|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NAM**   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **Năm học: 2021-2022**  **Môn: Toán (Đề chuyên)**  *Thời gian làm bài: 150 phút* |

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN**

*(Hướng dẫn chấm thi có 05 trang)*

***Lưu ý:*** - Điểm làm tròn đến 0,25.

- Các cách giải khác mà đúng cho điểm tương đương.

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu I. *(2,0 điểm)*** Cho biểu thức  vớivà |  |
| 1. **1.(1,0 điểm)** Rút gọn biểu thức S |  |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
| **2.(1,0 điểm)** Tính giá trị của biểu thức  với  và |  |
|  | **0,5** |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
| **Câu II** **(2,0 điểm)**  **1. (1,0 điểm)** Giải phương trình: |  |
| Phương trình  TXĐ:  Đặt , khi đó phương trình (1) trở thành  (2) | **0,25** |
| . | **0,25** |
| Với | **0,25** |
| Với  Thử lại, ta đi tới kết luận | **0,25** |
| **2. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình: |  |
| Điều kiện: | **0,25** |
| Phương trình | **0,25** |
| Khi đó ta có hệ  (thỏa mãn) | **0,25** |
| Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất | **0,25** |
| **Câu III. *(3,5 điểm)*** Cho đường tròn  đường kính  Gọi  là tiếp tuyến của  tại  Trên  lấy điểm  di động sao cho  Qua  dựng tiếp tuyến ( thuộc đường tròn   khác  ). Gọi  và  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên  và  Gọi  là đường thẳng qua điểm  và vuông góc với  Gọi  là giao điểm của  và |  |
| (Học sinh không vẽ hình ý nào sẽ không được chấm điểm ý đó) |  |
| **1.(1,5 điểm)** Chứng minh  và |  |
| Ta có  và  suy ra *MO* là đường trung trực của đoạn thẳng AC, suy ra . | **0,25** |
| Do  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên | **0,25** |
| Từ (1) và (2) suy ra | **0,25** |
| Xét  và  vuông tại  và ; ; ( hai góc đồng vị)  Suy ra | **0,5** |
| Mặt khác : | **0,25** |
| **2.(1,0 điểm)** Gọi  là giao điểm của  và  Gọi K là giao điểm của  và  Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của đoạn thẳng |  |
| Do  suy ra | **0,25** |
| Do  suy ra | **0,25** |
| Từ (3) và (4) ta có , suy ra  là trung điểm của | **0,25** |
| Lại có  là trung điểm  Suy ra  đi qua trung điểm của | **0,25** |
| **3. (1,0 điểm)** Gọi  là giao điểm của  và   là giao điểm  và  Chứng minh tứ giác  là hình bình hành. Khi  thay đổi trên  tìm giá trị lớn nhất của |  |
| Chứng minh  là hình chữ nhật. Do  là trung điểm và Q là trung điểm  suy ra  là trung điểm | **0,25** |
| Ta có  Ta có  Suy ra  là hình bình hành. | **0,25** |
| Ta có | **0,25** |
| Khi đó    Dấu bằng xảy ra | **0,25** |
| **Câu IV. (1,5 điểm)**.  **1. (0,75 điểm)** Tìm các số nguyên  và  thỏa mãn phương trình |  |
| Xét theo  ta có  và | **0,25** |
|  | **0,25** |
| Như vậy vế trái chia cho 3 dư  hoặc 1 mà vế phải chia cho 3 dư 2. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm nguyên. | **0,25** |
| **2.** **(0,75 điểm)**. Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng  . Bên trong hình vuông người ta lấy tùy ý  điểm phân biệt  sao cho  điểm  không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng từ  điểm trên luôn tồn tại  điểm tạo thành hình tam giác có diện tích không quá |  |
| Ta chứng minh từ 2025 điểm đã cho tạo ra được đúng 4044 tam giác không có điểm trong chung (tức là: mọi điểm *Y* đã nằm ở miền trong tam giác này thì không nằm ở miền trong tam giác kia) |  |
| Bước 1: từ *A, B, C, D* và  tạo ra được 4 tam giác không có điểm trong chung.  Bước 2: Điểm  sẽ nằm bên trong của một trong 4 tam giác đã có. Không mất tính tổng quát ta giả sử  nằm trong , khi đó sẽ tạo ra thêm được 2 tam giác. Như vậy có  tam giác không có điểm trong chung.  Bước 3: Điểm  sẽ nằm ở một trong 6 tam giác đã có, không mất tính tổng quát, giả sử  nằm trong . Khi đó ta có  tam giác không có điểm trong chung. | **0,25** |
| Sau 2021 bước như vậy thì hình vuông đã cho được chia thành 4044 tam giác không có điểm trong chung. | **0,25** |
| Mặt khác tổng diện tích 4044 tam giác đó bằng 1, suy ra tồn tại ít nhất một tam giác có diện tích không quá | **0,25** |
| **Câu V. (1,0 điểm).** Cho ba số dương và z thỏa mãn Chứng minh rằng |  |
| Ta có | **0,25** |
| Do  nên ta có | **0,25** |
| Chứng minh được:  Và: | **0,25** |
| Từ (1), (2) và (3) suy ra điều phải chứng minh.  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi | **0,25** |