

Bài 1.

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x^2 + y^4 - 4xy^3 = 0 \\ 4x^2 + 2y^2 - 4xy = 1 \end{cases}$$

Bài 2.

Cho dãy số (u_n) xác định như sau: $u_1 = 2$ và $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2011} + \frac{2010}{2011}u_n$ với $n = 1, 2, 3, \dots$

1. Chứng minh (u_n) là dãy số tăng và không bị chặn trên.

2. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{u_{i+1} - 1}$.

Bài 3.

1. Từ đỉnh A của hình vuông $ABCD$, ta vẽ hai tia Ax, Ay đi qua miền trong của hình vuông đó. Gọi M, K lần lượt là hình chiếu của các điểm D, B lên Ax ; gọi N, L lần lượt là hình chiếu của các điểm D, B lên Ay . Chứng minh rằng các đường thẳng KL, MN vuông góc với nhau.
2. Cho tam giác ABC nhọn, với $BC = a, CA = b, AB = c$. Hãy tìm điểm M bên trong tam giác ABC sao cho $a.MA + b.MB + c.MC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4.

Cho x, y, z là các số nguyên. Chứng minh rằng $x + y + z$ chia hết cho 30 khi và chỉ khi $x^5 + y^5 + z^5$ chia hết cho 30.

Bài 5.

Từ các chữ số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

1. Trong mỗi số tự nhiên, mỗi chữ số có mặt đúng hai lần.
2. Trong mỗi số tự nhiên, hai chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.