $x_3=6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 31. **B.** $\dfrac{-32}{27}$. **C.** $\dfrac{-31}{27}$. **D.** 32.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.C	5.B	6.A	7.D	8.C	9.B	10.D
11.D	12.D	13.B	14.D	15.A	16.C	17.C	18.A	19.B	20.D
21.D	22.A	23.D	24.A	25.B	26.A	27.B	28.C	29.D	30.D
31.B	32.C	33.D	34.B	35.D	36.B	37.B	38.A	39.C	40.C
41.C	42.B	43.A	44.C	45.A	46.D	47.B	48.D	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[Mức độ 1]** Biết $f(x)=x^2+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x^2+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-x^2+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(x^2+2x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x^2+C$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}\Leftrightarrow 2x>x-2\Leftrightarrow x>-2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;+\infty)$.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+1=0$. **B.** $x^2+y^2-z^2-1=0$. **C.** $x^2+y^2+z^2-1=0$. **D.** $x^2+y^2-z^2+1=0$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ có dạng:

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0 \text{ với } a^2+b^2+c^2-d>0.$$

Do đó loại phương án $x^2+y^2-z^2-1=0$ và $x^2+y^2-z^2+1=0$.

Xét phương án $x^2+y^2+z^2-1=0$, ta có $a=b=c=0;\ d=-1$, suy ra $a^2+b^2+c^2-d=1>0$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=3,\ u_2=9$. Giá trị của u_3 bằng

A. 27. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $u_2=u_1+d\Rightarrow d=9-3=6\Rightarrow u_3=u_2+6=15$.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Gieo đồng thời một con súc sắc 6 mặt và một đồng xu 2 mặt khác nhau. Số phần tử của không gian mẫu bằng

A. 72. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=6.2=12$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số $f(x)=23^x$ là

A. $f'(x)=23^x.\ln 23$. **B.** $f'(x)=\dfrac{23^x}{\ln 23}$. **C.** $f'(x)=x.23^{x-1}$. **D.** $f'(x)=23^x.\log 23$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=23^x.\ln 23$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Trong các số phức dưới đây, số phức nào có phần thực âm?

A. $4-5i$. **B.** $5-4i$. **C.** $5+4i$. **D.** $-4+5i$.

Lời giải

Số phức $-4+5i$ có phần thực bằng $-4<0$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ lên (Oxy) có tọa độ là

A. $(3;2;-1)$. **B.** $(-3;-2;0)$. **C.** $(3;2;0)$. **D.** $(0;2;1)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ lên (Oxy) có tọa độ là $(3;2;0)$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Nếu $\int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_{-3}^{5} g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_{-3}^{5}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $\int_{-3}^{5}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x-\int_{-3}^{5} g(x)\mathrm{d}x=5-(-3)=8$.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Cho số phức $z=3-4i$. Phần ảo của số phức iz bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** . -4. **D.** 3.

Lời giải

Có $iz=i(3-4i)=4+3i.$

Vậy phần ảo của số phức iz là: 3.

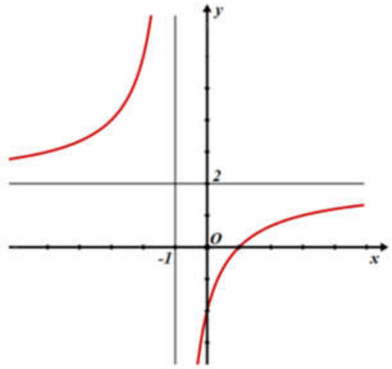
Câu 11. **[Mức độ 1]** Với m,n là hai số thực bất kỳ, a là số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^{m-n}=\dfrac{a^m}{a^n}$. **B.** $a^{m.n}=\left(a^n\right)^m$. **C.** $a^{m.n}=\left(a^m\right)^n$. **D.** $a^{m+n}=a^m+a^n$.

Lời giải

Vì $a^{m+n}=a^m.a^n$ nên khẳng định $a^{m+n}=a^m+a^n$ là sai.

Câu 12. **[Mức độ 1]** Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình là $x=-1$.

Câu 13. [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-5;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-5-3i$. **B.** $-5+3i$. **C.** $5-3i$. **D.** $5+3i$.

Lời giải

Điểm $M(-5;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $-5+3i$.

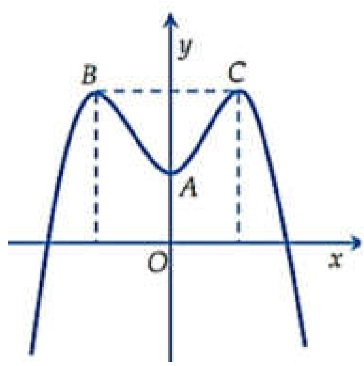
Câu 14. [Mức độ 1] Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=\sin x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=\tan x+C$. **B.** $f(x)=\cos x+C$. **C.** $f(x)=\cot x+C$. **D.** $f(x)=-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $f(x)=-\cos x+C\Rightarrow f'(x)=(-\cos x+C)'=\sin x$.

Câu 15. [Mức độ 1] Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 16. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(3;2;1)$. **D.** $(-3;2;1)$.

Lời giải

Vì đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ nên tọa độ một vectơ chỉ phương của d là $(3;2;1)$.

Câu 17. [Mức độ 1] Biết hàm số $y=2x^4+x^2-6$ có duy nhất một điểm cực trị. Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;6)$. **B.** $\left(\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$. **C.** $(0;-6)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y=2x^4+x^2-6\Rightarrow y'=8x^3+2x$.

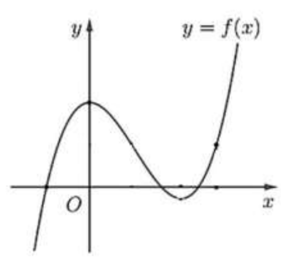
$y'=0\Leftrightarrow 8x^3+2x=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu thì $x=0$ là một điểm cực trị của hàm số $y=2x^4+x^2-6$ nên tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $(0;-6)$.

Câu 18. [Mức độ 1] Hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 19. [Mức độ 1] Cho khối trụ có đường cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.3^2.2=18\pi$.

Câu 20. [Mức độ 1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	8	$\searrow$	-7	$\nearrow$	8	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-5;5)$. **C.** $(-7;8)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

Câu 21. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

Câu 22. [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)\ge 1$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;9]$. **D.** $(9;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $\log(x+1)\ge 1 \Leftrightarrow x+1\ge 10 \Leftrightarrow x\ge 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T=[9;+\infty)$.

Câu 23. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $-x+2y+3z=0$. **B.** $x+2y-3z=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y+3z=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+3z=0$.

Câu 24. [Mức độ 1] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Biết $SA=4$ và $AB=6$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 48. **B.** 144. **C.** 8. **D.** 32.

Lời giải

Ta có $S_{ABCD}=AB^2=36.$

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.4.36=48.$

Câu 25. [Mức độ 1] Mặt phẳng (Q) không đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính bằng r. Gọi d là khoảng cách từ O đến (Q). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $R^2 = d^2 - r^2$. **B.** $R^2 = d^2 + r^2$. **C.** $R^2 < d^2 + r^2$. **D.** $R^2 > d^2 + r^2$.

Lời giải

Ta có $R^2 = d^2 + r^2$.

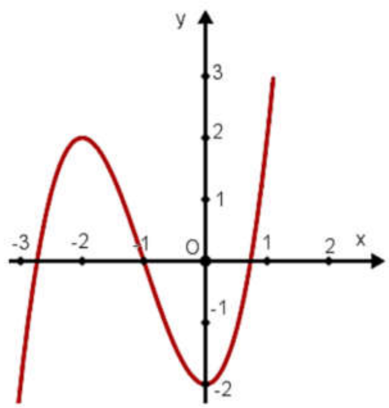
Câu 26. [Mức độ 1] Cho mặt cầu có đường kính $2R$. Diện tích của mặt cầu này bằng

A. $4\pi R^2$. **B.** $\frac{32\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi R^3}{3}$. **D.** $16\pi R^2$.

Lời giải

Mặt cầu đã cho có bán kính là R nên diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$.

Câu 27. [Mức độ 2] Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trùng phương $y = x^4 + 3x^2 - 2$ có một điểm cực trị nên loại $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ không có điểm cực trị nên loại $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ có $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(-x^3 + 3x^2 - 2\right) = -\infty$ nên loại $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 28. [Mức độ 2] Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_1^2 \left[1 - 2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

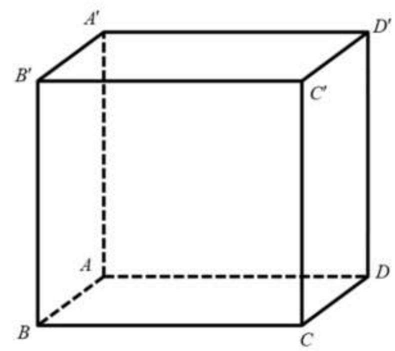
A. 3. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Lời giải

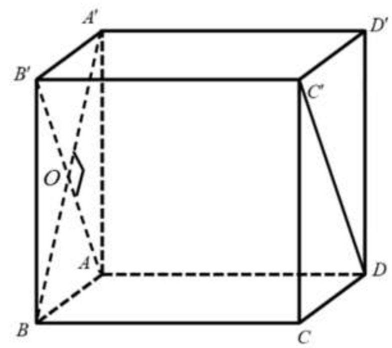
Ta có $\int\limits_1^2 \left[1 - 2f(x)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 \mathrm{d}x - 2\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1 - 4 = -3$.

Câu 29. [Mức độ 2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'D'$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.



Lời giải



Gọi O là giao điểm của AB' và $A'B$.

Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp A'B' \\ A'D' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A') \Rightarrow A'D' \perp A'O$ tại A'.

$A'O \perp AB'$ tại O.

Suy ra $A'O$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB' và $A'D'$.

Do đó, $A'O = d(AB', A'D') = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Câu 30. [Mức độ 2] Hỏi phương trình $49^x - 2.7^{x+3} + 685 = 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình $49^x - 2.7^{x+3} + 685 = 0 \Leftrightarrow 49^x - 686.7^x + 685 = 0 \quad (1)$.

Đặt $7^x = t\,(t > 0)$ thì phương trình (1) trở thành: $t^2 - 686t + 685 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = 1 & (t.m) \\ t = 685 & (t.m) \end{array}\right.$.

Với $t = 1 \Rightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in \mathbb{Z}$.

Với $t = 685 \Rightarrow 7^x = 685 \Leftrightarrow x = \log_7 685 \notin \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm nguyên.

Câu 31. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;1;2)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-3}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

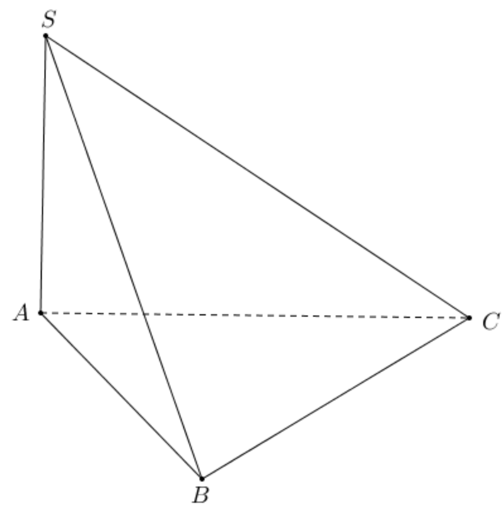
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BA}=(1;-1;-3)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(2;0;-1)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

Câu 32. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC đều, $SA=AB=\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải.

Ta có SA vuông góc với mặt đáy, suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).

Do đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.

Xét ΔSAC có $SA=AB=AC=\sqrt{3}$ và $\widehat{SAC}=90° \Rightarrow$ ΔSAC vuông cân tại A

$\Rightarrow \widehat{SCA}=45°$.

Câu 33. **[Mức độ 2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{40}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ là nghiệm của phương trình: $x^2+2=6 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ là

$$S=\int_{-2}^{2}\left|x^2-4\right|\mathrm{d}x=\frac{32}{3}.$$

Câu 34. [Mức độ 2] Có 5 bông hoa màu đỏ, 6 bông hoa màu xanh và 7 bông hoa màu vàng (các bông hoa đều khác nhau). Một người chọn ngẫu nhiên ra 4 bông hoa từ các bông trên. Xác suất để người đó chọn được bốn bông hoa có cả ba màu là

A. $\frac{11}{612}$. **B.** $\frac{35}{68}$. **C.** $\frac{35}{1632}$. **D.** $\frac{11}{14688}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{18}^{4}=3060$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được bốn bông hoa có cả ba màu".

$\Rightarrow n(A)=C_5^2C_6^1C_7^1+C_5^1C_6^2C_7^1+C_5^1C_6^1C_7^2=1575$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1575}{3060}=\frac{35}{68}$.

Câu 35. [Mức độ 2] Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|z-2i|=|z|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $y+1=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $y-1=0$.

Lời giải

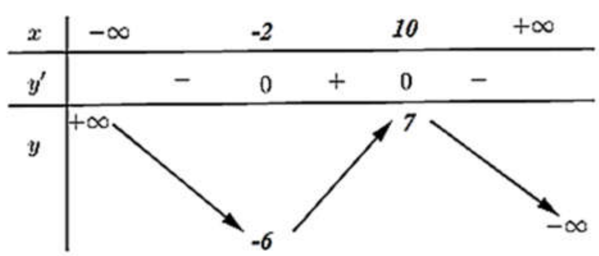
Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó:

$|z-2i|=|z|\Leftrightarrow|x+yi-2i|=|x+yi|\Leftrightarrow|x+(y-2)i|=|x+yi|\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-2)^2}=\sqrt{x^2+y^2}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4=x^2+y^2\Leftrightarrow -4y+4=0\Leftrightarrow y-1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là một đường thẳng có phương trình $y-1=0$.

Câu 36. [Mức độ 2] Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 11. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt thì $-6<m<7$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên

$m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 37. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (9 - x^2)(x + 3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = (9 - x^2)(x + 3) = (3 - x)(x + 3)^2$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 - x = 0 \\ (x+3)^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ bảng biến thiên hàm số đã cho không có điểm cực tiểu.

Câu 38. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Tọa độ của điểm N là

A. $(-2;3;-4)$. **B.** $(-2;3;4)$. .**C.** $(2;3;4)$. **D.** $(2;-3;4)$.

Lời giải

Vì N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O nên
$\overrightarrow{ON} = -\overrightarrow{OM} = (-2;3;-4) \Rightarrow N(-2;3;-4)$.

Câu 39. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{6} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ và $d_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{4}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1. Khoảng cách giữa đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{1}{7}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{12}{7}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua $M(2;1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (6;-1;2)$.

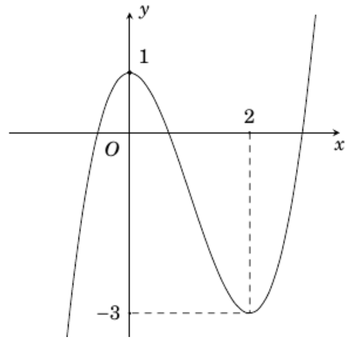
Đường thẳng d_2 đi qua $N(1;-1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (3;1;4)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1 nên (P) đi qua $N(1;-1;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-6;-18;9)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{n_1} = (-2;-6;3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-2(x-1) - 6(y+1) + 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow -2x - 6y + 3z - 1 = 0$.

Do d_1 song song với (P) nên $\mathrm{d}(d_1,(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|-4-6-3-1|}{\sqrt{4+36+9}}=2$.

Câu 40. [Mức độ 3] Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx-1$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-x|$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d \Rightarrow f''(x)=12ax^2+6bx+2c$.

Từ đồ thị ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có hai điểm cực trị là $(0;1)$ và $(2;-3)$ suy ra

$$\begin{cases} f'(0)=1 \\ f''(0)=0 \\ f'(2)=-3 \\ f''(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=1 \\ c=0 \\ 32a+12b=-4 \\ 48a+12b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b=-1 \\ c=0 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{4}x^4-x^3+x-1.$$

Xét $g(x)=f(x)-x=\dfrac{1}{4}x^4-x^3-1 \Rightarrow g'(x)=x^3-3x^2$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$+\infty$		0		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$				$-\dfrac{31}{4}$		$+\infty$ $y=0$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	0			$\dfrac{31}{4}$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y=|g(x)|=|f(x)-x|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 41. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;6;0)$, $B(6;0;6)$, $C(0;6;6)$. Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng (ABC) sao cho

(P) cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N thỏa mãn thể tích tứ diện $OAMN$ nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $H(1;-3;4)$. **B.** $E(1;5;-3)$. **C.** $D(1;3;2)$. **D.** $F(1;-1;3)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;-6;6)$; $\overrightarrow{AC}=(-6;0;6)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-36;-36;-36)$.

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.

+ Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=6\\y=6-t\\z=t\end{cases}$.

+ Phương trình đường thẳng $AC:\begin{cases}x=6-s\\y=6\\z=s\end{cases}$.

Do (P) cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N nên $M(6;6-t;t), N(6-s;6;s)$ với $s,t\in[0;6]$.

Ta có $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(6s-6t-ts;6t-6s-ts;6t+6s-ts)$.

Do $(OMN)\perp(ABC)$ nên $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right].\vec{n}=0\Leftrightarrow 6s+6t-3st=0\Leftrightarrow st=2t+2s$.

Ta có $\left[\overrightarrow{OM},ON\right]=(4s-8t;4t-8s;4s+4t)$, $\overrightarrow{OA}=(6;6;0)$.

Suy ra $V_{OAMN}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right].\overrightarrow{OA}\right|=4(s+t)$.

Ta có $s+t\geq 2\sqrt{st}=2\sqrt{2(t+s)}\Leftrightarrow s+t\geq 8$.

Do đó $V_{OAMN}\min=32$. Dấu bằng xảy ra khi $s=t=4$.

Khi đó, $\left[\overrightarrow{OM},ON\right]=(4s-8t;4t-8s;4s+4t)=(-16;-16;32)$.

Mà $(P)\equiv(OMN)\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là $x+y-2z=0$.

Kiểm tra các phương án ta thấy điểm $D(1;3;2)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 42. [Mức độ 3] Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m^2-m+1=0$ với m là tham số thực. Biết rằng có hai giá trị $m_1,\ m_2$ của tham số m làm cho phương trình trên có hai nghiệm phân biệt $z_1,\ z_2$ thỏa mãn $z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2=3$. Giá trị của tổng m_1+m_2 bằng

A. $\frac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\Delta'=m-1$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta'\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1$. Khi đó giả sử phương trình có hai nghiệm phân biệt là $z_1,\ z_2$.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases}z_1+z_2=2m\\z_1z_2=m^2-m+1\end{cases}$.

Trường hợp 1. Nếu $m>1$ thì $\Delta'>0$ $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1,z_2\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \overline{z}_1 \\ z_2 = \overline{z}_2 \end{cases}$.

Khi đó $z_1\overline{z}_2 + \overline{z}_1 z_2 = 3 \Leftrightarrow 2z_1z_2 = 3 \Leftrightarrow z_1z_2 = \dfrac{3}{2}$.

Suy ra $m^2 - m + 1 = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow m^2 - m - \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} (TM) \\ m = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2} (L) \end{array}\right. \Rightarrow m_1 = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Trường hợp 2. Nếu $m < 1$ thì $\Delta' < 0$ $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1, z_2 \notin \mathbb{R}$.

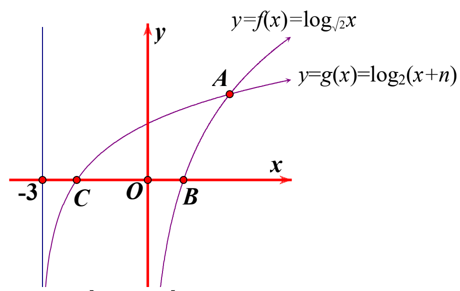
$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \overline{z}_2 \\ z_2 = \overline{z}_1 \end{cases}$.

Khi đó $z_1\overline{z}_2 + \overline{z}_1 z_2 = 3 \Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 = 3 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 3$.

Suy ra $4m^2 - 2m^2 + 2m - 2 = 3 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{-1+\sqrt{11}}{2} (L) \\ m = \dfrac{-1-\sqrt{11}}{2} (TM) \end{array}\right. \Rightarrow m_2 = \dfrac{-1-\sqrt{11}}{2}$.

Vậy $m_1 + m_2 = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{11}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$.

Câu 43. [Mức độ 3] Đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ được cho như hình dưới.



Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 3,6. **B.** 3,8. **C.** 3,7. **D.** 3,4.

Lời giải

Xét đồ thị hàm số $g(x) = \log_2(x+n)$ có tiệm cận đứng là

$x = -3 \Rightarrow \lim\limits_{x \to -3^+} \log_2(x+n) = -\infty$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to -3^+} (x+n) = 0 \Leftrightarrow -3 + n = 0 \Leftrightarrow n = 3$.

Vậy $g(x) = \log_2(x+3)$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là:

$\log_{\sqrt{2}} x = \log_2(x+3)$.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

Khi đó $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2(x+3) \Leftrightarrow 2\log_2 x = \log_2(x+3) \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2(x+3)$

$$\Leftrightarrow x^2 = x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}>0\ (tm) \\ x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}<0\ (l) \end{array}\right. \Rightarrow x_A=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}.$$

Mặt khác $\begin{cases} \log_2(x+3)=0 \Leftrightarrow x=-2 \Rightarrow x_C=-2 \\ \log_{\sqrt{2}}(x)=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow x_B=1 \end{cases}$.

Suy ra $C(-2;0)$, $B(1;0)$.

Vậy diện tích tam giác ABC là: $S=\dfrac{1}{2}.3.\log_2\dfrac{7+\sqrt{13}}{2}\approx 3,6.$

Câu 44. [Mức độ 3] Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{145}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 145.

Lời giải

Đặt $z=x+yi$ với $(x,y\in\mathbb{R})$; M,A,B là lượt là điểm biểu diễn số phức $z,-6+13i$ và $3+7i$.

Khi đó:

$|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13} \Leftrightarrow MA+MB=3\sqrt{13}=AB \Leftrightarrow M$ thuộc đoạn thẳng AB.

Ta có: $(12-5i)(z-2+i)^2=(12-5i)\left[x-2+(y+1)i\right]^2$

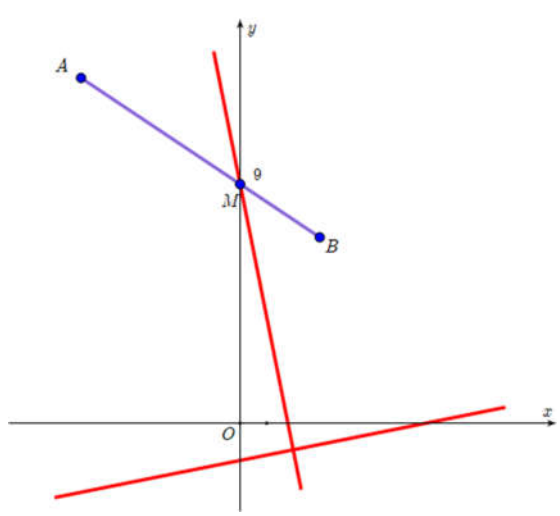
$=(12-5i)\left[(x-2)^2-(y+1)^2+2(x-2)(y+1)i\right]$

$=12\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)+5.2(x-2)(y+1)+\left[24(x-2)(y+1)-5\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)\right]i$

Theo đề $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm nên:

$$\begin{cases} 12\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)+5.2(x-2)(y+1)<0\ (1) \\ 24(x-2)(y+1)-5\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)=0\ \ (2) \end{cases}$$

$$(2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-2)-5(y+1)=0 \\ 5(x-2)+y+1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-5y-7=0 \\ 5x+y-9=0\end{array}\right.$$



Dựa vào đồ thị, do M thuộc đoạn thẳng AB và thỏa $\left[\begin{array}{l} x-5y-7=0 \\ 5x+y-9=0 \end{array}\right. \Rightarrow M(0;9)$

Kiểm tra với $x=0, y=9$ thỏa điều kiện (1).

Vậy số phức $z=9 \Rightarrow |z|=9$.

Câu 45. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+x^3+x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** Vô số. **D.** 6.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'}{x+\sqrt{x^2+1}}+3x^2+1=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}+3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $f(-x)=\ln\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)-x^3-x=\ln\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\right)-x^3-x$

$=-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\left(x^3+x\right)=-f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

Từ đó ta có

$f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0 \Leftrightarrow f\left(me^{-x}\right)=-f(3-x) \Leftrightarrow f\left(me^{-x}\right)=f(x-3) \Leftrightarrow me^{-x}=x-3$

$\Leftrightarrow m=(x-3)e^x$.

Đặt $h(x)=(x-3)e^x \Rightarrow h'(x)=(x-2)e^x$.

Ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$.

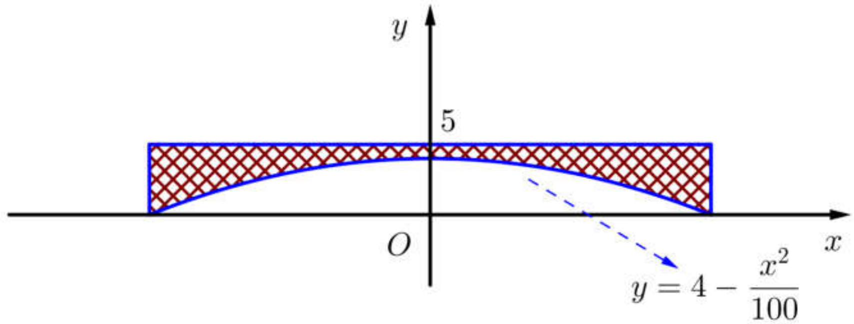
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	0		$-e^2$		$+\infty$

Do vậy để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì $-e^2\le m\le 0$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

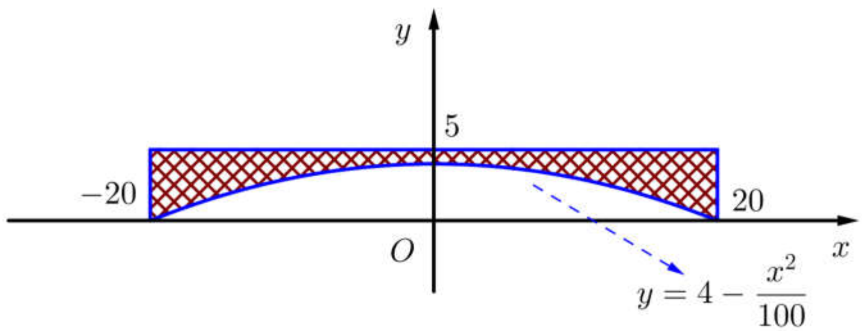
Câu 46. **[Mức độ 3]** Hình bên dưới là mặt cắt dọc của một chiếc cầu bê tông (phần tô đậm, các đơn vị đều đo bằng mét).



Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m. Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là

A. 760 m^3. **B.** 960 m^3. **C.** 780 m^3. **D.** 840 m^3.

Lời giải



Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4 - \frac{x^2}{100}$ với trục hoành là nghiệm của phương trình

$4 - \frac{x^2}{100} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 400 \Leftrightarrow x = \pm 20$.

Diện tích phần mặt cắt dọc của chiếc cầu bê tông là $S = \int_{-20}^{20} \left| 5 - \left(4 - \frac{x^2}{100}\right) \right| \mathrm{d}x$

$= \int_{-20}^{20} \left(1 + \frac{x^2}{100}\right) \mathrm{d}x = \left(x + \frac{x^3}{300}\right)\Big|_{-20}^{20} = \left(20 + \frac{20^3}{300}\right) - \left(-20 + \frac{(-20)^3}{300}\right) = \frac{280}{3}$.

Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là $S.9 = \frac{280}{3}.9 = 840\text{ m}^3$.

Câu 47. [Mức độ 3] Biết rằng $\int_1^4 \frac{1}{x^4 + x} \mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 13$ với a, b, c là các số hữu tỷ (phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $P = a^2 - 4bc$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $\frac{3}{x^4 + x} = \frac{3}{x(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{3}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$. Khi đó:

$\int_1^4 \frac{3}{x^4 + x} \mathrm{d}x = \int_1^4 \frac{3}{x} \mathrm{d}x - \int_1^4 \frac{1}{x+1} \mathrm{d}x - \int_1^4 \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1} \mathrm{d}x$. Đặt:

+ $I = \int_1^4 \frac{1}{x^4 + x} \mathrm{d}x$.

$+\ I_1=\int_1^4 \frac{3}{x}\mathrm{d}x=3\ln|x|\Big|_1^4=3\ln 4=6\ln 2$.

$+\ I_2=\int_1^4 \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\ln|x+1|\Big|_1^4=\ln 5-\ln 2$.

$+\ I_3=\int_1^4 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\mathrm{d}x=\int_1^4 \frac{1}{x^2-x+1}\mathrm{d}\left(x^2-x+1\right)=\ln|x^2-x+1|\Big|_1^4=\ln 13$.

$\Rightarrow 3I=I_1-I_2-I_3$

$\Leftrightarrow I=\frac{I_1-I_2-I_3}{3}=\frac{6\ln 2-\ln 5+\ln 2-\ln 13}{3}=\frac{7}{3}.\ln 2-\frac{1}{3}.\ln 5-\frac{1}{3}.\ln 13$.

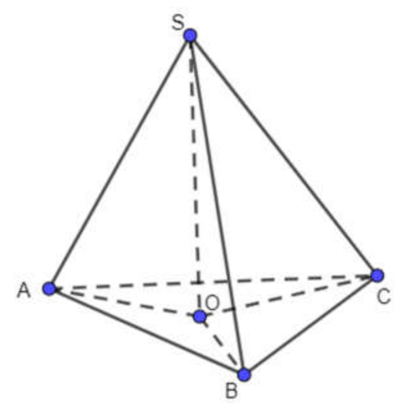
Vì $I=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 13\Rightarrow a=\frac{7}{3},b=\frac{-1}{3},c=\frac{-1}{3}$. Khi đó:

$P=a^2-4bc=\left(\frac{7}{3}\right)^2-4\left(\frac{-1}{3}\right)\left(\frac{-1}{3}\right)=5$.

Câu 48. [Mức độ 3] Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=\sqrt{17}a$, $AB=3a,BC=5a$ và $CA=7a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{15\sqrt{17}}{4}a^3$. **B.** $\frac{15\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\frac{5\sqrt{17}}{4}a^3$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải



Nửa chu vi của tam giác ABC là $p=\frac{AB+BC+CA}{2}=\frac{15}{2}a$.

Suy ra $S_{ABC}=\sqrt{p(p-3a)(p-5a)(p-7a)}=\sqrt{\frac{15}{2}a.\frac{9}{2}a.\frac{5}{2}a.\frac{1}{2}a}=\frac{15\sqrt{3}}{4}a^2$.

Khối chóp có $SA=SB=SC=\sqrt{17}a$ nên hình chiếu của S trên mặt phẳng ABC sẽ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác ABC.

Có $OA=R=\frac{AB.BC.CA}{4S_{ABC}}=\frac{3a.5a.7a}{4.\frac{15\sqrt{3}}{4}a^2}=\frac{7\sqrt{3}}{3}a$.

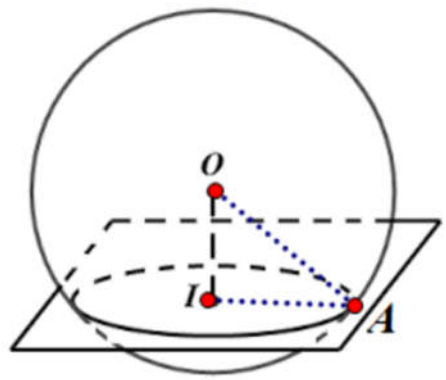
Xét tam giác vuông SAO có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{17a^2-\frac{49}{3}a^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}a$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{3}a.\frac{15\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{5\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 49. [Mức độ 3] Cho khối cầu (S) có tâm O, bán kính $R=4$ và điểm A thuộc mặt cầu (S). Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A sao cho góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) bằng 60^o. Thiết diện của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** 2π. **D.** 16π.

Lời giải



Giả sử thiết diện của của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có tâm I, bán kính r.

Khi đó, $OI \perp (\alpha)$. Suy ra góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) là $\widehat{OAI}=60^o$.

Suy ra $r = IA = OA.\cos 60^o = R.\cos 60^o = 4.\frac{1}{2} = 2$.

Diện tích thiết diện của của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là:

$$S = \pi r^2 = \pi.2^2 = 4\pi.$$

Câu 50. [Mức độ 3] Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+(a-9)x^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1=2; x_2=3$ và $x_3=6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 31. **B.** $\frac{-32}{27}$. **C.** $\frac{-31}{27}$. **D.** 32.

Lời giải

Ta có $y=f(x)=ax^3+(a-9)x^2+cx+d\,(a\neq 0) \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2(a-9)x+c$.

Xét hiệu: $f(x)-f'(x)=ax^3-(2a+9)x^2-(2a-c-18)x+d-c$.

Theo đề ra ta có: $f(x)-f'(x)=a(x-2)(x-3)(x-6)=ax^3-11ax^2+36ax-36a$.

Do đó $ax^3-(2a+9)x^2-(2a-c-18)x+d-c=ax^3-11ax^2+36ax-36a$.

Suy ra $\begin{cases}-(2a+9)=-11a\\-(2a-c-18)=36a\\d-c=-36a\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=1\\c=20\\d=-16\end{cases}$.

Vậy $y=f(x)=x^3-8x^2+20x-16 \Rightarrow f'(x)=3x^2-16x+20$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-16x+20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{10}{3} \end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm $x=2$ và $x=\dfrac{10}{3}$.

Vậy tổng các giá trị cực trị của hàm số $y=f(x)$ bằng $f(2)+f\left(\dfrac{10}{3}\right)=\dfrac{-32}{27}$.

----- Hết -----