

BÀI 5. DÃY SỐ

CHƯƠNG 2. DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .
- A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_5 = \frac{2.5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{7}{4}$

- Câu 2.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. $u_1 = -2$. B. $u_2 = 4$. C. $u_3 = -6$. D. $u_4 = -8$.

Lời giải

Chọn D

Vì $u_4 = (-1)^4 \cdot 2.4 = 8$

- Câu 3.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .
- A. $u_3 = \frac{8}{3}$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -2$. D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_3 = (-1)^3 \cdot \frac{2^3}{3} = -\frac{8}{3}$

- Câu 4.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.
- A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}$

- Câu 5.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n(-1)^n \sin(\frac{n\pi}{2})$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

A. 0.

B. 9.

C. - 1.

D. - 9.**Lời giải****Chọn D**

$$u_9 = 9 \cdot (-1)^9 \cdot \sin\left(\frac{9\pi}{2}\right) = -9$$

Ta có

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.

D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

A**Lời giải****Chọn A**

$$u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{4}$$

Ta có

Câu 7. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{8}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

D. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{7}{2}, u_5 = \frac{11}{3}$.

Lời giải**Chọn B**

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

A.

Lời giải**Chọn B**

Câu 9. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.**Lời giải****Chọn D**

$$u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$$

Ta có

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 10.**Lời giải****Chọn B**

Ta có $u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n+60 = 35n-28 \Leftrightarrow 11n=88 \Leftrightarrow n=8$

- Câu 11.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
A. Thứ 3. **B.** Thứ tư. **C.** Thứ năm. **D.** Thứ 6.

Lời giải

Chọn C

$$u_n = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n^2+1} = \frac{2}{13} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 13n-13 = 2n^2+2 \Leftrightarrow 2n^2-13n+15=0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \text{ (n)} \\ n=\frac{3}{2} \text{ (l)} \end{cases}$$

Ta có

- Câu 12.** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?
A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

$$u_n = -33 \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 7 = -33 (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=8 \text{ (n)} \\ n=\pm\sqrt{5} \text{ (l)} \end{cases}$$

Ta có

- Câu 13.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .
A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. **B.** $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. **C.** $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. **D.** $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$

- Câu 14.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:
A. $3^n + 1$. **B.** $3^n + 3$. **C.** $3^n \cdot 3$. **D.** $3(n+1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3^n \cdot 3$

- Câu 15.** Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n}$. Số hạng thứ 4 của dãy (u_n) là:

- A.** $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+4}$. **B.** $\frac{533}{840}$.
C. $\frac{1}{8}$. **D.** Một kết quả khác.

Lời giải

Chọn A

- Câu 16.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n}$. Tính u_5 .

- A.** 5. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** 1.

Lời giải:

Chọn B

Thay $n=5$ vào $u_n = \frac{n+1}{n}$ ta được $u_5 = \frac{5+1}{5} = \frac{6}{5}$.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a hằng số). Tìm số hạng thứ u_{n+1} .

$u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$. B. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$. C. $u_{n+1} = \frac{an^2+1}{n+1}$. D. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$.

A.

Lời giải:

Chọn B

$$u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{(n+1)+1} = \frac{a(n+1)^2}{(n+2)}$$

Ta có

Câu 18. Xét dãy các số tự nhiên lẻ. Số 2017 là số hạng thứ mấy?

A. 2017. B. 1008. C. 1009. D. 2015.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có: $u_n = 2n - 1, u_n = 2017 \Rightarrow n = 1009$.

Câu 19. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2+1}$?

A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải:

Chọn C

Xét $\frac{2n}{n^2+1} = \frac{9}{41} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ 9n^2 - 82n + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 9.$

Câu 20. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$. Số $\frac{3}{2}$ là số hạng thứ mấy của dãy số trên.

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải:

Chọn C

Nhập vào máy tính biểu thức $\frac{2X-1}{X+1}$, sử dụng chức năng CALC tại các đáp án, ta được $\frac{2X-1}{X+1}$
CALC 5 $\rightarrow \frac{3}{2}$

Câu 21. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$. **Chọn A.**

Nhận xét: (i) Dùng MTCT chức năng CALC để kiểm tra (tính) nhanh.

(ii) Ta thấy dãy (u_n) là dãy số âm nên loại các phương án C, D. Đáp án đúng là A hoặc B. Ta chỉ cần kiểm tra một số hạng nào đó mà cả hai đáp án khác nhau là được. Chẳng hạn kiểm tra u_1 thì

thấy $u_1 = -\frac{1}{2}$ nên
Chọn A.

Câu 22. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Dùng MTCT chức năng CALC: ta có

$$u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3^2 - 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; u_3 = \frac{3}{3^3 - 1} = \frac{3}{26}.$$

Chọn B.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$.

B. $u_{n+1} = 2^n + 1$.

C. $u_{n+1} = 2(n+1)$.

D. $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải

Thay n bằng $n+1$ trong công thức u_n ta được: $u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$. **Chọn A.**

Câu 24. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$.

B. $u_{n-1} = 5^n$.

C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$.

D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

$$u_n = 5^{n+1} \xrightarrow{n \rightarrow n-1} u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n. \text{ Chọn B.}$$

Câu 25. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$.

B. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.

C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$.

D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Lời giải

$$u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3} \xrightarrow{n \rightarrow n+1} u_{n+1} = \left(\frac{(n+1)-1}{(n+1)+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}.$$

Chọn D.

Câu 26. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{16}$.

C. $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

D. $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn D.

$$u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{3}{7}.$$

Câu 27. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{n}{n^2 + 1}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$). Số hạng đầu tiên của dãy là:

A. 2.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1 = 1 - \frac{1}{1^2 + 1} = \frac{1}{2}$.

Câu 28. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $u_n = -19$, ($n \in \mathbb{N}^*$)

Suy ra $-n^2 + n + 1 = -19$

$$\Leftrightarrow -n^2 + n + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy số -19 là số hạng thứ 5 của dãy.

Câu 29. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

A. 99.

B. -1.

C. 1.

D. -99.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{99} = (-1)^{99} \cos(99\pi) = -\cos(98\pi + \pi) = -\cos(\pi) = 1$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

A. 4039.

B. 4390.

C. 4930.

D. 4093.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_{2019} = 2.2019 + 1 = 4039$.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + 2^n$. Khi đó số hạng u_{2018} bằng

- A. 2^{2018} . B. $2017 + 2^{2017}$. C. $1 + 2^{2018}$. D. $2018 + 2^{2018}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{2018} = 1 + 2^{2018}$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

- A. $u_3 = \frac{1}{10}$. B. $u_{10} = \frac{8}{31}$. C. $u_{21} = \frac{19}{64}$. D. $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{50} = \frac{50-2}{3.50+1} = \frac{48}{151}$.

Câu 33. Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n+1}$. Tính u_{11} .

- A. $u_{11} = \frac{182}{12}$. B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$. C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$. D. $u_{11} = \frac{71}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{11} = \frac{11^2 + 2.11 - 1}{11+1} = \frac{71}{6}$.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\frac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 20. B. 19. C. 22. D. 21.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{2n+1}{n^2+1} = \frac{39}{362} \Leftrightarrow 39n^2 - 724n - 323 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=19 \\ n=-\frac{17}{39} \end{cases}$, do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n=19$.

Câu 35. Cho dãy số viết dưới dạng khai triển là $1, 4, 9, 16, 25, \dots$. Trong các công thức sau, công thức nào là công thức tổng quát của dãy số trên.

- A. $u_n = 3n - 2$. B. $u_n = n + 3$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = 2n^2 - 1$.

Lời giải:

Chọn C

Thử từng đáp án với $n=1, 2, 3, 4, 5$ ta thấy đáp án C đúng.

Câu 36. Cho dãy số có các số hạng đầu là $8, 15, 22, 29, 36, \dots$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số đã cho.

- A. $u_n = 7n + 7$. B. $u_n = 7n$. C. $u_n = 7n + 1$. D. $u_n = 7n + 3$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có:

$$8 = 7.1 + 1$$

$$15 = 7.2 + 1$$

$$22 = 7.3 + 1$$

$$29 = 7.4 + 1$$

$$36 = 7.5 + 1$$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 7n + 1$.

Câu 37. Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?

- A. $u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$ B. $u_n = \frac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$ C. $u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$ D. $u_n = \frac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

Viết lại dãy số: $\frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \dots$

$$\Rightarrow u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 38. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $5; 10; 15; 20; 25; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = 5(n-1)$ B. $u_n = 5n$ C. $u_n = 5 + n$ D. $u_n = 5.n + 1$

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$5 = 5.1$$

$$10 = 5.2$$

$$15 = 5.3$$

$$20 = 5.4$$

$$25 = 5.5$$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 5n$.

Câu 39. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = \frac{n+1}{n}$ B. $u_n = \frac{n}{n+1}$ C. $u_n = \frac{n-1}{n}$ D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$0 = \frac{0}{0+1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

Suy ra $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 40. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$. B. $u_n = -1$. C. $u_n = (-1)^n$. D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

Các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1; (-1)^2; (-1)^3; (-1)^4; (-1)^5; \dots \Rightarrow u_n = (-1)^n$.

Câu 41. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$. B. $u_n = (-2) + n$. C. $u_n = (-2)(n+1)$. D. $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là (-2) nên $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Câu 42. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}$. B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{3^n}$. D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Lời giải

Chọn C.

5 số hạng đầu là $\frac{1}{3^1}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ nên $u_n = \frac{1}{3^n}$.

Câu 43. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Cả A, B, C đều sai

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = 3n + 6 \Rightarrow u_{n+1} = 3(n+1) + 6 = 3n + 9$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = (3n + 9) - (3n + 6) = 3 > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng

Giải nhanh: Dãy này có dạng $u_n = an + b$; $a = 3 > 0$ nên dãy số tăng

Câu 44. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+5}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm D. Có số hạng $u_{n+1} = \frac{n+5}{n+2} + 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = \frac{n+5}{n+2} = 1 + \frac{3}{n+2} \Rightarrow u_{n+1} = 1 + \frac{3}{n+3}$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{n+3} - \frac{3}{n+2} = \frac{-3}{(n+2)(n+3)} < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số giảm

Giải nhanh: Dãy này có dạng $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$

Mẫu $n+2 > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ và $ad - bc = 2 - 5 = -3 < 0$ nên (u_n) là dãy số giảm

Câu 45. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{5^n}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số là dãy hữu hạn

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = \frac{5^n}{n^2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} = \frac{5^{n+1}}{(n+1)^2}$

Xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^{n+1}}{(n+1)^2} \cdot \frac{n^2}{5^n} = \frac{5n^2}{n^2+2n+1} = \frac{n^2+2n+1+4n^2-2n-1}{n^2+2n+1}$

$= 1 + \frac{2n(n-1)+2n^2-1}{n^2+2n+1} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng

Câu 46. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{n}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{n}{2n^2+1}$.

C. $u_n = \frac{n^2+1}{3n+2}$.

D. $u_n = (-2)^n \sqrt{n^2-1}$.

Lời giải

Chọn C

$u_n = \frac{n}{2^n} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = \frac{2}{4} \end{cases} \Rightarrow u_1 = u_2 \Rightarrow$

Ta xét đáp án A

Loại A

$u_n = \frac{n}{2n^2+1} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_2 = \frac{2}{9} \end{cases} \Rightarrow u_1 > u_2 \Rightarrow$

Ta xét đáp án B

Loại B

$u_n = \frac{n^2+1}{3n+2} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{5} = \frac{16}{40} \\ u_2 = \frac{5}{8} = \frac{25}{40} \end{cases} \Rightarrow u_1 < u_2 \Rightarrow$

Ta xét đáp án C

Xét tiếp

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 51. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số là dãy hữu hạn

Lời giải

Chọn C

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Câu 52. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Mọi số hạng đều âm

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 400(n+1) - n^2 + 400n = 2n - 399$

Do $2n - 399 > 0$ khi $n > \frac{399}{2}$ và $2n - 399 < 0$ khi $n < \frac{399}{2}$.

Vậy dãy số đã cho không tăng, không giảm

Câu 53. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$. **D.** $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3 \cdot 3^n} - \frac{1}{3^n} = \frac{-2}{3 \cdot 3^n} < 0 \rightarrow \text{loại A}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)+1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1} = \frac{-2}{(2n+3)(2n+1)} < 0 \rightarrow \text{loại B}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{3n+5} - \frac{n+1}{3n+2} = -\frac{1}{(3n+5)(3n+2)} < 0 \rightarrow \text{loại C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4n+2}{n+4} - \frac{4n-2}{n+3} = \frac{14}{(n+4)(n+3)} > 0 \rightarrow \text{Chọn D}$$

Câu 54. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

- A.** $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. **C.** $u_n = -3^n$. **D.** $u_n = \sqrt{n+4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n > 0 \rightarrow \text{loại A}$$

Dãy (u_n) với $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. có các số hạng đan dấu nên dãy không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

$$u_{n+1} - u_n = -3^{n+1} + 3^n = -3 \cdot 3^n + 3^n = -2 \cdot 3^n < 0 \rightarrow \text{Chọn C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n+4} = \frac{1}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n+4}} > 0 \rightarrow \text{loại D}$$

Câu 55. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. B. $u_n = 5^n + 3n$. C. $u_n = -3^n$. D. $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

Lời giải

Chọn D

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Dãy trong đáp án A và B tăng, dãy trong đáp án C là dãy giảm

Câu 56. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} - u_n = 5^{n+1} - 4^{n+1} - 5^n + 4^n = 4(5^n - 4^n) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 57. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A. $a = 6$ B. $a > 6$ C. $a < 6$ D. $a \geq 6$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$

Câu 58. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A. $a = 2$ B. $a > 2$ C. $a < 2$ D. $a \geq 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - an - a - 2^n + an = 2^n - a, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = 2^n - a > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

- Câu 59.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.
- A. $\forall a < 0$ B. Không tồn tại a C. $\forall a \in \mathbb{R}^*$ **D. $a > 0$**

Lời giải

Chọn D

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3^{n+1}}{a(n+1)} - \frac{3^n}{an} = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Ta có

$$u_{n+1} - u_n = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$$

Để dãy số tăng thì

- Câu 60.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Dãy số tăng **B. Dãy số giảm**
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Chọn B

$$u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1} = \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$$

Ta có

Khi đó

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{1}{\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4}} - \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}} \\ &= \frac{(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+5}) + (\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n+4})}{(\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4})(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1})} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

- Câu 61.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n - \sqrt{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Dãy số tăng** B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Các số hạng đều dương

Lời giải

Chọn A

$$u_n = n - \sqrt{n^2+1} = \frac{-1}{n + \sqrt{n^2+1}}$$

Ta có

Khi đó

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n+1 + \sqrt{(n+1)^2+1}} + \frac{1}{n + \sqrt{n^2+1}} = \frac{1 + (\sqrt{(n+1)^2+1} - \sqrt{n^2+1})}{(n+1 + \sqrt{(n+1)^2+1})(n + \sqrt{n^2+1})} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy

dãy số đã cho là dãy tăng

- Câu 62.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Dãy số tăng** B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Có số hạng âm

Lời giải

Chọn A

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2n^2 + 3n}{n+3} - \frac{2n^2 - n - 1}{n+2} = \frac{2n^2 + 10n + 3}{(n+3)(n+2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Ta có

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 63. Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{n}{2} - 1$ B. $u_n = \frac{2}{n} + 1$ C. $u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$ D. $u_n = (-1)^n \cdot 3^n$

Lời giải:

Chọn A

Thử từng đáp án với $n=1,2$ ta được:

- A. $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = 0 \rightarrow$ tăng
 B. $u_1 = 3; u_2 = 2 \rightarrow$ giảm (loại)
 C. $u_1 = \frac{3}{7}; u_2 = \frac{5}{12} \rightarrow$ giảm (loại)
 D. $u_1 = -3; u_2 = 9 \rightarrow$ tăng. Tính thêm $u_3 = -27 \rightarrow$ giảm (loại)

Câu 64. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$ B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ C. $u_n = n^2$ D. $u_n = \sqrt{n+2}$

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 65. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

- A. $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ B. $u_n = \frac{n}{2}$ C. $u_n = \frac{2}{n^2}$ D. $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$

Lời giải

Xét A:

Ta có $u_n = \frac{n-3}{n+1}; u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét B:

Ta có $u_n = \frac{n}{2}; u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét C:

Ta có $u_n = \frac{2}{n^2}, u_{n+1} = \frac{2}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy giảm.

Xét D:

Ta có $u_1 = \frac{-1}{3}$; $u_2 = \frac{1}{9}$; $u_3 = \frac{-1}{27}$. Vậy (u_n) là dãy số không tăng không giảm.

Câu 66. Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

- A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ B. $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$
 C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$ D. $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Xét } u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*), \text{ ta có } u_{n+1} - u_n &= \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3} \\ &= \frac{(2-3n)(2n+3) - (2n+5)(5-3n)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{4n-6n^2+6-9n-10n+6n^2-25+15n}{(2n+5)(2n+3)} \\ &= \frac{-19}{(2n+5)(2n+3)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Vậy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ là dãy giảm.

Câu 67. Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$ B. $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$
 C. $1; 3; 5; 7; 9; \dots$ D. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

Lời giải

Xét đáp án A: $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$ đây là dãy hằng nên không tăng không giảm.

Xét đáp án B: $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots \rightarrow u_1 > u_2 < u_3 \rightarrow$ loại B.

Xét đáp án C: $1; 3; 5; 7; 9; \dots \rightarrow u_n < u_{n+1}, n \in \mathbb{N}^* \rightarrow$ Chọn C.

Xét đáp án D: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots \rightarrow u_1 > u_2 > u_3 > \dots \rightarrow$ loại D.

Câu 68. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$ B. $u_n = \frac{1}{n}$ C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$

Lời giải

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và B.

Xét đáp án C: $u_n = \frac{n+5}{3n+1} \rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{7}{6} \end{cases} \rightarrow u_1 > u_2 \rightarrow$ loại C.

Xét đáp án D: $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) > 0 \rightarrow$ Chọn D.

Câu 69. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{2}{3^n}$.

B. $u_n = \frac{3}{n}$.

C. $u_n = 2^n$.

D. $u_n = (-2)^n$.

Lời giải

Xét đáp án C: $u_n = 2^n \rightarrow u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n > 0 \rightarrow$ **Chọn C.**

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và **B.**

Xét đáp án D: $u_n = (-2)^n \rightarrow \begin{cases} u_2 = 4 \\ u_3 = -8 \end{cases} \rightarrow u_2 > u_3 \rightarrow$ loại **D.**

Câu 70. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = 2n$.

C. $u_n = n^3 - 1$.

D. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

Lời giải

$\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có: $n^2 < (n+1)^2$ nên A sai; $2n < 2(n+1)$ nên B sai; $n^3 - 1 < (n+1)^3 - 1$ nên C sai.

Với $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ thì $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{(n-1)n} < 0$ nên dãy $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ giảm.

Câu 71. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \sin n$.

B. $u_n = \frac{n^2+1}{n}$.

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$.

D. $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$.

Lời giải

A. $u_n = \sin n \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2 \cos\left(n + \frac{1}{2}\right) \sin \frac{1}{2}$ có thể dương hoặc âm phụ thuộc n nên đáp án A sai. Hoặc dễ thấy $\sin n$ có dấu thay đổi trên $\mathbb{N}^*$ nên dãy $\sin n$ không tăng, không giảm.

B. $u_n = \frac{n^2+1}{n} = n + \frac{1}{n} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 1 + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n^2+n-1}{n(n+1)} > 0$ nên dãy đã cho tăng nên B sai.

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$, dãy $\sqrt{n} + \sqrt{n-1} > 0$ là dãy tăng nên suy ra u_n giảm. **Chọn C.**

D. $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$ là dãy thay dấu nên không tăng không giảm.

Cách trắc nghiệm.

A. $u_n = \sin n$ có dấu thay đổi trên $\mathbb{N}^*$ nên dãy này không tăng không giảm.

B. $u_n = \frac{n^2+1}{n}$, ta có $\begin{cases} n=1 \rightarrow u_1 = 2 \\ n=2 \rightarrow u_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow u_1 < u_2 \rightarrow u_n = \frac{n^2+1}{n}$ không giảm.

C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$, ta có $\begin{cases} n=1 \rightarrow u_1 = 1 \\ n=2 \rightarrow u_2 = \sqrt{2} - 1 \end{cases} \rightarrow u_1 > u_2$ nên dự đoán dãy này giảm.

D. $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$ là dãy thay dấu nên không tăng không giảm.

Cách CASIO.

● Các dãy $\sin n; (-1)^n (2^n + 1)$ có dấu thay đổi trên $\mathbb{N}^*$ nên các dãy này không tăng không giảm nên loại các đáp án A, D.

● Còn lại các đáp án B, C ta chỉ cần kiểm tra một đáp án bằng chức năng TABLE.

Chẳng hạn kiểm tra đáp án B, ta vào chức năng TABLE nhập $F(X) = \frac{X^2 + 1}{X}$ với thiết lập Start =1, End =10, Step =1.

Nếu thấy cột $F(X)$ các giá trị tăng thì loại B và chọn C, nếu ngược lại nếu thấy cột $F(X)$ các giá trị giảm dần thì chọn B và loại C.

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số $u_n = \frac{1}{n} - 2$ là dãy tăng. B. Dãy số $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$ là dãy giảm.
C. Dãy số $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ là dãy giảm. D. Dãy số $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n}$ là dãy tăng.

Lời giải

Xét đáp án A: $u_n = \frac{1}{n} - 2 \rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} < 0 \rightarrow$ loại A.

Xét đáp án B: $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$ là dãy có dấu thay đổi nên không giảm nên loại B.

Xét đáp án C: $u_n = \frac{n-1}{n+1} = 1 - \frac{2}{n+1} \rightarrow u_{n+1} - u_n = 2 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) > 0 \rightarrow$ loại C.

Xét đáp án D: $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n} \rightarrow u_{n+1} - u_n = \left(2 - \cos \frac{1}{n+1} \right) + \cos \frac{1}{n+2} > 0$ nên **Chọn D.**

Câu 73. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Dãy số $u_n = \frac{1-n}{\sqrt{n}}$ là dãy giảm. B. Dãy số $u_n = 2n^2 - 5$ là dãy tăng.
C. Dãy số $u_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$ là dãy giảm. D. Dãy số $u_n = n + \sin^2 n$ là dãy tăng.

Lời giải

Xét A: $u_n = \frac{1-n}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{n} \rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{n} - \sqrt{n+1} < 0$ nên dãy (u_n) là dãy giảm nên C đúng.

Xét đáp án B: $u_n = 2n^2 - 5$ là dãy tăng vì n^2 là dãy tăng nên B đúng. Hoặc $u_{n+1} - u_n = 2(2n+1) > 0$ nên (u_n) là dãy tăng.

Xét đáp án C: $u_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = \left(\frac{n+1}{n} \right)^n > 0 \rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+2}{n+1} \cdot \left(\frac{n+2}{n} \right)^n > 1 \rightarrow (u_n)$ là dãy tăng nên **Chọn C.**

Xét đáp án D: $u_n = n + \sin^2 n \rightarrow u_{n+1} - u_n = (1 - \sin^2(n+1)) + \sin^2 n > 0$ nên D đúng.

- Câu 74.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{-1}{2n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn A

Ta có $2n+3 \geq 5, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{1}{2n+3} \leq \frac{1}{5}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow -\frac{1}{5} \leq \frac{-1}{2n+3} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 $\Rightarrow -\frac{1}{5} \leq u_n < 0$

Suy ra dãy số (u_n) bị chặn

Giải nhanh: dãy số (u_n) có u_n có bậc của tử thấp hơn bậc của mẫu nên bị chặn

- Câu 75.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = \frac{4n+5}{n+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 $u_n = \frac{4n+5}{n+1} = \frac{4(n+1)+1}{n+1} = 4 + \frac{1}{n+1} \leq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow u_n \leq \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 $0 < u_n \leq \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 Suy ra

Vậy dãy số (u_n) bị chặn

Giải nhanh: dãy số (u_n) có u_n có bậc của tử bằng bậc của mẫu nên bị chặn

- Câu 76.** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?
A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n = \frac{n^3}{n^2+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới (không bị chặn do bậc của tử cao hơn bậc mẫu)

- Câu 77.** Trong các dãy số sau dãy số nào bị chặn ?

A. Dãy (a_n) , với $a_n = \sqrt{n^3+n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n) , với $b_n = n^2 + \frac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n) , với $c_n = (-2)^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n) , với $d_n = \frac{3n}{n^3 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn D

Xét dãy (a_n) , có $a_n = \sqrt{n^3 + n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ bị chặn dưới

Xét dãy (b_n) , có $b_n = n^2 + \frac{1}{2n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ bị chặn dưới

Xét dãy (c_n) , có $c_n = (-2)^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ không bị chặn

Xét dãy (d_n) , có $d_n = \frac{3n}{n^3 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ Ta có $n^3 - 3n + 2 = (n-1)^2(n+2) \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$
 $\Rightarrow n^3 + 2 \geq 3n \Rightarrow 0 < \frac{3n}{n^3 + 2} \leq 1 \Rightarrow (d_n)$ bị chặn.

Cách khác: $n^3 + 2 = n^3 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{n^3 \cdot 1 \cdot 1} = 3n$

Giải nhanh: Ta dễ thấy dãy số (d_n) có bậc của tử thấp hơn bậc của mẫu. Suy ra dãy (d_n) bị chặn

Cách khác: Dãy đã cho là dãy số giảm nên bị chặn trên bởi $u_1 = 1$

Câu 78. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = a \sin n + b \cos n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số không bị chặn.

B. Dãy số bị chặn.

C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Dãy số bị chặn trên

Lời giải

Chọn B

Xét $|u_n| = |a \sin n + b \cos n| \leq |a| + |b| \Rightarrow -(|a| + |b|) \leq u_n \leq |a| + |b|$

Vậy (u_n) bị chặn

Câu 79. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$

A. Bị chặn.

B. Không bị chặn.

C. Bị chặn trên.

D. Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn A

Câu 80. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$

A. Bị chặn.

B. Bị chặn trên.

C. Bị chặn dưới.

D. Không bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \rightarrow$ Dãy bị chặn dưới

Khi n tiến tới dương vô cực thì u_n cũng tiến tới dương vô cực nên dãy số không bị chặn trên
Vậy dãy đã cho bị chặn dưới

Câu 81. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{n} < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Nhận xét: Các dãy số $n^2; 2^n; n+1$ là các dãy tăng đến vô hạn khi n tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên (có thể dùng chức năng TABLE của MTCT để kiểm tra).

Câu 82. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}$. **D.** $u_n = n^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 83. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \quad \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 84. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

- A.** Dãy số tăng, bị chặn.
B. Dãy số giảm, bị chặn.
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.
D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$ với mọi $n \geq 1$.

Suy ra $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng $\Rightarrow$ dãy bị chặn dưới bởi $u_1 = -\frac{9}{4}$.

Mặt khác: $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \geq 1$

Vậy dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 85. Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0 < u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n^2+1}} = \sqrt{1 + \frac{2n}{n^2+1}} \leq \sqrt{1 + \frac{2n}{2n}} = \sqrt{2}, \quad \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn.

- Câu 86.** Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$
A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

- Câu 87.** Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n + \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = n + 1$. **C.** $u_n = \frac{n}{2n^2 + 1}$. **D.** $u_n = n^2 + n + 1$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 88.** Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n - \sin 3n$ **B.** $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ **C.** $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ **D.** $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

- Câu 89.** Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

- A.** $u_n = \frac{n^3}{n^2 + 1}$. **B.** $u_n = n^2 + 2017$. **C.** $u_n = (-1)^n (n+2)$. **D.** $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $0 < u_n = \frac{n}{n^2 + 1} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$ bị chặn

- Câu 90.** Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$
A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)^2 - (n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \forall n$

Và $0 < u_n = \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn.

- Câu 91.** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$
A. Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 + 2(n+1) - n^3 - 2n = 3n^2 + 3n + 3 > 0, \forall n$

Mặt khác: $u_n > 1, \forall n$ và khi n càng lớn thì u_n càng lớn.

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn dưới.

Câu 92. Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$. Mặt khác: $u_2 = \frac{5}{7} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > 0$ nên suy ra dãy (u_n) bị chặn trên bởi số 1.

Câu 93. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Mỗi dãy số tăng là một dãy số bị chặn dưới. B. Mỗi dãy số giảm là một dãy số bị chặn trên.
C. Mỗi hàm số là một dãy số. D. Mọi dãy số hữu hạn đều bị chặn.

Lời giải

Chọn C

Mọi dãy số là một hàm số, điều ngược lại không đúng (khác nhau tập xác định).

Câu 94. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2 + 1$.

B. $u_n = 1 - \frac{2}{3n}$.

C. $u_n = n + \sin n$.

D. $u_n = \sin^2 n$.

Lời giải:

Chọn D.

Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có $-1 \leq \sin n \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 n \leq 1$ nên dãy số đã cho bị chặn.

Câu 95. Xét tính bị chặn của dãy số sau $u_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1}$

A. Bị chặn

B. Không bị chặn

C. Bị chặn trên

D. Bị chặn dưới

Lời giải:

Chọn A.

Ta có: $1 < u_n < 2 \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn

Câu 96. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Là dãy số không bị chặn.

B. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-5}{5}; \frac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{5}; \frac{-5}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{5}; \frac{-5}{6}$.

Câu 97. Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A.** $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ **B.** $u_n = 2n + \sin(n)$ **C.** $u_n = n^2$ **D.** $u_n = n^3 - 1$

Lời giải

Xét dãy số $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ ta có:

* $u_n = \frac{2n+1}{n+1} > 0; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới bởi giá trị 0.

* $u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn trên bởi giá trị 2.

$\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 98. Chọn kết luận sai:

- A.** Dãy số $(2^n - 1)$ tăng và bị chặn trên. **B.** Dãy số $\frac{1}{n+1}$ giảm và bị chặn dưới.
- C.** Dãy số $\frac{1}{n}$ tăng và bị chặn trên. **D.** Dãy số $\frac{1}{3 \cdot 2^n}$ giảm và bị chặn dưới.

Lời giải

Đáp án B đúng vì dãy số $\frac{1}{n+1}$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án C đúng vì dãy số $\frac{1}{n}$ tăng và bị chặn trên bởi 0.

Đáp án D đúng vì dãy số $\frac{1}{3 \cdot 2^n}$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án A sai vì dãy số $(2^n - 1)$ tăng nhưng không bị chặn trên.

Chọn A

Câu 99. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.** 0. **B.** 1.
- C.** $\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn trên.

Lời giải

Ta có $u_n = \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \rightarrow$ nên loại các đáp án A và B (dùng TABLE của MTCT để kiểm tra, chỉ cần 1 số hạng nào đó của dãy số lớn hơn α thì dãy số đó không thể bị chặn trên bởi α .)

Ta có $u_n = \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 100. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin n - \cos n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A.** 0. **B.** -1.

C. $-\sqrt{2}$.

D. Không bị chặn dưới.

Lời giải

$u_n - \xrightarrow{MTCT} u_5 = \sin 5 - \cos 5 < -1 < 0 \rightarrow$ loại A và B (dùng TABLE của MTCT để kiểm tra, chỉ cần có một số hạng nào đó của dãy số nhỏ hơn α thì dãy số đó không thể bị chặn dưới với số α .)

Ta có $u_n = \sqrt{2} \sin\left(n - \frac{\pi}{4}\right) \geq -\sqrt{2} \rightarrow$

Chọn C.

Câu 101. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

A. $m = -2; M = 2$. B. $m = -\frac{1}{2}; M = \sqrt{3} + 1$.

C. $m = -\sqrt{3} + 1; M = \sqrt{3} - 1$. D. $m = -\frac{1}{2}; M = \frac{1}{2}$.

Lời giải

$u_n - \xrightarrow{MTCT(TABLE)} u_1 > \sqrt{3} - 1 > \frac{1}{2} \rightarrow$ loại C và D.

$u_n - \xrightarrow{MTCT(TABLE)} u_4 < -\frac{1}{2} \rightarrow$ loại B. Vậy **Chọn A.**

$u_n = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin n - \frac{1}{2} \cos n \right) = 2 \sin\left(n - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow -2 \leq u_n \leq 2$.

Nhận xét:

Câu 102. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5^{2n+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Nếu n chẵn thì $u_n = 5^{2n+1} > 0$ tăng lên vô hạn (dương vô cùng) khi n tăng lên vô hạn nên dãy (u_n) không bị chặn trên.

Nếu n lẻ thì $u_n = -5^{2n+1} < 0$ giảm xuống vô hạn (âm vô cùng) khi n tăng lên vô hạn nên dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Vậy dãy số đã cho không bị chặn. **Chọn D.**

Câu 103. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1; 2; 3 \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) bị chặn.

D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Ta có $u_n > 0 \rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới bởi 0. Mặt khác $\frac{1}{k(k+3)} < \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \quad (k \in \mathbb{N}^*)$ nên suy ra:

$$u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$$

nên dãy (u_n) bị chặn trên, do đó dãy (u_n) bị chặn. **Chọn C.**

Câu 104. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C. Dãy số (u_n) bị chặn.
- D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Ta có $u_n > 0 \rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới bởi 0. Mặt khác $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \quad (k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2)$ nên suy ra:

$$u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$$

nên dãy (u_n) bị chặn trên, do đó dãy (u_n) bị chặn. **Chọn C.**

Câu 105. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.
- B. $u_n = n + \frac{1}{n}$.
- C. $u_n = 2^n + 1$.
- D. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Lời giải

Các dãy số $n^2; n; 2^n$ dương và tăng lên vô hạn (dương vô cùng) khi n tăng lên vô hạn, nên các dãy $\sqrt{n^2 + 1}; n + \frac{1}{n}; 2^n + 1$ cũng tăng lên vô hạn (dương vô cùng), suy ra các dãy này không bị chặn trên, do đó chúng không bị chặn. **Chọn D.**

Nhận xét: $0 < u_n = \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$.

Câu 106. Cho dãy số (u_n) , xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{6} \leq u_n < \frac{5}{2}$.
- B. $\sqrt{6} \leq u_n < 3$.
- C. $\sqrt{6} \leq u_n < 2$.
- D. $\sqrt{6} \leq u_n \leq 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = \sqrt{12} > 3 > \frac{5}{2} > 2$ nên loại các đáp án A, B, **C. Chọn D.**

Nhận xét: Ta có

$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} \geq 0 \end{cases} \rightarrow u_n \geq 0 \rightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} \geq \sqrt{6} \end{cases} \rightarrow u_n \geq \sqrt{6}.$$

Ta chứng minh quy nạp $u_n \leq 2\sqrt{3}$.

$$u_1 \leq 2\sqrt{3}; u_k \leq 2\sqrt{3} \rightarrow u_{k+1} = \sqrt{6+u_k} \leq \sqrt{6+2\sqrt{3}} < \sqrt{6+6} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 107. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \sin \frac{\pi}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy là $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$.

B. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

C. Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.

D. Dãy số (u_n) không tăng không giảm.

Lời giải

$$u_n = \sin \frac{\pi}{n+1} \rightarrow u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{(n+1)+1} = \sin \frac{\pi}{n+2} \rightarrow$$

A sai.

$$u_n = \sin \frac{\pi}{n+1} \rightarrow -1 \leq u_n \leq 1 \rightarrow$$

B đúng. **Chọn B.**

$$u_{n+1} - u_n = \sin \frac{\pi}{n+2} - \sin \frac{\pi}{n+1} < 0 \left(0 < \frac{\pi}{n+2} < \frac{\pi}{n+1} \leq \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow$$

C, D sai.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 108. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1}$.

Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. Không có.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1} = n+2 + \frac{5}{n+1} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

Để u_n nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{n+1}$ là số nguyên hay $n=4$

Vậy dãy số (u_n) chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = \frac{5}{9}$.

B. $u_4 = 1$.

C. $u_4 = \frac{2}{3}$.

D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = \frac{1}{3}(2+1)=1, u_3 = \frac{1}{3}(1+1)=\frac{2}{3}, u_4 = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}+1\right)=\frac{5}{9}$

Câu 110. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $u_2 = \frac{5}{2}$. B. $u_3 = \frac{15}{4}$. C. $u_4 = \frac{31}{8}$. D. $u_5 = \frac{63}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $u_2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

Câu 111. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ khi đó u_5 bằng:

- A. 317. B. 157. C. 77. D. 112.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_2 = 2.7 + 3 = 17, u_3 = 2.17 + 3 = 37, u_4 = 2.37 + 3 = 77, u_5 = 2.77 + 3 = 157$

Câu 112. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. - 1; 2; 5. B. 1; 4; 7. C. 4; 7; 10 D. - 1; 3; 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 = -1, u_2 = -1 + 3 = 2, u_3 = 2 + 3 = 5$

Câu 113. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. - 3; 6; 9. B. 3; - 2; - 7. C. 3; 8; 13. D. 3; 5; 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_1 = 3, u_2 = 3 + 5 = 8, u_3 = 8 + 5 = 13$

Câu 114. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \quad (n \geq 2) \end{cases}$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

- A. 0. B. 93. C. 9. D. 34.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = 2.(-2) + 2^2 = 0, u_3 = 2.0 + 3^2 = 9, u_4 = 2.9 + 4^2 = 34$

$$(u_n): \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_n = \frac{2}{u_{n-1}^2 + 1} \text{ khi } n \geq 2 \end{cases}$$

Câu 115. Cho dãy số . Tính tổng số hạng thứ ba và thứ tư của dãy số đã cho

- A. $\frac{308}{145}$. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{64}{35}$. D. 2.

Lời giải:

Chọn A

Ta có: $u_2 = \frac{2}{u_1^2 + 1} = \frac{2}{0^2 + 1} = 2$; $u_3 = \frac{2}{u_2^2 + 1} = \frac{2}{2^2 + 1} = \frac{2}{5}$; $u_4 = \frac{2}{u_3^2 + 1} = \frac{2}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 + 1} = \frac{50}{29}$

Do đó $u_3 + u_4 = \frac{2}{5} + \frac{50}{29} = \frac{308}{145}$.

Câu 116. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{2n+1}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+2}\right)^{2n+3}$. B. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+3}$. C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+1}$. D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+2}$.

Lời giải:

Chọn B

$$u_{n+1} = \left(\frac{(n+1)-1}{(n+1)+2}\right)^{2(n+1)+1} = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{2n+3}.$$

Câu 117. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2017 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2018 \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $u_{n+9} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_{n+15} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_{n+12} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_{n+6} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{n+12} = 2017 \sin\left(\frac{(n+12)\pi}{2}\right) + 2018 \cos\left(\frac{(n+12)\pi}{3}\right)$
 $= 2017 \sin\left(\frac{n\pi}{2} + 6\pi\right) + 2018 \cos\left(\frac{n\pi}{3} + 4\pi\right)$
 $= 2017 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2018 \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 118. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = u_2 = 1$ và $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_4 .

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3 = u_2 + u_1 = 2$.

$$u_4 = u_3 + u_2 = 3$$

- Câu 119.** Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?
A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$u_1 = 5, u_2 = 6, u_3 = 8, u_4 = 11, u_5 = 15, u_6 = 20$$

Vậy số 20 là số hạng thứ 6.

Cách 2:

Dựa vào công thức truy hồi ta có

$$u_1 = 5$$

$$u_2 = 5 + 1$$

$$u_3 = 5 + 1 + 2$$

$$u_4 = 5 + 1 + 2 + 3$$

.....

$$\Rightarrow u_n = 5 + 1 + 2 + \dots + n - 1 = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow 20 = 5 + \frac{n(n-1)}{2} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^2 - n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy 20 là số hạng thứ 6.

Cách 3: Sử dụng máy tính CASIO fx – 570VN PLUS

1 SHIFT STO A

5 SHIFT STO B

Ghi vào màn hình $C = B + A$: $A = A + 1$; $B = C$

Ấn CALC và lặp lại phím =

Ta tìm được số 20 là số hạng thứ 6

- Câu 120.** Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.
A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$. Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

- Câu 121.** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.
A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = 3^{n-1}$. **C.** $u_n = 3^{n+1} - 2$. **D.** $u_n = 3^n - 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$u_1 = 1 = 3^0$$

$$u_2 = 3^1$$

$$u_3 = 3^2$$

...

$$u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$$

Dự đoán . Ta dễ dàng chứng minh được công thức này bằng quy nạp

$$n=1 \Rightarrow u_1 = 1$$

+ với suy ra khẳng định đúng

+ Giả sử $n=k \geq 2$ ta có $u_k = 3^{k-1}$. Ta phải chứng minh $u_{k+1} = 3^k$

$$u_{k+1} = 3 \cdot u_k = 3 \cdot 3^{k-1} = 3^k$$

Thật vậy, theo công thức truy hồi ta có

$$u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy theo nguyên lý quy nạp ta đã chứng minh được

Câu 122. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0.1; 0.01; 0.001; 0.0001 \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = 0.00\dots 01$
n số 0

B. $u_n = 0.00\dots 01$
n-1 số 0

C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$

D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$u_1 = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$u_2 = 0.01 = \frac{1}{10^2}$$

$$u_3 = 0.001 = \frac{1}{10^3}$$

...

$$u_n = \frac{1}{10^n} = 0.00\dots 01$$

n số 0

Dự đoán

Câu 123. Cho dãy số có 4 số hạng đầu là: $-1, 3, 19, 53$. Hãy tìm một quy luật của dãy số trên và viết số hạng thứ 10 của dãy với quy luật vừa tìm.

A. $u_{10} = 97$

B. $u_{10} = 71$

C. $u_{10} = 1414$

D. $u_{10} = 971$

Lời giải:

Chọn A

Xét dãy (u_n) có dạng: $u_n = an^3 + bn^2 + cn + d$

$$\begin{cases} a+b+c+d = -1 \\ 8a+4b+2c+d = 3 \\ 27a+9b+3c+d = 19 \\ 64a+16b+4c+d = 53 \end{cases}$$

Ta có hệ:

Giải hệ trên ta tìm được: $a=1, b=0, c=-3, d=1$

$\Rightarrow u_n = n^3 - 3n + 1$ là một quy luật.

Số hạng thứ 10: $u_{10} = 971$.

Câu 124. Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 5$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có $u_n = 5 + 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$.

Câu 125. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$

B. $u_n = 1 - n$

C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$

D. $u_n = n$

Lời giải

Chọn **D.**

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ (*) bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n=1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy (*) đúng với $n=1$

+ Giả sử (*) đúng với mọi $n=k (k \in \mathbb{N}^*)$, ta có: $u_k = k$. Ta đi chứng minh (*) cũng đúng với $n=k+1$, tức là: $u_{k+1} = k+1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k+1$. Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 126. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$

B. u_n không xác định.

C. $u_n = 1 - n$.

D. $u_n = -n$ với mọi n .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$,. Dễ dàng dự đoán được $u_n = 2 - n$.

Câu 127. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

Câu 128. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$.

B. $u_n = 2 + n^2$.

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$.

D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$

Câu 129. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$.

B. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 130. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. B. $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. C. $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. D. $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 131. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. B. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. C. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. D. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

Chọn **D.**

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \dots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = (-1) \cdot \underbrace{\frac{u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_{n-1}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}}_{n-1 \text{ lần}} \Leftrightarrow u_n = (-1) \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 132. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

- A. $u_n = n^{n-1}$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = 2^{n+1}$. D. $u_n = 2$.

Lời giải

Chọn **B.**

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$$
. Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = 2 \cdot 2^{n-1} \cdot u_1 \cdot u_2 \dots u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$

Câu 133. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

- A. $u_n = -2^{n-1}$. B. $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$. C. $u_n = \frac{-1}{2^n}$. D. $u_n = 2^{n-2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$$
. Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} \cdot u_1 \cdot u_2 \dots u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$

Câu 134. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$

- A. $n = 2017$. B. $n = 2019$. C. $n = 2020$. D. $n = 2018$.

Lời giải

Theo hệ thức đã cho ta có:

$$u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 = u_{n-2} + (n-2)^3 + (n-1)^3 = \dots = u_1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3$$

Lại có
$$1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1+2+\dots+(n-1))^2 = \frac{(n-1)^2 n^2}{4}$$

Suy ra:
$$u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{u_n - 1} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Sử dụng mode $\uparrow$ cho n chạy từ 2017 đến 2020, ta được kết quả $n = 2020$.

Câu 135. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$ là

- A. Không có n . B. 1009. C. 2018. D. 2017.

Lời giải

Với $n=1$ ta có: $u_2 = u_1 + 3 = 4 = 2^2$

Với $n=2$ ta có: $u_3 = u_2 + 2.2 + 1 = 9 = 3^2$

Với $n=3$ ta có: $u_4 = u_3 + 2.3 + 1 = 16 = 4^2$

Từ đó ta có: $u_n = n^2$

Suy ra $-u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 (L) \\ n = 2018 (N) \end{cases}$

Câu 136. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

A. $u_n = 2n - 1$

B. $u_n = 3n - 2$

C. $u_n = 4n - 3$

D. $u_n = 8n - 7$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = 3$$

$$u_3 = 5$$

...

Dự đoán $u_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức dự đoán bằng quy nạp

Câu 137. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $\begin{cases} v_1 = u_1 \\ v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức tổng quát của dãy (v_n) .

A. $v_n = \frac{n+1}{n+3}$

B. $v_n = \frac{2n}{3n+1}$

C. $v_n = \frac{n+2}{n+4}$

D. $v_n = \frac{n}{n+1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $v_1 = \frac{1}{2}$ và $v_{n+1} - v_n = u_{n+1}$

$$v_1 = \frac{1}{2}$$

$$v_2 - v_1 = \frac{1}{2.3}$$

$$v_3 - v_2 = \frac{1}{3.4}$$

...

$$v_n - v_{n-1} = \frac{1}{n(n+1)}$$

Cộng vế theo vế các đẳng thức trên ta được

$$\begin{aligned} v_n &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} \end{aligned}$$

Câu 138. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = 2 \end{cases} (n \geq 3)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số đó.

- A. $u_n = n^2 + 3n - 2$. B. $u_n = n^2 - 4n + 3$.
C. $u_n = n^2 - 3n - 2$. D. $u_n = n^2 - 3n + 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = 2 \Leftrightarrow u_n - u_{n-1} = u_{n-1} - u_{n-2} + 2, n \geq 3$

$$\left. \begin{aligned} u_3 - u_2 &= u_2 - u_1 + 2 \\ u_4 - u_3 &= u_3 - u_2 + 2 \\ \dots \\ u_n - u_{n-1} &= u_{n-1} - u_{n-2} + 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_n - u_2 = u_{n-1} - u_1 + 2(n-2) \Leftrightarrow u_n - u_{n-1} = 2n - 4 (*)$$

Từ (*) và giả thiết ta lại có

$$\left. \begin{aligned} u_2 - u_1 &= 0 \\ u_3 - u_2 &= 2 \\ u_4 - u_3 &= 4 \\ \dots \\ u_n - u_{n-1} &= 2n - 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_n - u_1 = 0 + 2 + 4 + \dots + 2n - 4$$

$$\Leftrightarrow u_n - u_1 = \sum_{k=2}^n (2k - 4) = n^2 - 3n + 2 \Leftrightarrow u_n = n^2 - 3n + 3$$

Câu 139. Tìm công thức tổng quát của dãy số cho bởi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 - 3n \end{cases}$

- A. $u_n = 2n + 3$. B. $u_n = 3n + 2$.
C. $u_n = 3^n + 2$. D. $u_n = 2^n + 3n$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$u_2 = 10 = 2^2 + 3.2$$

$$u_3 = 17 = 2^3 + 3.3$$

$$u_4 = 28 = 2^4 + 3.4$$

...

$$u_n = 2^n + 3n$$

Ta có thể chứng minh công thức dự đoán trên bằng quy nạp

Câu 140. Tìm số hạng tổng quát của dãy số cho bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2 + \frac{1}{2}n \end{cases}$

- A. $u_n = 4 - \frac{1}{2^n}$ B. $u_n = 4 - \frac{2}{2^n}$
 C. $u_n = 4 - \frac{1}{2^{n-2}}$ D. $u_n = 4 + \frac{1}{2^{n-1}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$u_2 = 3 + \frac{1}{2} = 3 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 4 - \frac{1}{2}$$

$$u_3 = 3 + \frac{3}{4} = 3 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 4 - \frac{1}{4}$$

$$u_4 = 3 + \frac{7}{8} = 3 + \left(1 - \frac{1}{8}\right) = 4 - \frac{1}{8}$$

...

$$u_n = 4 - \frac{1}{2^{n-1}} = 4 - \frac{2}{2^n}$$

Ta có thể chứng minh công thức dự đoán trên bằng quy nạp

Câu 141. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - u_n} \end{cases}$. Đặt $v_n = \frac{1 + u_n}{u_n}$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (v_n) .

- A. $v_n = \frac{6}{11 + n}$ B. $v_n = \frac{2}{1 + 3n}$
 C. $v_n = \frac{2}{1 - 2n}$ D. $v_n = \frac{3}{2} - n$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$v_n = \frac{1 + u_n}{u_n} \Rightarrow v_{n+1} = \frac{1 + u_{n+1}}{u_{n+1}} = \frac{1 + \frac{u_n}{1 - u_n}}{\frac{u_n}{1 - u_n}} = \frac{1}{u_n} \Rightarrow v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_n} - \frac{1 + u_n}{u_n} = -1$$

Ta có

Khi đó

$$\left. \begin{array}{l} v_2 - v_1 = -1 \\ v_3 - v_2 = -1 \\ \dots \\ v_n - v_{n-1} = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow v_n - v_1 = -1(n-1) \Leftrightarrow v_n = 1 - n + v_1$$

$$v_1 = \frac{1 + u_1}{u_1} = \frac{1 - 2}{-2} = \frac{1}{2}$$

. Ta lại có

$$v_n = 1 - n + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - n$$

Vậy

Cách 2: Tìm u_n rồi suy ra v_n

$$\left. \begin{array}{l} u_2 = -\frac{2}{3} \\ u_3 = -\frac{2}{5} \\ u_4 = -\frac{2}{7} \\ \dots \\ u_n = -\frac{2}{2n-1} \end{array} \right\} \Rightarrow v_n = \frac{1 - \frac{2}{2n-1}}{\frac{2}{2n-1}} = \frac{3}{2} - n$$

Câu 142. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$.

- A.** $u_n = 2n + 1$. **B.** $u_n = 2n - 1$.
C. $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = 2^n - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$u_2 = u_1 + 2 = 3 + 2 = 5.$$

$$u_3 = u_2 + 2 = 5 + 2 = 7.$$

$$u_4 = u_3 + 2 = 7 + 2 = 9.$$

$$u_5 = u_4 + 2 = 9 + 2 = 11.$$

Từ các số hạng đầu trên, ta dự đoán số hạng tổng quát u_n có dạng:

$$u_n = 2n + 1 \quad \forall n \geq 1 (*)$$

Ta dùng phương pháp chứng minh quy nạp để chứng minh công thức $(*)$ đúng.

Với $n = 1; u_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ (đúng). Vậy $(*)$ đúng với $n = 1$.

Giả sử $(*)$ đúng với $n = k$. Có nghĩa ta có: $u_k = 2k + 1$ (2)

Ta cần chứng minh $(*)$ đúng với $n = k + 1$. Có nghĩa là ta phải chứng minh:

$$u_{k+1} = 2(k+1) + 1 = 2k + 3.$$

Thật vậy từ hệ thức xác định dãy số và theo (2) ta có:

$$u_{k+1} = u_k + 2 = 2k + 1 + 2 = 2k + 3.$$

Vậy $(*)$ đúng khi $n = k + 1$. Kết luận $(*)$ đúng với mọi số nguyên dương n .

Câu 143. Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$

- A.** $u_n = \frac{n^2(n-1)^2}{4}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4}$.

$$\text{C. } u_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad \text{D. } u_n = 1 - \frac{n^2(n-1)^2}{4}$$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_{n+1} = u_n + n^3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = n^3$.

Từ đó suy ra:

$$u_1 = 1$$

$$u_2 - u_1 = 1^3$$

$$u_3 - u_2 = 2^3$$

$$u_4 - u_3 = 3^3$$

.....

$$u_{n-1} - u_{n-2} = (n-2)^3$$

$$u_n - u_{n-1} = (n-1)^3$$

Cộng từng vế n đẳng thức trên:

$$u_1 + u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1} = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-2)^3 + (n-1)^3$$

$$\Leftrightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-2)^3 + (n-1)^3.$$

Bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 = \frac{(n-1)^2 \cdot n^2}{4}$

$$\text{Vậy } u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4}$$

⊛ **Mở rộng phương pháp:**

⊛ Nếu dãy số (u_n) được cho dưới dạng liệt kê thì ta có thể thử giá trị n vào từng đáp án.

⊛ Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi tính vài số hạng đầu của dãy số sau đó ta có thể thử giá trị n vào từng đáp án.

Câu 144. Cho dãy số (u_n) biết $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B đều đúng

Lời giải

Chọn B

(Dãy số này cho bởi công thức truy hồi nên ta làm theo cách 3)

Ta dự đoán dãy số giảm sau đó ta sẽ chứng minh nó giảm

$$\text{Ta có } u_n - u_{n-1} = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} - u_{n-1} = \frac{1 - u_{n-1}}{4}$$

Do đó, để chứng minh dãy (u_n) giảm ta chứng minh $u_n > 1 \quad \forall n \geq 1$ bằng phương pháp quy nạp toán học. Thật vậy

Với $n=1 \Rightarrow u_1=2>1$

Giả sử $u_k > 1 \Rightarrow u_{k+1} = \frac{3u_k + 1}{4} > \frac{3+1}{4} = 1$

Theo nguyên lý quy nạp ta có $u_n > 1 \quad \forall n \geq 1$

Suy ra $u_n - u_{n-1} < 0 \Leftrightarrow u_n < u_{n-1} \quad \forall n \geq 2$ hay dãy (u_n) giảm

Giải nhanh: Dãy (u_n) có dạng $u_{n+1} = au_n + b$

Ở đây $a = \frac{3}{4} > 0$ và $u_2 - u_1 = \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4} < 0$ Suy ra dãy số giảm

Tổng quát ta có thể chứng minh dãy số giảm tương tự như trên.

$$(u_n): \begin{cases} u_1 = c > 1 \\ u_n = \frac{au_{n-1} + b}{a + b}, (a, b > 0) \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$$

Câu 145. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{\sin n}{n}$. B. $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1}$. C. $u_n = \frac{3^n}{n^2}$. D. $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

* Với $n \in (k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n > 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} > 0$

và $n \in (\pi + k2\pi, 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n < 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} < 0$. Suy ra dãy số trong đáp án A không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại A

* Ta có $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1} = \sqrt{\frac{n^2 + 1}{(2n + 1)^2}}$. Xét dãy (v_n) với $v_n = \frac{n^2 + 1}{(2n + 1)^2}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{n^2 + 2n + 2}{4n^2 + 12n + 9} - \frac{n^2 + 1}{4n^2 + 4n + 1} = \frac{4n^2 - 2n - 7}{(2n + 3)^2 (2n + 1)^2}$

Do $v_{n+1} - v_n$ vừa nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy số (v_n) không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

* $u_{n+1} - u_n = \frac{3 \cdot 3^n}{(n+1)^2} - \frac{3^n}{n^2} = \frac{3^n (2n^2 - 2n - 1)}{(n+1)^2 n^2}$. Do $u_{n+1} - u_n$ nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy đã cho không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại C

* Theo phương pháp loại trừ ta chọn D

Câu 146. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Cả A, B, C đều sai

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{1}{3}(u_k - u_{k-1}) > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. Vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 147. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \sqrt{u_k^2 + 3} - \sqrt{u_{k-1}^2 + 3} = \frac{(u_k - u_{k-1})(u_k + u_{k-1})}{\sqrt{u_k^2 + 3} + \sqrt{u_{k-1}^2 + 3}} > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 148. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có $u_{10} = 2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_1 > u_2 > u_3$. Dự đoán dãy số đã cho giảm, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k < u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} < u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{3u_k}{3 + u_k} - \frac{3u_{k-1}}{3 + u_{k-1}} = \frac{9(u_k - u_{k-1})}{(3 + u_k)(3 + u_{k-1})} < 0 \Leftrightarrow u_{k+1} < u_k$. vậy dãy đã cho là dãy giảm

Câu 149. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có hữu hạn số hạng

Lời giải

Chọn A

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{4n^2 + 3n + 1}{2(2n+1)(n+1)^2} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

- Câu 150.** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?
A. $a > 0$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a < 1$. **D.** $a > 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Xét hiệu } u_{n+2} - u_{n+1} &= au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)(u_{n+1} - u_n) \\ \Rightarrow u_3 - u_2 &= (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1) \\ \Rightarrow u_4 - u_3 &= (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)^2 \\ &\dots \\ \Rightarrow u_{n+1} - u_n &= (a-1)^{n-1} > 0 \end{aligned}$$

Để dãy số (u_n) tăng suy ra $a > 1$.

- Câu 151.** Cho (u_n) biết $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ và $c > 0, d > 0$. Khi đó điều kiện đủ để dãy số (u_n) tăng là?
A. $a < 0, b < 0$. **B.** $a > 0, b > 0$. **C.** $a > 0, b < 0$. **D.** $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét hiệu } u_{n+1} - u_n = \frac{ad - bc}{[c(n+1) + d](cn + d)}$$

- Câu 152.** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 1}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Là dãy số không đổi

Lời giải

Chọn B

Dự đoán dãy giảm sau đó chứng minh $u_{n+1} - u_n < 0$ bằng quy nạp toán học

Chú ý: Từ giả thiết suy ra $u_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

$$\text{Ta có } u_2 - u_1 = \frac{5}{4} - 2 = -\frac{3}{4} < 0$$

Giả sử $u_{k+1} - u_k < 0, \forall k \geq 1$

$$\text{Xét hiệu } u_{k+2} - u_{k+1} = \frac{u_{k+1}^2 + 1}{4} - \frac{u_k^2 + 1}{4} = \frac{1}{4}(u_{k+1} + u_k)(u_{k+1} - u_k) < 0$$

Theo nguyên lý quy nạp suy ra $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) giảm

- Câu 153.** Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{na+2}{n+1}$, là dãy số tăng?
A. $a \geq 2$. **B.** $a < 2$. **C.** $a \leq 2$. **D.** $a > 2$.

Lời giải:

Chọn D

$$u_{n+1} - u_n = \frac{a-2}{(n+2)(n+1)} > 0 \Leftrightarrow a > 2$$

Ta có:

Câu 154. Gọi A là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của a thuộc đoạn $[-5; 5]$ sao cho dãy số (u_n) với

$u_n = \frac{an^2 + 1}{2n^2 + 3}$ là một dãy số tăng. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

- A. 6. B. 11. C. 5. D. Vô số.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có $u_n = \frac{a}{2} + \frac{2-3a}{2(2n^2+3)}$ nên $u_{n+1} - u_n = \frac{2-3a}{2} \left[\frac{1}{2(n+1)^2+3} - \frac{1}{2n^2+3} \right]$, với mọi $n=1, 2, \dots$

Với $n \in \mathbb{N}^*$ thì $\frac{1}{2(n+1)^2+3} - \frac{1}{2n^2+3} < 0$ nên dãy số tăng khi $u_{n+1} - u_n > 0$ hay $a > \frac{2}{3}$.

Trên đoạn $[-5; 5]$, ta có 5 giá trị nguyên của a là 1; 2; 3; 4; 5.

Câu 155. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{3^n}$. Biết hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{\frac{a}{c}n + \frac{b}{c}}{3^n}$ trong đó $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Tính tổng $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$.

- A. 1. B. -1. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Lời giải:

Chọn B.

Cách 1: Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{3^{n+1}} - \frac{n+1}{3^n} = \frac{-2n-1}{3 \cdot 3^n} = -\frac{2}{3}n - \frac{1}{3}$. Do đó $\frac{a}{c} = -\frac{2}{3}, \frac{b}{c} = -\frac{1}{3}$, suy ra $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = -1$.

Cách 2: Thay $n=1$ vào $u_{n+1} - u_n = \frac{\frac{a}{c}n + \frac{b}{c}}{3^n}$, ta có $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = 3(u_2 - u_1) = -1$.

Câu 156. Cho dãy số tăng (u_n) với $u_n = \frac{an+3}{bn+1}$, với a, b là hai số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3b - a < 0$. B. $a < 3b$. C. $a + 3b > 0$. D. $a - 3b + 6 > 0$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{a(n+1)+3}{b(n+1)+1} - \frac{an+3}{bn+1} = \frac{(an+a+3)(bn+1) - (an+3)(bn+b+1)}{(bn+b+1)(bn+1)}$

$$= \frac{abn^2 + an + abn + 3bn + a + 3 - (abn^2 + abn + an + 3bn + 3b + 3)}{(bn + b + 1)(bn + 1)}$$

$$= \frac{a - 3b}{(bn + b + 1)(bn + 1)}$$

Do đó dãy (u_n) tăng khi $a - 3b > 0 \Leftrightarrow 3b - a < 0$

Câu 157. dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \sqrt{2010 + \sqrt{2010 + \dots + \sqrt{2010}}}$ (n dấu căn) Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Tăng
B. Giảm
C. Không tăng, không giảm
D. Bị chặn sai

Lời giải:

Chọn A.

Ta có $u_{n+1}^2 = 2010 + u_n \Rightarrow u_{n+1} - u_n = -\frac{u_{n+1}^2 - u_n^2}{u_{n+1} + u_n} = -\frac{2010 + u_n - u_n^2}{u_{n+1} + u_n}$

Bằng quy nạp ta chứng minh được $u_n < \frac{1 + \sqrt{8041}}{2} \quad \forall n$

Suy ra $u_{n+1} - u_n > 0 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng

Câu 158. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.** Dãy số bị chặn.
B. Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn dưới.
D. Không bị chặn

Lời giải

Chọn A

Ta dự đoán dãy số này bị chặn (dùng máy casio để tính một vài số hạng). Ta sẽ chứng minh bằng quy nạp: $-2 \leq u_n \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Với $n=1$ ta có $-2 \leq u_1 \leq 1$ (đúng)

Giả sử mệnh đề trên đúng với $n=k \geq 1: -2 \leq u_k \leq 1$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{1}{2}u_k \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}u_k - 1 \leq -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -2 \leq u_{k+1} \leq 1$$

Theo nguyên lý quy nạp ta đã chứng minh được $-2 \leq u_n \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) bị chặn

Câu 159. Xét tính bị chặn của các dãy số sau $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n(n+2)}$

- A.** Bị chặn
B. Không bị chặn
C. Bị chặn trên
D. Bị chặn dưới

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $0 < u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$ Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 160. Xét tính bị chặn của các dãy số sau

A. Bị chặn

B. Không bị chặn

C. Bị chặn trên

D. Bị chặn dưới

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_n = \frac{n}{2n+1} \Rightarrow 0 < u_n < 1$, dãy (u_n) bị chặn.

Câu 161. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2.4.6.2n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn dưới. B. Dãy số bị chặn trên.

C. Dãy số không bị chặn.

D. Dãy số bị chặn

Lời giải

Chọn D

Xét $\frac{2k-1}{2k} < \frac{2k-1}{\sqrt{4k^2-1}} = \frac{\sqrt{(2k-1)^2}}{\sqrt{(2k-1)(2k+1)}} = \frac{\sqrt{2k-1}}{\sqrt{2k+1}}, \forall k \geq 1$

$\Rightarrow u_n < \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \dots \frac{\sqrt{2n-1}}{\sqrt{2n+1}} = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Rightarrow 0 < u_n < \frac{1}{\sqrt{3}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) bị chặn

Câu 162. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{n^2 + 3n + 1}{n + 1}$

A. Tăng, bị chặn trên.

B. Tăng, bị chặn dưới.

C. Giảm, bị chặn trên.

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{(n+1)^2 + 3(n+1) + 1}{n+2} - \frac{n^2 + 3n + 1}{n+1} = \frac{n^2 + 5n + 5}{n+2} - \frac{n^2 + 3n + 1}{n+1}$
 $= \frac{(n^2 + 5n + 5)(n+1) - (n^2 + 3n + 1)(n+2)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n^2 + 3n + 3}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \geq 1$

$\Rightarrow u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số tăng.

$u_n > \frac{n^2 + 2n + 1}{n+1} = n+1 \geq 2 \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới.

Câu 163. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}}$

A. Tăng, bị chặn trên.

B. Tăng, bị chặn dưới.

C. Giảm, bị chặn.

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n > 0 \quad \forall n \geq 1$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{\sqrt{(n+1)^2 + (n+1) + 1}} = \sqrt{\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 3n + 3}} < 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Mặt khác: $0 < u_n < 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 164. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2^n}{n!}$

A. Tăng, bị chặn trên. B. Tăng, bị chặn dưới. C. Giảm, bị chặn. D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} : \frac{2^n}{n!} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{2^n} = \frac{2}{n+1} \leq 1 \quad \forall n \geq 1$$

Mà $u_n > 0 \quad \forall n \Rightarrow u_{n+1} < u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Vì $0 < u_n \leq u_1 = 2 \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 165. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

A. 0. B. -1. C. $-\sqrt{2}$. D. Không bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn C

$u_n = \sin 5 - \cos 5 < -1 < 0$ loại A và B (dùng TABLE của MTCT để kiểm tra, chỉ cần có một số hạng nào đó của dãy số nhỏ hơn α thì dãy số đó không thể bị chặn dưới bởi α)

$$u_n = \sqrt{2} \sin \left(n - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2}$$

Ta có

Câu 166. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

A. $m = -2; M = 2$. B. $m = -\frac{1}{2}; M = \sqrt{3} + 1$.

C. $m = -\sqrt{3} + 1; M = \sqrt{3} - 1$. D. $m = -\frac{1}{2}; M = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$u_1 = \sqrt{3} - 1 > \frac{1}{2}$$

loại C và D

$$u_4 = -\frac{1}{2}$$

loại B

$$u_n = 2 \sin \left(n - \frac{\pi}{6} \right) - 2 < u_n < 2.$$

Nhận xét:

Câu 167. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

A. Dãy số tăng, bị chặn. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.

C. Dãy số giảm, bị chặn trên.

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2} > 0 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số tăng.

Do $u_n < 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{n}$

$\Rightarrow 1 < u_n < 2, \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

$$(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$

Câu 168. Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau:

A. Tăng, bị chặn.

B. Giảm, bị chặn.

C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên.

D. Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

Lời giải

Chọn B

Trước hết bằng quy nạp ta chứng minh: $1 < u_n \leq 2, \forall n$

Điều này đúng với $n=1$, giả sử $1 < u_n < 2$ ta có:

$1 < u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} < 2$ nên ta có đpcm.

Mà $u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n}{2} < 0, \forall n$.

Vậy dãy (u_n) là dãy giảm và bị chặn.

Câu 169. Cho hai dãy số $(x_n); (y_n)$ xác định: $\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ y_1 = \sqrt{3} \end{cases}$ và $\begin{cases} x_n = x_{n-1} + \sqrt{1 + x_{n-1}^2} \\ y_n = \frac{y_{n-1}}{1 + \sqrt{1 + y_{n-1}^2}} \end{cases}, \forall n \geq 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < x_n y_n < 2, \forall n \geq 2$.

B. $3 < x_n y_n < 4, \forall n \geq 2$.

C. $4 < x_n y_n < 5, \forall n \geq 2$.

D. $2 < x_n y_n < 3, \forall n \geq 2$.

Lời giải:

Chọn D

$$x_1 = \sqrt{3} = \cot \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_2 = \cot \frac{\pi}{6} + \sqrt{1 + \cot^2 \frac{\pi}{6}} = \frac{\cos \frac{\pi}{6} + 1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \cot \frac{\pi}{2 \cdot 6}$$

Ta có:

Bằng quy nạp ta chứng minh được: $x_n = \cot \frac{\pi}{2^{n-1} \cdot 6}$.

Tương tự, ta cũng có: $y_n = \tan \frac{\pi}{2^{n-1} \cdot 3}$

Đặt $\alpha_n = \frac{\pi}{2^n \cdot 3} \Rightarrow x_n = \cot \alpha_n; y_n = \tan 2\alpha_n \Rightarrow x_n \cdot y_n = \tan 2\alpha_n \cdot \cot \alpha_n$

Đặt $t = \tan \alpha_n \Rightarrow \tan 2\alpha_n \cdot \cot \alpha_n = \frac{2t}{1-t^2} \cdot \frac{1}{t} = \frac{2}{1-t^2}$

Vì $n \geq 2 \Rightarrow 0 < \alpha_n < \frac{\pi}{6} \Rightarrow 0 < t < \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{2}{1-t^2} < 1$

$\Rightarrow 2 < \frac{2}{1-t^2} < 3 \Rightarrow 2 < x_n y_n < 3, \forall n \geq 2$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>