
Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 6 chữ số và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có mặt số 1 ít nhất một lần bằng

A. $\frac{729}{2048}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{91}{1024}$.

***D.** $\frac{3367}{4096}$.

Lời giải

Ta có số các số tự nhiên có 6 chữ số và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4\}$ là $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$, suy ra $n(\Omega) = 4^6$.

Gọi A là biến cố: “Số lấy được có mặt số 1 ít nhất một lần”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “Số lấy được không có mặt số 1”.

Khi đó $n(\bar{A}) = 3^6$.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{3^6}{4^6} = \frac{3367}{4096}$$

Vậy xác suất cần tìm là

Câu 2. Có 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu rồi nhân các số trên hai quả với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10?

A. $\frac{48}{145}$.

***B.** $\frac{8}{29}$.

C. $\frac{16}{29}$.

D. $\frac{16}{145}$.

Lời giải

• Phép thử: Lấy hai quả cầu từ 30 quả cầu $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^2$

• Biến cố A: Tích các số ghi trên hai quả cầu là một số chia hết cho 10

Trường hợp 1: Số cách chọn sao cho có một số chia hết cho 10, ta có $C_3^1 \cdot C_{27}^1$ cách chọn

Trường hợp 2: Số cách chọn sao cho có một số chia hết cho 5 từ tập $\{5; 15; 25\}$ và số còn lại là một số chẵn (không có số nào được chọn chia hết cho 10), ta có $C_3^1 \cdot C_{13}^1$ cách chọn.

$$P(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_{27}^1 + C_3^1 \cdot C_{13}^1}{C_{30}^2} = \frac{8}{29}$$

• Vậy xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10 là

Câu 3. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên không lớn hơn 2503 là

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{57}{240}$.

C. $\frac{259}{360}$.

***D.** $\frac{101}{360}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^4 - A_6^3 = 720$.

Gọi “ B ” là số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không lớn hơn 2503 là $\overline{abcd}$.

$0 \neq a < 2 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn và $\overline{bcd}$ có A_6^3 cách chọn.

Do đó, có $1 \cdot A_6^3 = 120$ cách chọn trường hợp 1.

$a=2, 2 \neq b < 5 \Rightarrow b \in \{0, 1, 3, 4\} \Rightarrow b$ có 4 cách chọn và $\overline{cd}$ có A_4^2 cách chọn.

Do đó, có $1.4.A_5^2 = 80$ cách chọn trường hợp 2.

$a=2, b=5, c=0, d \leq 3$ và $d \notin \{a, b, c\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Do đó, có 2 cách chọn trường hợp 3.

$$\Rightarrow n(A) = 120 + 80 + 2 = 202$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{202}{720} = \frac{101}{360}$$

Vậy

Câu 4. Có 5 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C ngồi vào hàng ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C không ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{2}{15}$.

*D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6!$.

Gọi A là biến cố “học sinh lớp C không ngồi cạnh học sinh lớp B”.

Xếp 1 học sinh lớp C vào chỗ, xảy ra 2 trường hợp:

+) TH1: học sinh lớp C ngồi ở một trong 2 đầu, có 2 cách xếp.

Khi đó, có A_4^2 cách xếp 2 học sinh lớp B và A_3^3 cách xếp 3 học sinh lớp A.

$\Rightarrow$ có $2.A_4^2.A_3^3$ cách xếp cho trường hợp 1.

+) TH2: học sinh lớp C không ngồi ở hai đầu, có 4 cách xếp.

Khi đó, có A_3^2 cách xếp 2 học sinh lớp B và A_3^3 cách xếp 3 học sinh lớp A.

$\Rightarrow$ có $4.A_3^2.A_3^3$ cách xếp cho trường hợp 2.

$$n(A) = 2.A_4^2.A_3^3 + 4.A_3^2.A_3^3$$

$$P(A) = \frac{2.A_4^2.A_3^3 + 4.A_3^2.A_3^3}{6!} = \frac{2}{5}$$

Vậy

Câu 5. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ A lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và tổng của 3 chữ số này bằng 9?

A. 6.

B. 12.

*C. 18.

D. 15.

Lời giải

Gọi $\overline{abc}$ là số cần lập. Theo đề bài $\{a, b, c\} \equiv \{1, 2, 6\}$ hoặc $\{a, b, c\} \equiv \{1, 3, 5\}$ hoặc $\{a, b, c\} \equiv \{2, 3, 4\}$. Do đó ta có 3 cách chọn bộ $\{a, b, c\}$.

Với mỗi bộ $\{a, b, c\}$, ta lập được $3! = 6$ số. Vậy ta được tất cả là $3.6 = 18$ số thỏa yêu cầu.

Câu 6. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số tự nhiên thuộc $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{3276}{4913}$.

B. $\frac{1728}{4913}$.

C. $\frac{23}{68}$.

*D. $\frac{1637}{4913}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 17^3 = 4913$.

Trong các số tự nhiên thuộc $[1;17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15\}$, có 6 số chia 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16\}$ có 6 số chia 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để 3 số tổng viết ra chia hết cho 3 xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 số viết ra đều chia hết cho 3 $\Rightarrow 5^3$ cách viết.

TH2: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow 6^3$ cách viết.

TH3: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow 6^3$ cách viết.

TH4: Trong 3 số viết ra có 1 số chia hết cho 3, có 1 số chia cho 3 dư 1, có 1 số chia cho 3 dư 2 nên có $5.6.6.3!$ cách viết.

$$P = \frac{5^3 + 6^3 + 6^3 + 5.6.6.3!}{4913} = \frac{1637}{4913}$$

Vậy xác suất cần tìm là

Câu 7. Cho đa giác đều có 30 đỉnh nội tiếp trong đường tròn. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 30 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh tạo thành tam giác có một góc bằng 120° ?

- *A. $\frac{27}{406}$. B. $\frac{33}{406}$. C. $\frac{57}{406}$. D. $\frac{23}{406}$.

Lời giải

+)Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{30}^3$.

+)Đánh số đỉnh của đa giác là $A_1, A_2, \dots, A_{30}$.

Gọi tâm hình tròn là O.

Giả sử tam giác $A_1 A_n A_m$ đều. Tam giác này chia đường tròn thành 3 cung bằng nhau, trên mỗi cung có 9 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 1 đỉnh trên cung đó cùng với 1 cạnh ta được một tam giác có 1 góc bằng 120° . Số tam giác đều tạo thành từ 30 đỉnh là 10.

Vậy số tam giác có một góc bằng 120° là $|\Omega_A| = 10.27 = 270$

$$P(A) = \frac{270}{C_{30}^3} = \frac{27}{406}$$

Câu 8. Cho tập hợp gồm các số tự nhiên từ 1 đến 200, chọn ba số bất kỳ. Xác suất để ba số được chọn lập thành một cấp số cộng gần nhất với giá trị nào sau đây?

- *A. 0,0075 . B. 0,056 . C. 0,0067 . D. 0,03 .

Lời giải

• Số kết quả có thể chọn được ba số bất kỳ từ 200 là: C_{200}^3

• Giả sử ba số tạo thành CSC là a, b, c . Khi đó $2b = a + c$. Do $2b$ chẵn nên chỉ có 2 trường hợp: a, c cùng chẵn hoặc a, c cùng lẻ.

TH1: $a, c \in \{2;4;6;8;\dots;198;200\}$ có C_{100}^2 cách chọn a, c .

TH2: $a, c \in \{1;3;5;7;\dots;197;199\}$ có C_{100}^2 cách chọn a, c .

Suy ra số kết quả thuận lợi là $C_{100}^2 + C_{100}^2$

$$\frac{C_{100}^2 + C_{100}^2}{C_{200}^3} = \frac{3}{398} \approx 0,00754$$

• Vậy xác suất là

Câu 9. Trong một trò chơi, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất 5 lần. Nếu mỗi lần gieo xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm thì thắng. Xác suất để người chơi thắng ít nhất 4 ván gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 0,00014. B. 0,0024. *C. 0,0014. D. 0,00024.

Lời giải

Gọi biến cố A_i : “Lần gieo thứ i xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm”.

$$P(A_i) = C_3^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{27} \Rightarrow P(\overline{A_i}) = \frac{25}{27}$$

Khi đó ta có

Gọi biến cố B : “Người chơi thắng ít nhất 4 ván”.

Khi đó ta có:

$$B = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 + A_1 A_2 A_3 A_4 \overline{A_5} + A_1 A_2 A_3 \overline{A_4} A_5 + A_1 A_2 \overline{A_3} A_4 A_5 + A_1 \overline{A_2} A_3 A_4 A_5 + \overline{A_1} A_2 A_3 A_4 A_5 \\ \Rightarrow P(B) = \left(\frac{2}{27}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{2}{27}\right)^4 \cdot \left(\frac{25}{27}\right) = 0.0014$$

Câu 10. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đỏ với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là:

A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. *C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2 = 96$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “tam giác có hai đỉnh màu đỏ” là $C_6^2 \cdot C_4^1 = 60$.

Xác suất biến cố “tam giác có hai đỉnh màu đỏ” là $P = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.

Câu 11. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm hết bài thi bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 phương án trả lời ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được đúng 5 điểm.

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. B. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$. C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot A_{50}^{25}$. *D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$.

Lời giải

Ta có xác suất để có câu trả lời đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất để chọn câu trả lời sai $\frac{3}{4}$
Đề được 5 điểm học sinh đó phải trả lời đúng 25 và trả lời sai 25

Xác suất để học sinh đó được 5 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$

Câu 12. Một lớp học có 30 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự lớp gồm có 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự lớp có cả nam và nữ.

A. $\frac{435}{988}$. B. $\frac{135}{988}$. *C. $\frac{285}{494}$. D. $\frac{5750}{9880}$.

Lời giải

- Ta có $n(\Omega) = C_{40}^3$.
- Gọi A là biến cố: “3 học sinh trong ban cán sự lớp có cả nam và nữ”

$$n(A) = C_{30}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{10}^1 \\ P(A) = \frac{C_{30}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{10}^1}{C_{40}^3} = \frac{15}{26} = \frac{285}{494}$$

Câu 13. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 15 và mỗi chữ số đều không vượt quá 5.

*A. 38.

B. 44.

C. 24.

D. 48.

Lời giải

- Giả sử số có bốn chữ số thỏa mãn đề bài là $\overline{abcd}$. Vì $\overline{abcd} : 15$ nên $\overline{abcd} : 5$, suy ra $d = 0$ hoặc $d = 5$.
- Nếu $d = 0$, khi đó bộ ba chữ số a, b, c có thể là $(1; 2; 3), (2; 3; 4), (3; 4; 5), (1; 3; 5)$. Suy ra trong trường hợp này có $4 \cdot 3! = 24$ số.
- Nếu $d = 5$, khi đó bộ ba chữ số a, b, c có thể là $(1; 2; 4), (0; 1; 3), (0; 3; 4)$. Suy ra trong trường hợp này có $3! + 2 \cdot 2 \cdot 2! = 14$ số.

Vậy có $24 + 14 = 38$ số thỏa mãn.

Câu 14. Hộp thứ nhất chứa 3 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp thứ 2 chứa 2 bi đỏ và 5 bi xanh. Chuyển ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai ra. Tính xác suất để viên bi được lấy ra ở hộp thứ hai là màu đỏ.

A. $\frac{3}{7}$ *B. $\frac{17}{56}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{9}{56}$ **Lời giải**

- TH1:** Chuyển được 1 một viên bi màu đỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai và lấy ra được ở hộp thứ hai một

viên bi màu đỏ với xác suất là $P_1 = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{56}$

- TH2:** Chuyển được 1 một viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai và lấy ra được ở hộp thứ hai một

viên bi màu đỏ với xác suất là $P_2 = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{8} = \frac{8}{56}$

Vậy xác suất để viên bi được lấy ra ở hộp thứ hai là màu đỏ là $P = P_1 + P_2 = \frac{17}{56}$

Câu 15. Có 12 cây giống thuộc loại: cam, chanh, quýt, trong đó có 6 cam, 4 chanh, 2 quýt. Tính xác suất chọn ra 6 cây giống để trồng sao cho mỗi loại có ít nhất 1 cây.

A. $\frac{57}{77}$ B. $\frac{683}{924}$ *C. $\frac{49}{66}$ D. $\frac{685}{924}$ **Lời giải**

Ω : “chọn ra 6 cây giống trong 12 cây giống” $\Rightarrow n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$

A: “chọn ra 6 cây giống sao cho mỗi loại có ít nhất 1 cây”

Số cách chọn 6 cây giống cam, chanh là C_{10}^6 .

Số cách chọn 6 cây giống cam, quýt là C_8^6 .

Số cách chọn 6 cây giống chanh, quýt là C_6^6 .

Số cách chọn 6 cây giống cam là C_6^6 .

Suy ra $n(A) = C_{12}^6 - C_{10}^6 - C_8^6 - C_6^6 + C_6^6 = 686$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{686}{924} = \frac{49}{66}$$

Ta có

Câu 16. THÔNG và MINH tham gia trò chơi chiếc hộp may mắn, trong hộp kín đựng 6 tờ tiền mệnh giá 50.000 đồng và 4 tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn, mỗi người lấy một tờ tiền từ hộp đó, xem đó là phần thưởng và cầm lấy, rồi về chỗ. THÔNG chơi lượt đầu tiên, lấy ngẫu nhiên một tờ tiền bất kỳ sau đó đến lượt MINH lấy ngẫu nhiên một tờ tiền bất kỳ từ hộp đó. Tính xác suất để MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng.

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{4}{15}$.

*C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Không gian mẫu, mỗi bạn bốc 1 lần là: $n(\Omega) = C_{10}^1 \cdot C_9^1 = 90$.

Gọi A là biến cố MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng khi THÔNG đã bốc được 200.000 đồng.

$$n(A) = C_4^1 \cdot C_3^1 = 12$$

Gọi B là biến cố MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng khi THÔNG không bốc được 200.000 đồng.

$$n(B) = C_6^1 \cdot C_4^1 = 24$$

$$\frac{n(A) + n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}$$

Xác suất để MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng là:

Câu 17. Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A. $\frac{7}{38}$.

*B. $\frac{3}{38}$.

C. $\frac{5}{38}$.

D. $\frac{1}{114}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi a, b, c là ba số lấy ra theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, nên $b = \frac{a+c}{2} \in \mathbb{N}$. Do đó a và c cùng chẵn hoặc cùng lẻ và hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Số cách chọn bộ (a, b, c) theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng bằng số cặp (a, c) cùng chẵn hoặc cùng lẻ, số cách chọn là $2 \cdot C_{10}^2$.

$$P = \frac{2 \cdot C_{10}^2}{C_{20}^3} = \frac{3}{38}$$

Vậy xác suất cần tìm là:

---HẾT---