

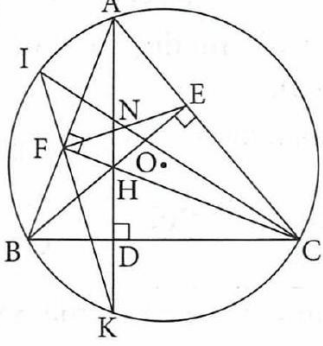
	c)	Tìm tất cả giá trị của $x$ thỏa mãn $P = AB \leq 0$ .	0,5
		Ta có $P = AB = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ . Nhận xét: $4\sqrt{x} \geq 0$ với mọi $x \geq 0, x \neq 9$ .	0,25
		Khi đó $P \leq 0$ suy ra $4\sqrt{x} = 0$ hoặc $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} - 3 < 0 \end{cases}$ . Từ đó ta tìm được $x = 0$ hoặc $0 < x < 9$ . Do đó $0 \leq x < 9$ (thỏa mãn điều kiện). Lưu ý: HS dễ bỏ sót trường hợp $x = 0$ .	0,25
III (2,5 điểm)	1.	Hỏi nếu không bị hư hại và không giảm giá bán thì anh Bình thu được bao nhiêu tiền khi bán lúa?	1,0
		Gọi $x$ (tạ) là sản lượng lúa thu hoạch theo dự định, $y$ (triệu đồng) là giá bán dự tính lúc đầu, $x, y > 0$ .	0,25
		Số tiền anh Bình thu được khi bán lúa theo dự định ban đầu là $xy$ (triệu đồng). Sản lượng lúa thực tế thu hoạch được là $80\%x = 0,8x$ (tạ). Giá bán lúa thực tế là $\frac{3}{4}y$ (triệu đồng).	0,25
		Theo đề bài ta có phương trình $0,8x \cdot \frac{3}{4}y + 80 = xy$ .	0,25
		Khi đó $0,6xy + 80 = xy$ hay $xy = 200$ . Vậy số tiền anh Bình thu được từ việc bán lúa theo dự tính ban đầu là 200 triệu đồng.	0,25
	2.	Hỏi lúc đầu đoàn có tất cả bao nhiêu xe?	1,0
		Gọi số xe lúc đầu của đoàn xe là $x$ (xe), $x \in \mathbb{N}^+$ .	0,25
		Vì khi khởi hành có thêm 3 xe nên số xe lúc sau là $x+3$ (xe). Theo dự định mỗi xe chở số tấn hàng là $\frac{240}{x}$ (tấn). Thực tế mỗi xe chở số tấn hàng là $\frac{240}{x+3}$ (tấn).	0,25

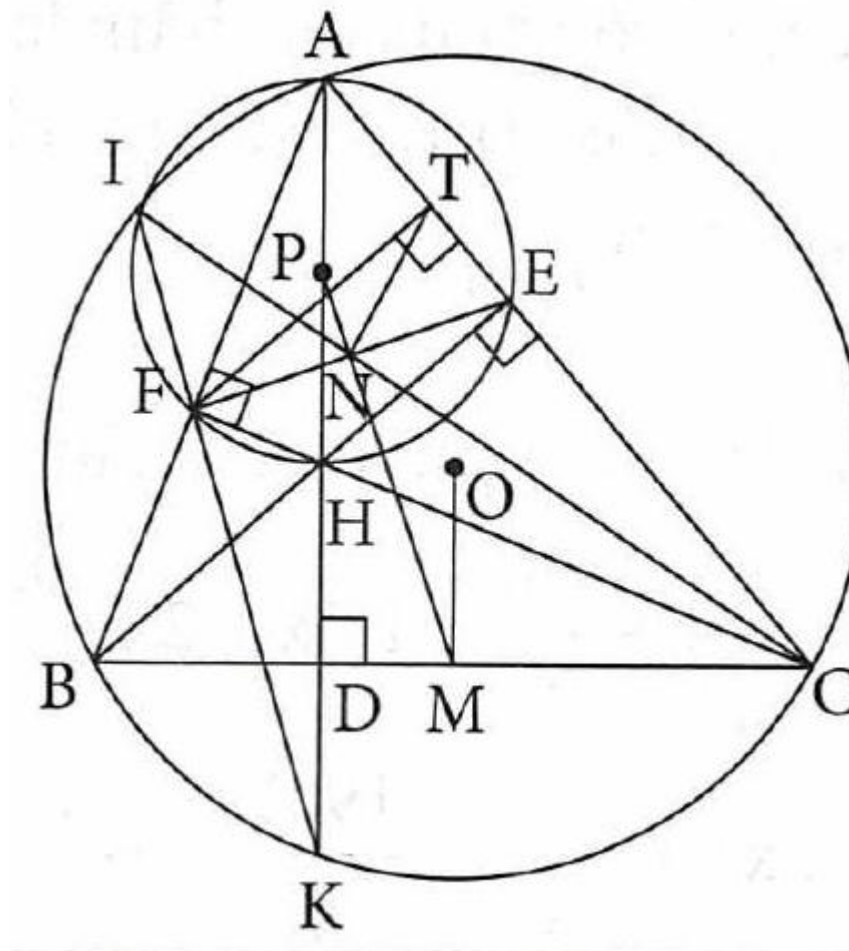
		Ta có phương trình $\frac{240}{x} - \frac{240}{x+3} = 4$ .	0,25
--	--	--	------

		Suy ra $x^2 + 3x - 180 = 0$ ( vì $x > 0$ ). Giải phương trình tìm được $x = 12$ (thỏa mãn điều kiện) và $x = -15$ (loại). Vậy lúc đầu đoàn xe có tất cả 12 xe.	0,25
	3.	Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ .	0,5
		Vì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1, x_2$ nên theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$ . Vì $x_1$ là nghiệm của phương trình (1) nên $x_1^2 - ax_1 - 2 = 0$ hay $x_1^2 = ax_1 + 2$ .	0,25
		Khi đó $ax_1 + 2 = 3 - ax_2$ hay $ax_1 + ax_2 = 1$ . Khi đó $a(x_1 + x_2) = 1$ suy ra $a^2 = 1$ . Mà $a < 0$ nên $a = -1$ . Ta có: $A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2}$ $\therefore \frac{(-1)^2 - 2 \cdot (-2)}{-2} = \frac{-5}{2}$ .	0,25
IV (4,0 điểm)	1.	Một bình thủy tinh có dạng hình trụ với đường kính đáy 30 cm và chiều cao 20 cm, mực nước trong bình cao 10 cm. Một khối thủy tinh hình trụ với bán kính đáy 14 cm, chiều cao 11 cm. Lấy $\pi \approx 3,14$ .	1,0
	a)	Thể tích của khối thủy tinh là $V_1 = \pi \cdot 14^2 \cdot 11 \approx 3,14 \cdot 14^2 \cdot 11 = 6769,84$ ( $cm^3$ ).	0,25
	b)	Bán kính đáy của bình thủy tinh là $30 : 2 = 15$ ( $cm$ ). Thể tích của bình thủy tinh là $V_2 = \pi \cdot 15^2 \cdot 20 \approx 3,14 \cdot 15^2 \cdot 20 = 14130$ ( $cm^3$ )	0,25
		Khi bỏ lọt khối thủy tinh vào bình thủy tinh ta có $\frac{V_2}{2} + V_1 \approx \frac{14130}{2} + 6769,84 = 13834,84$ ( $cm^3$ )	0,25

		Vì $13834,84 \text{ cm}^3 < 14130 \text{ cm}^3$ nên nước không bị tràn ra ngoài.	0,25
--	--	--	------

NGỌC ÁNH - ZALO 0889350678

2.	Hình vẽ: 	
a)	<b>Chứng minh bốn điểm B, F, H, D cùng thuộc một đường tròn.</b>	1,0
	Vẽ hình đúng đến ý a.	0,25
	Vì $CF$ là đường cao của $\Delta ABC$ nên $CF \perp AB$ . Do đó $\widehat{BFH} = 90^\circ$ . Vì $AD$ là đường cao của $\Delta ABC$ nên $AD \perp BC$ . Do đó $\widehat{BDH} = 90^\circ$ .	0,25
	Suy ra bốn điểm B, F, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính BH.	0,5
b)	<b>Chứng minh <math>\widehat{CIF} = \widehat{NFC}</math> và <math>CF^2 = CN \cdot CI</math>.</b>	1,5
	Xét tứ giác AEHF có $\widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$ . Do đó bốn điểm A, E, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH. Suy ra tứ giác AEHF nội tiếp.	0,25
	Khi đó $\widehat{EFH} = \widehat{EAH}$ . Do đó $\widehat{NFC} = \widehat{EAH}$ . (1) Xét đường tròn (O) có $\widehat{CIK} = \widehat{CAK}$ hay $\widehat{CIF} = \widehat{EAH}$ . (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CIF} = \widehat{NFC}$ .	0,25
	Xét $\Delta CIF$ và $\Delta CFN$ có $\widehat{ICF}$ chung, $\widehat{CIF} = \widehat{CFN}$ .	0,25
	Suy ra $\Delta CIF \sim \Delta CFN$ (g.g).	0,25
	Do đó $\frac{CI}{CF} = \frac{CF}{CN}$ hay $CF^2 = CI \cdot CN$ .	0,25
c)	<b>Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.</b>	0,5



Vì tứ giác AEHF nội tiếp, mà P là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle AEF$  nên P cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF. (3)  
 Mặt khác  $OM \perp BC$  nên M là trung điểm của BC .  
 Xét tứ giác BFEC có  $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ . Suy ra tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC . Do đó M là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BFEC. (4)  
 Từ (3) và (4) suy ra PM là đường trung trực của EF hay PM đi qua trung điểm của EF. (5)

0,2  
5

	<p>Gọi <math>T</math> là hình chiếu của <math>F</math> lên <math>AC</math>. Vì <math>\triangle AFC \sim \triangle FTC</math> (g.g) nên <math>\frac{CF}{CT} = \frac{AC}{FC}</math> hay <math>CF^2 = CT \cdot CA</math>.</p> <p>Mà <math>CF^2 = CN \cdot CI</math> nên <math>CN \cdot CI = CT \cdot CA</math> suy ra <math>\frac{CN}{CA} = \frac{CT}{CI}</math>. Suy ra <math>\triangle CNT \sim \triangle CAI</math> (c.g.c). Do đó <math>\widehat{CTN} = \widehat{CIA}</math> nên <math>\widehat{CTN} = \widehat{CBA}</math>.</p> <p>Vì tứ giác <math>BFEC</math> nội tiếp nên <math>\widehat{TEN} = \widehat{CBA}</math>. Suy ra <math>\widehat{TEN} = \widehat{CTN}</math>. Mặt khác <math>\widehat{NTF} = \widehat{NFT}</math> suy ra <math>\triangle NTF</math> cân tại <math>N</math>. Do đó <math>NT = NF</math>. Mà <math>NT = NE</math> (do <math>\triangle TNE</math> cân tại <math>N</math>). Suy ra <math>NE = NF</math> hay <math>N</math> là trung điểm của <math>EF</math>. (6) Từ (5) và (6) suy ra ba điểm <math>M, N, P</math> thẳng hàng.</p>	0,2 5
V (0,5 điểm)	Hãy xác định các kích thước đáy (chiều dài, chiều rộng) của hầm biogas để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất khi xây dựng (không tính đến bề dày của thành hầm).	0,5

	<p>Gọi chiều rộng của đáy hầm là <math>x(m)</math>, khi đó chiều sâu của hầm là <math>1,5x(m)</math>. Suy ra chiều dài của đáy hầm là <math>\frac{14,4}{1,5x^2} = \frac{9,6}{x^2}(m)</math>.</p> <p>Diện tích toàn phần của hầm là <math>S_p = 2\left(x + \frac{9,6}{x^2}\right) \cdot 1,5x + 2x \cdot \frac{9,6}{x^2}</math></p>	0,25
	<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có</p> $S_p = 2\left(3x^2 + 12\right) + \frac{48}{x} - 12 \geq 2\sqrt{3x^2 \cdot 12} + \frac{48}{x} - 12$ <p>Vậy để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất khi xây dựng thì chiều rộng của đáy hầm là <math>2m</math>, chiều dài của đáy hầm là <math>\frac{9,6}{2^2} = 2,4m</math>.</p>	0,25

### ĐỀ MINH HOA SỐ 2

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
I		Tần số ghép nhóm của nhóm $i$ là $x = 100 - 22 - 28 - 14 - 15 - 5 = 16$ .	0,5

	1.	Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $i$ là $\frac{16}{100} \cdot 100\% = 16\%.$	0,5
		Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ . Khi đó $n(\Omega) = 6$ .	0,25
	2.	Các kết quả thuận lợi cho biến cố $A$ là $2; 3; 5$ . Khi đó $n(A) = 3$ . Xác suất của biến cố $A$ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = 0,5.$	0,25

II (1,5 điểm)	a)	Tính giá trị của biểu thức $A$ khi $x = 16$ .	0,5
		Ta có $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện), suy ra $\sqrt{x} = 4$ .	0,25
		Thay vào $A$ , ta tính được $A = \frac{16}{4+1} = \frac{16}{5}$ .	0,25
	b)	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ .	0,75
		$B = \frac{3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{x-\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
		$\begin{aligned} &= \frac{3\sqrt{x}-3+x-\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}. \end{aligned}$	0,25
	c)	Tìm tất cả giá trị của $x$ thỏa mãn $K \leq 4$ .	0,5
		Ta có $K = AB = \frac{x}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ . Khi đó $K \leq 4$ hay $\frac{x}{\sqrt{x}-1} \leq 4$ . Suy ra $\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \leq 0$ nên $\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0$ .	0,25

		<p>Vi <math>(\sqrt{x}-2)^2 \geq 0</math> nên <math>\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0</math> khi và chỉ khi <math>(\sqrt{x}-2)^2 &gt; 0</math> và <math>\sqrt{x}-1 &lt; 0</math> hoặc <math>(\sqrt{x}-2)^2 = 0</math>.</p> <p>Từ đó ta có <math>0 \leq x &lt; 1</math> hoặc <math>x = 4</math>. Kết hợp với điều kiện, ta có <math>0 \leq x &lt; 1</math> hoặc <math>x = 4</math>.</p> <p>Để <math>K \leq 4</math> thì <math>0 \leq x &lt; 1</math> hoặc <math>x = 4</math>.</p>	0,25
--	--	--	------

III (2,5 điểm)	1.	Hỏi đại lí cần đưa ra giá bán cho mỗi kilôgam táo và xoài là bao nhiêu để thu được lợi nhuận 35% so với tổng vốn ban đầu, biết rằng giá bán mỗi loại lần lượt tỉ lệ với giá vốn?	1,0
		Gọi giá bán cho mỗi kilôgam táo và xoài lần lượt là $x, y$ (nghìn đồng), $x, y > 0$ .	0,25
		Vi giá bán tỉ lệ với giá vốn nên ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ hay $2x - 3y = 0$ . (1) Để cửa hàng đạt lợi nhuận 35% so với tổng vốn ban đầu thì ta có $360x + 270y = 32400$ . (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 360x + 270y = 32400 \end{cases}$ .	0,25
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy đại lí cần đưa ra giá bán cho mỗi kilôgam táo và xoài lần lượt là 60000 đồng và 40000 đồng để thu được lợi nhuận 35% so với tổng vốn ban đầu.	0,25
	2.	Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ tổ sản xuất phải làm xong bao nhiêu sản phẩm?	1,0
		Gọi số sản phẩm mà tổ sản xuất phải làm xong trong một giờ theo kế hoạch là $x$ (sản phẩm), $x > 4$ .	0,25

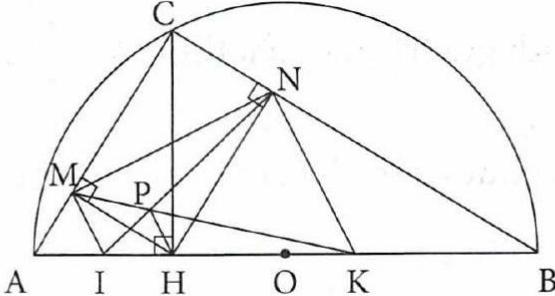


	<p>Theo kế hoạch, thời gian tổ sản xuất được 420 sản phẩm là <math>\frac{420}{x}</math> (giờ).</p> <p>Thực tế, mỗi giờ tổ sản xuất được <math>x-4</math> (sản phẩm). Khi đó thời gian tổ sản xuất xong 420 sản phẩm là <math>\frac{420}{x-4}</math> (giờ).</p>	0,25
	<p>Vì tổ đã hoàn thành kế hoạch muộn hơn thời hạn 30 phút nên ta có phương trình <math>\frac{420}{x-4} - \frac{420}{x} = \frac{1}{2}</math>.</p>	0,25
	<p>Suy ra <math>x^2 - 4x - 3360 = 0</math> (vì <math>x &gt; 4</math>).</p> <p>Giải phương trình tìm được <math>x = 60</math> (thỏa mãn điều kiện) và <math>x = -56</math> (loại).</p> <p>Vậy theo kế hoạch, mỗi giờ tổ sản xuất phải làm 60 sản phẩm.</p>	0,25

	3.	Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1^2}{x_2} - x_1 + \frac{x_2^2}{x_1} - x_2$ .	0,5
		<p>Vì phương trình (1) có hai nghiệm <math>x_1, x_2</math> nên theo định lý Viète ta có <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a - 1 \\ x_1 x_2 = -a \end{cases}</math>. Điều kiện: <math>x_1 x_2 \neq 0</math> hay <math>a \neq 0</math>.</p>	0,25
		<p>Ta có <math>\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 x_2</math> hay <math>\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = x_1 x_2</math>. Khi đó:</p> <p><math>\frac{2a-1}{-a} = -a</math>. Suy ra <math>a^2 = 2a - 1</math> hay <math>(a-1)^2 = 0</math>. Do đó</p> <p><math>a = 1</math>.</p> <p><math>\therefore \frac{x_1^2}{x_2} - x_1 + \frac{x_2^2}{x_1} - x_2 = \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1 x_2} - (x_1 + x_2) \therefore \frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)}{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)</math></p>	0,25
IV (4,0 điểm)	1.	<p>Khi thả chìm hoàn toàn một viên xúc xắc nhỏ bằng thép đặc hình lập phương vào một cốc nước có dạng hình trụ thì nước trong cốc dâng lên 0,4 cm và không tràn ra ngoài. Biết diện tích đáy của cốc nước bằng <math>540 \text{ cm}^2</math>.</p>	1,0
	a)	<p>Thể tích phần nước dâng lên là <math>V = S \cdot h = 540 \cdot 0,4 = 216 \text{ (cm}^3\text{)}</math>.</p>	0,25

	b)	Thể tích phần nước dâng lên trong cốc chính là thể tích của con xúc xắc.	0,25
		Gọi $a$ (cm) là độ dài cạnh của con xúc xắc. Khi đó $a^3=216$ .	0,25
		Do đó $a=\sqrt[3]{216}=6$ . Vậy độ dài cạnh của con xúc xắc là 6 cm .	0,25

NGỌC ANH - ZALO 0889350678

2.	Hình vẽ: 	
a)	<b>Chứng minh bốn điểm C, M, H, N cùng thuộc một đường tròn.</b>	1,0
	Vẽ hình đúng đến ý a.	0,25
	Ta có $\widehat{CMH} = \widehat{CNH} = 90^\circ$ .	0,25
	Suy ra bốn điểm C, M, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính CH.	0,5
b)	<b>Chứng minh tam giác NMC đồng dạng với tam giác ABC và HP vuông góc với MN.</b>	1,5
	Vì tứ giác CMHN nội tiếp nên $\widehat{CNM} = \widehat{CHM}$ (cùng chắn cung CM).	0,25
	Mà $\widehat{CHM} = \widehat{CAH}$ (cùng phụ với $\widehat{HCA}$ ) nên $\widehat{CNM} = \widehat{CAB}$ .	0,25
	Xét $\triangle NMC$ và $\triangle ABC$ có $\widehat{MCN} = \widehat{BCA}$ , $\widehat{CNM} = \widehat{CAB}$ . Suy ra $\triangle NMC \sim \triangle ABC$ (g.g).	0,25
	Ta có $\widehat{HMN} = \widehat{HCN} = 90^\circ - \widehat{ABC} = \widehat{BAC} = \widehat{IAM} = \widehat{IMA}$ . Mà $\widehat{IMA} + \widehat{IMH} = \widehat{AMH} = 90^\circ$ nên $\widehat{HMN} + \widehat{IMH} = 90^\circ$ .	0,25
	Suy ra $\widehat{IMN} = 90^\circ$ hay $IM \perp MN$ . Chứng minh tương tự ta có $KN \perp MN$ . Từ đó suy ra $KN \parallel IM$ .	0,25

8

M

	c)	Xác định vị trí điểm C để $MK^2 + \angle^2$ đạt giá trị lớn nhất.	0,5
		$MK^2 + \angle^2 = MN^2 + NK^2 + MN^2 + MI^2$ <p>Ta có</p> $\angle^2 2MN^2 + MI^2 + NK^2$ $\angle^2 2CH^2 + \frac{AH^2}{4} + \frac{HB^2}{4} = 2AH \cdot BH + \frac{AH^2}{4} + \frac{HB^2}{4}$	0,25
		$\angle^2 \left( \frac{AH}{2} + \frac{BH}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} AH \cdot BH = \frac{AB^2}{4} + \frac{3}{2} AH \cdot BH$ $\leq R^2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{(AH+BH)^2}{4} = \frac{5}{2} R^2.$ <p>Dấu "=" xảy ra khi <math>AH = BH</math> hay C là điểm chính giữa của cung AB.</p>	0,25
V (0,5 điểm)		Tìm diện tích lớn nhất của khu đất mà bác Đức có thể quây rào.	0,5
		<p>Ta đặt các kích thước của hàng rào như hình dưới đây.</p> <p>Bác Đức dùng 15000000 đồng làm hàng rào quây khu đất như hình vẽ nên ta có</p> $3x \cdot 500000 + 2y \cdot 600000 = 15000000$ <p>Suy ra <math>15x + 12y = 150</math> hay <math>y = \frac{150 - 15x}{12} = \frac{50 - 5x}{4}</math>.</p>	0,25
		<p>Diện tích của khu đất có thể quây rào là</p> $S = x \cdot 2y = 2x \cdot \frac{50 - 5x}{4} = \frac{5}{2} (-x^2 + 10x)$ $\leq \frac{5}{2} [25 - (x-5)^2] \leq 62,5.$ <p>Dấu "=" xảy ra khi <math>(x-5)^2 = 0</math> hay <math>x = 5</math>.</p> <p>Vậy diện tích lớn nhất của khu đất có thể quây rào được là <math>62,5 \text{ m}^2</math>.</p>	0,25