**Bài 5.3: MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI**

**Dạng toán 1: Phương trình trùng phương**

|  |
| --- |
| ***Phương trình trùng phương:***  |
| * Đặt  thì
* Để xác định số nghiệm của  ta dựa vào số nghiệm của  và dấu của chúng, cụ thể:

 Để  vô nghiệm  Để  có 1 nghiệm  Để  có 2 nghiệm phân biệt  Để  có 3 nghiệm  có 1 nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương. Để  có 4 nghiệm  có 2 nghiệm dương phân biệt. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bài 1:** Cho phương trình:x4(m + 2)x2 + m = 0 (1)Tìm m để phương trình:a.Có nghiệm duy nhất. b. Có hai nghiệm phân biệt.c.Có ba nghiệm phân biệt. d.Có bốn nghiệm phân biệt**Lời giải tham khảo**Đặt t = x2 với điều kiện t ≥ 0. Khi đó, phương trình được biến đổi về dạng:f(t) = t2(m + 2)t + m = 0. (2)1. Phương trình (1) có nghiệm duy nhất

⇔ (2) có nghiệm t1 ≤ 0 = t2 ⇔ vô nghiệm.Vậy, không tồn tại m thoả mãn điều kiện đầu bài. |

|  |
| --- |
| b. Có hai nghiệm phân biệt. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c. Có ba nghiệm phân biệt. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| d. Có bốn nghiệm phân biệt |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|  **Bài 1.1:** Cho phương trình(\*). Tìm  để a) Phương trình (\*) có bốn nghiệm phân biệt b) Phương trình (\*) có nghiệm

|  |
| --- |
| **✍ *Giải***a) Phương trình (\*) có bốn nghiệm phân biệt |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b) Phương trình (\*) có nghiệm

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng toán 2: Phương trình chứa GTTĐ**

|  |
| --- |
| Để giải phương trình chứa dấu trị tuyệt đối, ta tìm cách khử dấu trị tuyệt đối bằng cách: dùng định nghĩa  hoặc bình phương 2 vế hoặc đặt ẩn phụ.**➀Loại 1**:  hoặc sử dụng định nghĩa: **➁Loại 2**: **➂Loại 3**:  dùng phương pháp chia khoảng để giải. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 2:** Giải các phương trình saua) . **✍ *Giải*** |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b)  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Bài 2.1: Giải các phương trình sau:*** *a)* **✍ *Giải***Lập bảng xét dấu  và  :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | ∞ |  | 0 |  | 1 |  | 2 |  | +∞ |
| x2x |  |  +  | 0 |  |  |  +  |  | +  |  |
| 2x4 |  |  |  |  |  |  | 0 | +  |  |

*Trường hợp 1*: Với x ≤ 0 hoặc 1 ≤ x ≤ 2, phương trình có dạng:x2x(2x4) = 3 ⇔ x23x + 1 = 0 ⇔ x = (3 ± ) (loại).*Trường hợp 2: Với*  0 < x < 1, phương trình có dạng:(x2x)(2x4) = 3 ⇔ x2 + x1 = 0  x = Trường hợp 3: Với x ≥ 2, phương trình có dạng: x2x + 2x4 = 3 ⇔ x2 + x7 = 0  x = Vậy nghiệm của phương trình là: x =  và x = . |

|  |
| --- |
| *b )*  = x + 3. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| *c)* (x + 2)x33x = x66x4 + 9x2 + 2x.Gọi ý: Viết lại phương trình dưới dạng:(x33x)2(x + 2)x33x + 2x = 0. (1)Đặt t = x33x, điều kiện t ≥ 0. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

***Chú ý: Trong một số trường họp ta có thể giải phương trình chứa GTTĐ bằng cách sử dụng tính chất của GTTĐ***

Ta sử dụng các tính chất sau:

1. Ta có: a + b = a + b ⇔ ab ≥ 0.
2. Ta có: a + b = a + b ⇔ .
3. Ta có: a + b = ab ⇔ .
4. Ta có: |ab = ab ⇔ b(ab) ≥ 0.

với lược đồ thực hiện theo các bước:

1. Đặt điều kiện có nghĩa (nếu cần) cho các biểu thức trong phương trình.
2. Biến đổi phương trình về một trong 4 tính chất đã biết.
3. Giải ( hoặc biện luận) phương trình đại số nhận được.
4. Kết luận.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 2.2:** *Giải phương trình,bpt:***a)** x24x + 3 + x24x = 3.**✍** *Giải*Ta có thể trình bày theo các cách sau:*Cách 1*: Viết lại phương trình dưới dạng:x24x + 3 + 4xx2 = ( x24x + 3) + (4xx2) ⇔ .Vậy, nghiệm của phương trình là [0; 1] ∪ [3; 4].*Cách 2*: Viết lại phương trình dưới dạng:x24x + 3 + x24x = ( x24x + 3)( x24x)  ⇔ ⇔ .Vậy, nghiệm của phương trình là [0; 1] ∪ [3; 4]. |

|  |
| --- |
| **b)** 2x23x + 12x25x < 2x + 1. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng toán 3: Bất phương trình chứa GTTĐ**

|  |
| --- |
| **Loại 1**:  ⇔  Hoặc .**Loại 2:** ⇔ ⇔ Hoặc  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 3. :** Giải các bất phương trình sau :a)    |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b) x5x2 + 7x9 ≥ 0. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 3.1: Giải các bất phương trình sau:** a.  ≥ 3. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| **b)**  ≥ 1.  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| b) x24x + 2 ≤ 0. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |  |

**Dạng 4: Phương trình , bất phương trình vô tỷ**

**Phương pháp 1: Nâng luỹ thừa**

|  |
| --- |
| **➀****➁****➂****➃** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| **Bài 4:** *Giải phương các trình sau*:a. = x − 6. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b.  = 1 x2 |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| ***Bài 4.1:*** *Giải phương các trình sau*:*a.* . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | b.  = .

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 2: *Sử dụng ẩn phụ***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bai 4.2:** *Giải phương các trình sau*:a)   **✍ *Giải***a) Đặt . Khi đó phương trình đã cho trở thành:Vì , thay vào ta có Vậy phương trình có nghiệm là   | b). (x + 5)(2x) = 3.

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| c) +  = 3.   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|

|  |
| --- |
|  |
|  |

 |
|  |

 |

|  |
| --- |
| d) ( + ) = 4x9 + 2. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bài 4.3:** Giải bất phương trình:a) (x + 1)(x + 3) ≤ .

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

  | b)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 3: Đặt ẩn phụ không hoàn toàn**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **Bài 4.4:**Giải phương trình  ***Lời giải***ĐKXĐ: Phương trình Đặt  phương trình trở thành Có  suy ra  Vô nghiệm vì với  thì  hoặc Vậy phương trình có hai nghiệm  và  |

|  |
| --- |
| b)   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
| c)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.5:** Giải các bất phương trình sau:a) x2 + 4x ≥ (x + 4). **✍Giải**a)Đặt t = , bất phương trình có dạngf(x) = x2(t4)x4t ≥ 0. (1)coi vế trái là một tam thức bậc hai theo x, ta có Δ = (t4)2 + 16t = (t + 4)2 khi đó f(x) = 0 có nghiệmTức là (1) được biến đổi thành dạng(x + 4)(xt) ≥ 0 ⇔ (x + 4)(x) ≥ 0 ⇔  ⇔ ⇔  ⇔ .Vậy bất ptrình có nghiệm là x ∈ (∞; 4] ∪ [2; +∞).  |

|  |
| --- |
| b) x21 ≤ 2x. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 4: Phân tích thành tích bằng cách nhân liên hợp.**

|  |
| --- |
| Để trục căn thức ta nhân với các đại lượng liên hợp;Với A, B không đồng thời bằng không. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.6:** Giải các phương trình sau a)  ***Lời giải tham khảo***a) ĐKXĐ:  Phương trình   (thỏa mãn điều kiện)Vậy phương trình có ngjiệm    |

|  |
| --- |
| b)   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c)    |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 | d)

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Phương pháp 5: Đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình.**

|  |
| --- |
| **Phương pháp giải:** **Dạng 1:**  Khi gặp phương trình có chứa các đại lượng  và (hoặc ) thì ta đặt (hoặc ) và đưa về hệ phương trình  (hoặc ). Giải hệ tìm được  từ đó giải phương trình  hoặc tìm được .**Dạng 2:** Khi gặp phương trình có thể đưa về dạng  ta đưa về hệ đối xứng loại 2 bằng cách đặt  ta có hệ  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.7:** Giải các phương trình saua)  ***Lời giải***a) ĐKXĐ: .Đặt  suy ra  và  Khi đó phương trình trở thành  Ta có hệ phương trìnhPhương trình (\*)  thỏa mãn .Với  , và Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm: .  |

|  |
| --- |
| b) . |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |
|

|  |
| --- |
| c)    |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| d)   |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

**Dạng toán 5: Phương trình , bất phương trình dạng khác quy về bậc hai**

|  |
| --- |
| ***Một số dạng phương trình bậc bốn quy về bậc hai*** |
| **➀Loại 1**.  với **Phương pháp giải**: Chia hai vế cho  rồi đặt  với **➁Loại 2**.  với **Phương pháp giải**:  và đặt **➃Loại 3**. **Phương pháp giải**: Đặt  với  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 5: Giải các phương trình sau:** a)x4 + x3+ x + 1 = 0.

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
| b) x(x2)(x + 2)(x + 4) = -12. |
|  |
|  |
|  |
|  |
|

|  |
| --- |
|  |
|  |

 |
|  |
|  |

 |
| . c) (x + 2)4 + (x + 6)4 = 32.

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

 |