

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Viết phương trình mặt cầu

① Dạng 1. Cơ bản $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I(a; b; c) \\ \square BK : R \end{cases} \Rightarrow (S): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}.$

② Dạng 2. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và đi qua điểm A .

Phương pháp: $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I \\ \square BK : R = IA \end{cases} \text{ (dạng 1)}$

③ Dạng 3. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB , với A, B cho trước.

Phương pháp: $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I \text{ là trung điểm của } AB. \\ \square BK : R = \frac{1}{2} AB \end{cases}$

④ Dạng 4. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với các trục và mp tọa độ.

Phương pháp: $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I \\ \square BK : R = IM \end{cases}$ với M là hình chiếu của I lên trục hoặc mp tọa độ.

⑤ Dạng 5. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

Phương pháp: $(S): \begin{cases} \square \text{ Tâm } I \\ \square BK : R = d[I; (P)] \end{cases}$

$\square$ Khoảng cách từ điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ được xác định

bởi công thức:
$$d(M; (P)) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

⑥ Dạng 6. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D .

Phương pháp: Gọi $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Vì $A, B, C, D \in (S)$ nên tìm được 4 phương trình $\Rightarrow a, b, c, d \Rightarrow (S)$.

⑦ Dạng 7. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua 3 điểm A, B, C và tâm thuộc mp (P) .

Phương pháp: Gọi $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Vì $A, B, C \in (S)$ nên tìm được 3 phương trình và $I(a; b; c) \in (P)$ là phương trình thứ tư.

Giải hệ bốn phương trình này $\Rightarrow a, b, c, d \Rightarrow (S)$.

⑧ Dạng 8. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r . (dạng này mình sẽ đưa vào bài phương trình mặt phẳng, các bạn học cũng có thể tự tìm để hiểu hơn)

Phương pháp: Dựa vào mối liên hệ $R^2 = d^2_{[I;(P)]} + r^2$ và cần nhớ $C = 2\pi r$ và $S_{\text{cầu}} = 4\pi r^2$.

Câu 1. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

Câu 2. (Chuyên Sơn La -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;-1;3)$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB

Câu 3. (Việt Đức Hà Nội 2019) Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

Câu 4. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội -2019) Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Tính bán kính R của (S) .

Câu 5. (Sở Bình Phước - 2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình trên là phương trình của một mặt cầu.

Câu 6. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2my + 3m^2 - 2m = 0$ với m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

Câu 7. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B

Câu 8. (Chuyên Nguyễn Đình Triều - Đồng Tháp - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Một mặt cầu (S') có tâm $I'(9;1;6)$ và tiếp xúc ngoài với mặt cầu (S) . Viết phương trình mặt cầu (S')

Câu 9. (Toán Học Tuổi Trẻ 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

Câu 10. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2018) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ.

Dạng 2. Vị trí tương đối mặt phẳng với mặt cầu, đường thẳng

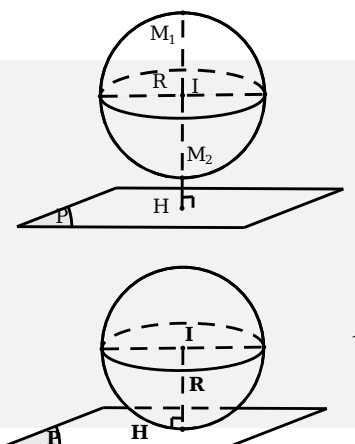
Vị trí tương đối giữa mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P) .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Khi đó:

▮ Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.



⊂ Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.

Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.

⊂ Nếu $d < R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện

là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

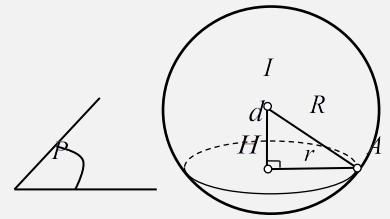
Viết phương trình mặt $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Phương pháp:

⊂ Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.

⊂ Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.

⊂ Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I;P]} = R \Rightarrow d'$.



Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$

Câu 12. (Chuyên Nguyễn Huệ- 2019) Viết phương trình mặt cầu tâm $I(3; -2; 4)$ và tiếp xúc với

Câu 13. (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$.
Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$

Câu 14. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 0)$. Mặt cầu tâm M , bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Câu 15. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z + 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P)

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình của mặt cầu có tâm $I(0; 1; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$?

Câu 17. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $v = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

Câu 18. (THPT Nam Trực - Nam Định - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 7 = 0$. Biết $mp(Q)$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$ theo một đường tròn có bán kính $r = 3$. Viết phương trình mặt phẳng (Q)

$$(d): \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(P): x - 2y + 2z = 0$; $(Q): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Viết phương trình mặt cầu (S) .

Câu 20. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua M , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ .

Câu 21. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$, $A(0; 0; 4), B(3; 1; 2)$. Một mặt cầu (S) luôn đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại C . Biết rằng, C luôn thuộc một đường tròn cố định bán kính r . Tính bán kính r của đường tròn đó.

Câu 22. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ với, $A(1; 2; 3)$, $B(3; 1; 2)$, $C(4; 2; 3)$, $D(2; 3; 4)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp. Tính khoảng cách d từ I đến mặt phẳng (SAD) .

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6; 0; 0)$, $N(0; 6; 0)$, $P(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN , NP , PM ?

Câu 24. Trong không gian cho mặt phẳng $(P): x - z + 6 = 0$ và hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4z + 7 = 0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) và tâm I nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu: $(S_m): x^2 + y^2 + z^2 + (m+2)x + 2my - 2mz - m - 3 = 0$.

Biết rằng với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

Câu 26. (THPT Kim Liên - Hà Nội - 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$.

Câu 27. (Chuyên Sơn La 2022) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x = 1 + 3a + at \\ y = -2 + t \\ z = 2 + 3a + (1+a)t \end{cases}$$
 Biết rằng khi a thay đổi thì luôn tồn tại một mặt cầu cố định đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ . Tìm bán kính của mặt cầu đó.

Câu 28. (Chuyên Biên Hòa – Hà Nam 2022) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 48$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{\sqrt{2}}$. Điểm $M(a;b;c), (a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) , (A, B, C là các tiếp điểm) và $\angle AMB = 60^\circ, \angle BMC = 90^\circ, \angle CMA = 120^\circ$. Tính $Q = a + b + c$.

Dạng 3. Một số bài toán liên quan đến mặt cầu (tiếp tuyến, khoảng cách,...)

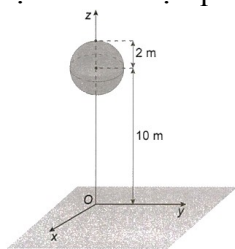
Câu 29. (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a, b, c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

Câu 30. (Mã 102-2023) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua $A(1; 0; -2)$, nhận $u = (1; a; 4-a)$ ($a \in \mathbb{R}$) làm vector chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Tính a^2

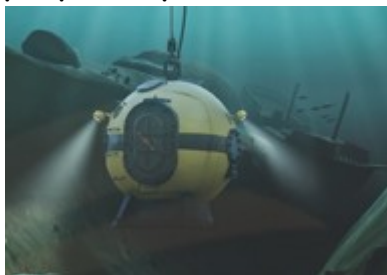
Câu 31. (Mã 103 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5; 6; 12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

Dạng 4. Ứng dụng

Câu 32. Một quả bóng hình cầu có bán kính 2 m được treo lơ lửng trên một mặt đất phẳng. Tâm quả bóng cách mặt đất 10 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là hình chiếu vuông góc của tâm quả cầu trên mặt đất, tia Oz chứa tâm của quả cầu, các trục Ox, Oy thuộc mặt đất như hình vẽ. Viết phương trình của mặt cầu bề mặt quả bóng.

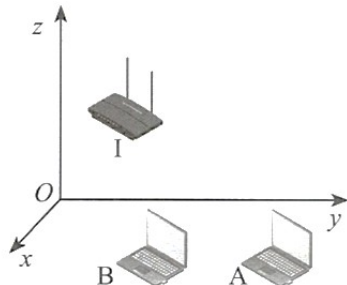


Câu 33. Phần mềm mô phỏng thiết bị thám hiểm đại dương có dạng hình cầu trong không gian $Oxyz$. Cho biết tọa độ tâm mặt cầu là $I(360; 200; 400)$ và bán kính $r = 2m$. Viết phương trình mặt cầu.



Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, trong khoảng thời gian từ 0 đến 1, một vật thể chuyển động sao cho tại mỗi thời điểm $t \in [0;1]$, vật thể đó ở vị trí $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin t; \sqrt{\sqrt{2}\sin t \cos t}; \frac{1}{\sqrt{2}}\sin t - \cos t\right)$. Hỏi trong quá trình chuyển động nói trên, vật thể có luôn thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ hay không?

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một router phát sóng wifi có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(4; 2; 10)$.

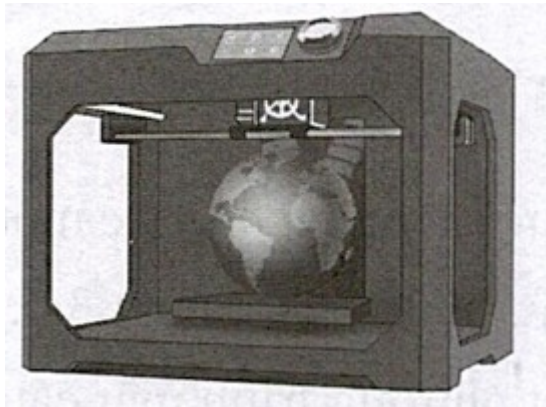


a) Cho biết bán kính phủ sóng wifi là 40 m. Viết phương trình mặt cầu (S) biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng.

b) Một người sử dụng máy tính tại điểm $M(6; 12; 0)$. Hãy cho biết điểm M nằm trong hay nằm ngoài mặt cầu (S) và người đó có thể sử dụng được sóng wifi của router nói trên hay không.

c) Câu hỏi tương tự đối với người sử dụng máy tính ở điểm $N(14; 6; 50)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là centimét). Đầu in phun của một máy in 3 D đang in bề mặt của một mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$.



Tìm:

a) tọa độ tâm và bán kính của tâm mặt cầu;

b) khoảng cách từ đầu in phun đến tâm của mặt cầu.

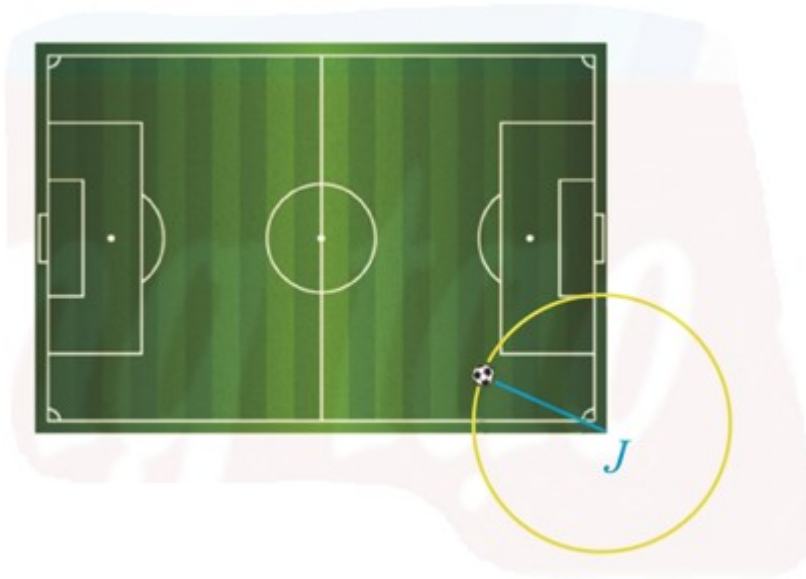
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tọa độ là mét), một ngọn hải đăng có bóng đèn đặt tại điểm $I(20; 40; 60)$.



a) Cho biết bán kính phủ sáng của đèn trên hải đăng là 3 km, viết phương trình mặt cầu biểu diễn ranh giới của vùng phủ sáng của hải đăng trong không gian.

b) Một người đi biển đang ở vị trí $M(420; 340; 0)$. Người đó có thể nhìn thấy được ánh sáng của hải đăng hay không? Giải thích.

Câu 38. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu $(S): (x - 32)^2 + (y - 50)^2 + (z - 10)^2 = 109$ (đơn vị độ dài tính theo mét).



a) Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

b) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc J của tâm I trên mặt sân.

c) Tính khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J .

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6; -1; 4)$.



a) Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km . Viết phương trình mặt cầu (S) biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng.

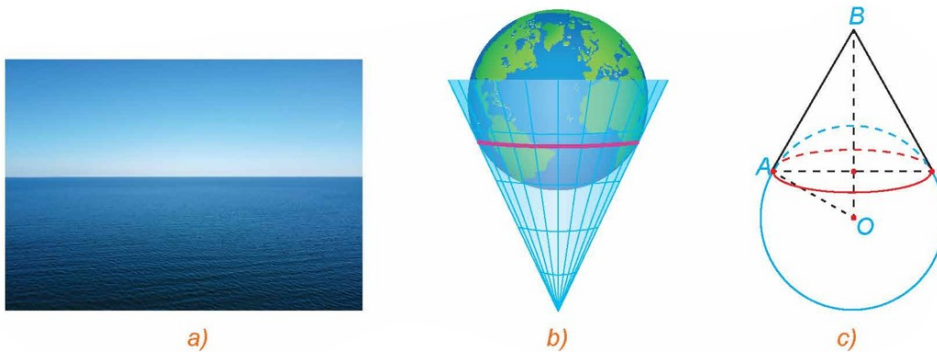
b) Một người sử dụng điện thoại tại điểm $M(-5; -2; 5)$. Hãy cho biết điểm M nằm trong hay nằm ngoài mặt cầu (S) và người đó có thể sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên hay không.

c) Câu hỏi tương tự đối với người sử dụng điện thoại ở điểm $N(-1; 0; 1)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(2; 0; 0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 1. Hỏi vị trí $M(2; 1; 1)$ có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?

Câu 41. Nếu đứng trước biển và nhìn ra xa, người ta sẽ thấy một đường giao giữa mặt biển và bầu trời, đó là đường chân trời đối với người quan sát (H.5.45a). Về mặt Vật lý, đường chân trời là đường giới hạn phần Trái Đất mà người quan sát có thể nhìn thấy được (phần còn lại bị chính Trái Đất che khuất). Ta có thể hình dung rằng, nếu người quan sát ở tại đỉnh của một chiếc nón và Trái Đất được "thả" vào trong chiếc nón đó, thì đường chân trời trong trường hợp này là đường chạm giữa Trái Đất và chiếc nón (H.5.45b). Trong mô hình toán học, đường chân trời đối với người quan sát tại vị trí B là tập hợp những điểm A nằm trên bề mặt Trái Đất sao cho $\angle BAO = 90^\circ$, với O là tâm Trái Đất (H.5.45c). Trong không gian $Oxyz$, giả sử bề mặt Trái Đất (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và người quan sát ở vị trí $B(1; 1; -1)$.

Gọi A là một vị trí bất kì trên đường chân trời đối với người quan sát ở vị trí B . Tính khoảng cách AB .



Câu 42. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình).

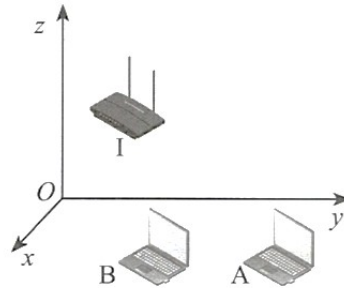


Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, toạ độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được

khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy, điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(3; -1; 6)$, $B(1; 4; 8)$, $C(7; 9; 6)$, $D(7; -15; 18)$. Tìm tọa độ của điểm M trong không gian, biết khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA=6, MB=7, MC=12, MD=24$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một router phát sóng wifi có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(4; 2; 10)$.

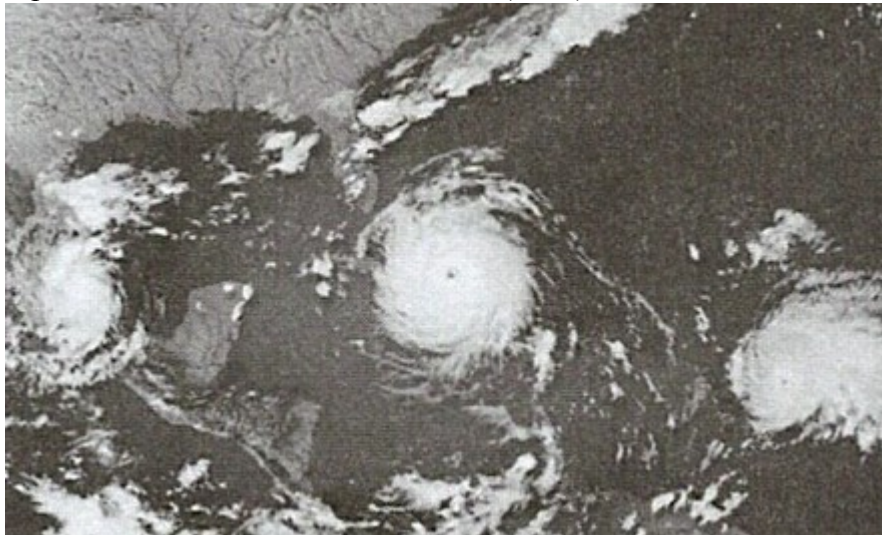


a) Cho biết bán kính phủ sóng wifi là 40 m. Viết phương trình mặt cầu (S) biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng.

b) Một người sử dụng máy tính tại điểm $M(6; 12; 0)$. Hãy cho biết điểm M nằm trong hay nằm ngoài mặt cầu (S) và người đó có thể sử dụng được sóng wifi của router nói trên hay không.

c) Câu hỏi tương tự đối với người sử dụng máy tính ở điểm $N(14; 6; 50)$.

Câu 44. Tại một thời điểm có bão, khi đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) ở một vị trí phù hợp thì tâm bão có tọa độ $(300; 200; 1)$ (Hình).



a) Lập phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão ở cấp độ: bán kính gió mạnh từ cấp 10, giạt từ cấp 12 trở lên khoảng 100 km tính từ tâm bão.

b) Tại một vị trí có tọa độ $(350; 245; 1)$ thì có bị ảnh hưởng bởi cơn bão được mô tả ở câu a hay không?

Câu 45. Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu (mặt đầu sóng là mặt cầu). Khi gắn trên hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ $(2; 3; 1)$, cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính 10 m.

a) Lập phương trình mặt cầu mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn.

b) Tại một vị trí có tọa độ $(5; 0; 2)$ có nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm trên hay không?

Câu 46. Người ta muốn thiết kế một quả địa cầu trong không gian $Oxyz$ bằng phần mềm 3 D.

Biết phương trình mặt cầu là $(S): (x - 24)^2 + (y - 24)^2 + (z - 24)^2 = 100$ (đơn vị cm) và phương

trình đường thẳng trục xoay là $d: \frac{x - 24}{1} = \frac{y - 24}{1} = \frac{z - 24}{3,25}$.



a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (S) .

b) Tính số đo góc giữa d và trục Oz . Làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ.