

XuÊt ph, t tổ tÇm quan träng cĩa néi dung, tÝnh phøc t¹p
hãa g©y nªn sù trë ng¹i cho hãc sinh trong qu, tr×nh tiÕp cÕn
vói tÝch ph©n. Cöng vói sù tÝch luü kinh nghiÖm cũ ®êc cũa b¶n
th©n qua mét sè n¨m gi¶ng d¹y. KÕt hîp vói nh÷ng kiÖn thøc

Sự kiện kinh nghiệm

mục tiêu. Luôn hểi hểi trong chđng trđnh sđi hểi Tođn mục đđch biểt lự sđ hểi đđn tđn trđnh cđn cđc thđy cđ giđo. Tđi mđnh đđn chđn đđ tđi nựy.

Qua đđ tđi, tđi mong rđng bđn thđn mđnh sđ tđm hiđu sđu hđn vđ vđn đđ nựy, tđ phđn lođi đđ mét sđ đđng tođn tđch phđn, nđu lđn mét sđ phđng phđp giđi cho tđng đđng bđi tđp. Tđ đđ giđp hểi sinh cđ thđ đđ dđng hđn trong viđc tđnh tđch phđn. Qua nểi dung nựy tđi hy vđng hểi sinh phđt huy đđ khđ nđng phđn tđch, tđng hđp, khđi quđt hođ qua cđc bđi tđp nhđ. Tđ đđ hđnh thđnh cho hểi sinh khđ nđng tđ duy sđng tđo trong hểi tđp.

II - Nhiệm vụ nghiên cứu :

- Cđc phđng phđp tđnh tđch phđn : PP đđi biểi sđ, pp tđch phđn tđng phđn, Tđch phđn hđm sđ lđng giđc, tđch phđn hđm sđ vđ tđ...

- Kđ nđng tđnh tđch phđn đđng bđng nguyđn hđm cđ bđn mđ hểi sinh đđ hểi.

III. Sđi tđng nghiên cứu :

- Hểi sinh lđp 12 BT.THPT

- Cđc phđng phđp tđnh tđch phđn trong chđng trđnh tođn lđp 12.

IV. Phđng phđp nghiên cứu :

Thđm khđo tđi liđu, thu thđp tđi liđu, đđc rđt, tđng kđt kinh nghiệm, kiđm trđ kđt quđ. Dđ giđ, kiđm trđ chđt lđng hểi sinh, nghiên cứu hđ sđ giđng đđy, đđiđu trđ trđc tiđp thđng qua cđc giđ hểi, thđ hiđn trđn nhiđu đđi tđng hểi sinh khđc nhđu : Hểi sinh khđ, giđi vđ hểi sinh trung bđnh vđ mđn Tođn.

V. Phđm vi nghiên cứu :

Giđi hđn đđ vđn đđ giđng đđy Nguyđn hđm - Tđch phđn trong chđng trđnh lđp 12 đđ THPT.

VI. phương pháp

+ Lựa chọn các vế để tính toán phần tích để mở rộng sai lệch của hàm sinh về đồng nhất để ứng dụng tính duy nhất của hàm sinh để tính toán phần tích để mở rộng sai lệch của hàm sinh.

+Thúc nghiệm sự phân

Phần II : nội dung

I. cơ sở khoa học

Dựa trên nguyên tắc cơ bản, tính toán phần tích của con người để: “ các sai lệch của hàm sinh để mở rộng sai lệch của hàm sinh”, các nguyên tắc để tính toán phần tích của hàm sinh.

II. nội dung cốt lõi.

Một số sai lệch của hàm sinh khi tính tích phân

Bộ đề minh họa

Bộ đề 1: Tính tích phân: $I = \int_{-2}^2 \frac{dx}{(x+1)^2}$

* Sai lệch thông thường: $I = \int_{-2}^2 \frac{dx}{(x+1)^2} = \int_{-2}^2 \frac{d(x+1)}{(x+1)^2} = -\frac{1}{x+1} \Big|_{-2}^2 = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$

* Nguyên nhân sai lệch:

Hàm số $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ không xác định tại $x = -1 \in [-2; 2]$ suy ra hàm số không liên tục trên $[-2; 2]$ nên không sử dụng định lý cơ bản của giải tích mới - leibnitz mà cần giải tích.

* Lưu ý để tránh

Hàm sè $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ kh«ng x,c ®Þnh t¹i $x = -1 \in [-2; 2]$ suy ra hàm sè kh«ng liªn t«c trªn $[-2; 2]$ do ®ã tÝch ph©n trªn kh«ng t¦n t¹i.

* Chó ý ®èi víi h¸c sinh:

Khi tÝnh $\int_a^b f(x)dx$ cÇn chó ý xem hàm sè $y=f(x)$ c¸ liªn t«c trªn $[a; b]$ kh«ng? nÕu c¸ th× ,p dông ph¸ng ph¸p ®· h¸c ®Ó tÝnh tÝch ph©n ®· cho cßn nÕu kh«ng th× kÖt luËn ngay tÝch ph©n nµy kh«ng t¦n t¹i.

*** Mét sè bµi tËp t¸ng tù :**

TÝnh c¸c tÝch ph©n sau:

$$1/ \int_0^5 \frac{dx}{(x-4)^4}.$$

$$3/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^4 x} dx$$

$$2/ \int_{-2}^3 x(x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} dx.$$

$$4/ \int_{-1}^1 \frac{x^3 \cdot e^x + x^2}{x^3} dx$$

Bµi 2 : TÝnh tÝch ph©n: $I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x}$

* Sai lÇm th«ng gÆp : §Æt $t = \tan \frac{x}{2}$ th× $dx = \frac{2dt}{1+t^2}; \frac{1}{1+\sin x} = \frac{1+t^2}{(1+t)^2}$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{2dt}{(1+t)^2} = \int 2(t+1)^{-2} d(t+1) = -\frac{2}{t+1} + c$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = \left. \frac{-2}{\tan \frac{x}{2} + 1} \right|_0^{\pi} = \frac{-2}{\tan \frac{\pi}{2} + 1} - \frac{2}{\tan 0 + 1}$$

do $\tan \frac{\pi}{2}$ kh«ng x,c ®Þnh nªn tÝch ph©n trªn kh«ng t¦n t¹i

*Nguyªn nh©n sai lÇm:

§Æt $t = \tan \frac{x}{2}$ $x \in [0; \pi]$ t¹i $x = \pi$ th× $\tan \frac{x}{2}$ kh«ng c¸ nghÜa.

*** L¸i gi¶i ®óng:**

$$I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \int_0^{\pi} \frac{d\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\pi} = \tan$$

$$\frac{\pi}{4} - \tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 2$$

*** Chó ý ®èi vói hăc sinh:**

Sèi vói ph- ng ph, p ®æi biÕn sè khi ®Æt $t = u(x)$ th× $u(x)$ ph¶i lµ mét hµm sè liªn tôc vµ cã ®¹o hµm liªn tôc trªn $[a; b]$.

*** Mét sè bµi tËp t- ng tù:**

TÝnh c, c tÝch ph©n sau:

$$1/ \int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin x}$$

$$2/ \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos x}$$

Bµi 3: TÝnh $I = \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, dx$

*** Sai lÇm thêng gÆp:**

$$I = \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, dx = \int_0^4 \sqrt{(x - 3)^2} \, dx = \int_0^4 (x - 3) d(x - 3) = \frac{(x - 3)^2}{2} \Big|_0^4 = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4$$

*** Nguyªn nh©n sai lÇm:**

PhÐp biÕn ®æi $\sqrt{(x - 3)^2} = x - 3$ vói $x \in [0; 4]$ lµ kh«ng t- ng ®- ng.

*** Lâi gi¶i ®óng:**

$$\begin{aligned} I &= \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} \, dx \\ &= \int_0^4 \sqrt{(x - 3)^2} \, dx = \int_0^3 (x - 3) d(x - 3) + \int_3^4 (x - 3) d(x - 3) \\ &= -\frac{(x - 3)^2}{2} \Big|_0^3 + \frac{(x - 3)^2}{2} \Big|_3^4 = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5 \end{aligned}$$

*** Chó ý ®èi vói hăc sinh:**

$$\sqrt[n]{(f(x))^{2n}} = |f(x)| \quad (n \geq 1, n \in \mathbb{N})$$

$I = \int_a^b \sqrt[n]{(f(x))^{2n}} = \int_a^b f(x) dx$ ta phải xét điều kiện hàm số $f(x)$ trên $[a; b]$ phải liên tục để tính chất tích phân của I thành tổng các phần không còn điều gì, trở nên tuyệt đối.

Một số bài tập tính:

$$1/I = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin 2x} dx ;$$

$$3/I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} dx$$

$$2/I = \int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} dx$$

$$4/I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} dx$$

Bài 4: Tính $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

* Sai lầm thường gặp:

$$I = \int_{-1}^0 \frac{d(x+1)}{(x+1)^2 + 1} = \arctan(x+1) \Big|_{-1}^0 = \arctan 1 - \arctan 0 = \frac{\pi}{4}$$

* Nguyên nhân sai lầm :

Học sinh không học kỹ định nghĩa $\arctan x$ trong sách giáo khoa hiện tại

* Lưu ý đúng:

$$\text{Đặt : } x+1 = \tan t \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt$$

ta có:

x	-1	0
t	0	$\frac{\pi}{4}$

$$\text{Khi đó : } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan^2 t) dt}{\tan t + 1} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$$

* Chú ý để tránh sai lầm:

Sử dụng kiến thức kinh nghiệm

Các hàm số lượng giác $\arcsin x$, $\arctg x$ không trình bày trong sách giáo khoa hiện tại. Học sinh cần thấy một số bài tập, bài toán lượng giác hàm số lượng giác trong một số bài toán tham khảo, và các bài toán này viết theo sách giáo khoa cũ (trước năm 2000). Từ năm 2000 trở lại đây do các hàm số lượng giác không cần trong sách giáo khoa nên học sinh không cần học tập những bài toán này nữa. Với việc khi gặp tích phân dạng $\int_a^b \frac{1}{1+x^2} dx$ ta dùng phép thế $x = \tan t$ hoặc $t = \arctan x$;

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \text{ thì đặt } x = \sin t \text{ hoặc } x = \cos t$$

*Một số bài tập tương tự:

$$1/ I = \int_4^8 \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{x} dx$$

$$2/ I = \int_0^1 \frac{2x^3 + 2x + 3}{x^2 + 1} dx$$

$$3/ I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^6}}$$

Bài 5: Tính $I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

*Suy luận sai lầm: Đặt $x = \sin t$, $dx = \cos t dt$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{\sin^3 t}{|\cos t|} dt$$

Sẽ có:

x	0
	1/4
t	0 ?

* Nguyên nhân sai lầm:

S. ng kiÖn kinh nghiÖm

Khi gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $\sqrt{1-x^2}$ th× thêng ®Æt $x = \sin t$ nhng ®èi víi tÝch ph©n nµy sÏ gÆp khã khn khi ®æi cËn c th víi $x = \frac{1}{4}$ kh«ng t×m ®êc chÝnh x, c t = ?

*** Lôi gi¶i ®óng:**

$$\text{§Æt : } t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow dt = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \Rightarrow t dt = x dx$$

§æi cËn:

x	0
	1/4
t	1 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

$$I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} \frac{(1-t^2)t}{t} dt = \int_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} (1-t^2) dt = \left(t - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} = \left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{15\sqrt{15}}{192} \right) - \frac{2}{3} = \frac{33\sqrt{15}}{192} - \frac{2}{3}$$

*** Ch ý ®èi víi hãc sinh:**

Khi gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $\sqrt{1-x^2}$ th× thêng ®Æt $x = \sin t$ hoÆc gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $1+x^2$ th× ®Æt $x = \tan t$ nhng cÇn ch ý ®n cËn cña tÝch ph©n ®ã nu cËn lµ gi¸ trÞ lng gi¸c cña gãc ®Æc biÕt th× míi lµm ®êc theo ph¬ng ph¸p nµy cÇn nu kh«ng th× ph¶i nghiÖ ®n ph¬ng ph¸p kh¸c.

*** Mét sè bµi tËp t¬ng tù:**

$$1/ \text{ tÝnh } I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx \qquad 2/ \text{ tÝnh } I =$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$$

Bµi 6: TÝnh $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2-1}{1+x^4} dx$

* Sai lầm thông thường $m^{3/4}c$: $I = \int_{-1}^1 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + x^2} dx = \int_{-1}^1 \frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2} dx$

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow dt = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$

Sau đó:

x	-1	1
t	-2	2

$$I = \int_{-2}^2 \frac{dt}{t^2 - 2} = \int_{-2}^2 \left(\frac{1}{t + \sqrt{2}} - \frac{1}{t - \sqrt{2}} \right) dt = (\ln|t + \sqrt{2}| - \ln|t - \sqrt{2}|) \Big|_{-2}^2 = \ln \left| \frac{t + \sqrt{2}}{t - \sqrt{2}} \right| \Big|_{-2}^2$$

$$= \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \ln \left| \frac{-2 + \sqrt{2}}{-2 - \sqrt{2}} \right| = 2 \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

* Nguyên nhân sai lầm: $\frac{x^2 - 1}{1 + x^4} = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + x^2}$ làm sai vñ trong $[-1; 1]$ chứa x

= 0 nên không thể chia cả tử và mẫu cho $x = 0$ được

* Lời giải đúng:

Đặt hàm số $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}$

$$F'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1} \right)' = \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1}$$

Do vậy $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2 - 1}{1 + x^4} dx = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$

*Chú ý về việc sinh: Khi tính tích phân cần chia cả tử và mẫu của hàm số cho x cần chú ý rằng trong miền lấy tích phân phải không chứa điểm $x = 0$.

III. Hiểu quả của sự ứng dụng kinh nghiệm:

1/Kết quả thực tiễn:

Sự kiện kinh nghiệm

Ban Chấp hành sinh giáo viên nhà trường trong việc giáo dục hình thành tính phẩm chất nhân văn. Tuy nhiên giáo viên cần hướng đến học sinh toàn diện, cách phẩm chất một bụi to, tính phẩm chất hóm sẽ đi đều tính phẩm chất, cần của tính phẩm chất là chặn phản ứng phản hồi tập trung sẽ giáo viên đưa ra hình ảnh sai lầm mà học sinh thông minh phản ứng trong quá trình suy luận, trong các bài tính tính phẩm chất này rất tốt để hướng các em đến lời giải đúng.

Sau khi hướng đến học sinh nhà trường và yêu cầu học sinh giáo dục một số bụi tập tính phẩm chất trong sách giáo khoa Giáo dục Tính Líp 12 và một số bụi trong các đề thi tuyển sinh vào lớp 1 học, cao cấp và trung học chuyên nghiệp của các năm trước thì các em rất thẹn thùng trong khi xem và trình bày lời giải và giải thích một lần lớn bụi tập để.

2/Kết quả thực nghiệm:

Sự kiện rất phổ biến trong năm học 2009-2010. Bụi kiểm tra trên hai đề thi lớp 12A(49 học sinh) không phổ biến sự kiện vào 12B(47 học sinh) phổ biến sự kiện như sau:

Xếp	giải	kh	Tb	Yếu
lớp				
Đề thi				
12A	50%	40%	10%	0%
12B	0%	0%	40%	60%

Sau khi thực hiện sự kiện học sinh học tập rất tính các và học thó để biết lúc khi giáo viên bụi to, tính phẩm chất các em tính tính phẩm chất rất thẹn thùng và hiểu biết chất của vấn đề không tính tập khu vực một cách máy móc như trước, để lúc việc

thÓ hiỐn viỐc phựt huy tÝnh tÝch cùc, chñ ®éng, sự ng t¹o cñ hãc sinh.

phÇn III : kỐt luËn - kiỐn nghÞ

I. kỐt luËn:

Nghiªn cøu, ph©n tÝch mét sè sai lÇm cñ hãc sinh khi tÝnh tÝch ph©n cã ý nghÜa rÊt lín trong quự tr×nh d¹y hãc v× khi p dōng sự ng kiỐn nựy sỉ gióp hãc sinh nh×n thÊy ®íc nh÷ng ®iỐm yỐu vµ nh÷ng hiỐu biỐt cha thÊt thÊu ®o cñ m×nh vÒ vÊn ®Ò nựy tō ®ã phựt huy ề hãc sinh t duy ®éc lÊp, nñng lùc suy nghÜ tÝch cùc chñ ®éng cñg cè trau rỏi thªm kiỐn thøc vÒ tÝnh tÝch ph©n tō ®ã lµm chñ ®íc kiỐn thøc, ®t ®íc kỐt qu¶ cao trong quự tr×nh hãc tÊp vµ c, c kú thi tuyỐn sinh vµo c, c trēng ®¹i hãc, cao ®¼ng , THCN

II . KiỐn nghÞ:

HiỐn nay Trung T©m GDTX Yªn phong ® cã mét sè s, ch tham kh¶o tuy nghiªn cha cã mét s, ch tham kh¶o nµo viỐt vÒ sai lÇm cñ hãc sinh khi gi¶i toñ. V× vÊy Trung T©m cÇn quan t©m hñn n÷a vÒ viỐc trang bÞ thªm s, ch tham kh¶o lo¹i nựy ®Ó hãc sinh ®íc t×m tßi vÒ nh÷ng sai lÇm thēng m¾c khi gi¶i toñ ®Ó c, c em cã thÓ tr, nh ®íc nh÷ng sai lÇm ®ã trong khi lµm bµi tÊp .

tại liÖu tham kh¶o

1. Híng dÉn «n tÊp m«n To,n líp 12 (Ph¹m VŰnh Phóc- Chñ biªn - NXB Gi,o dñc ViÖt Nam - 2009)
2. Ph¬ng ph¬p gi¶i to,n TÝch ph©n vµ Gi¶i tÝch tæ hìp (NguyÔn Cam - NXB TrÞ)
3. Ph¬ng ph¬p gi¶i to,n TÝch ph©n (TrÇn §øc Huyªn - TrÇn ChÝ Trung - NXB Gi,o Dñc)
4. S,ch gi,o khoa Gi¶i tÝch 12 (TrÇn V¨n H¹o - Tæng Chñ biªn - NXB GD - 2008)
5. Ph¬ng ph¬p gi¶i to,n TÝch ph©n (Lª Hång §øc - Lª BÝch Ngãc - NXB Hµ Núi - 2005)
6. Sai lÇm thêng gÆp vµ c,c s,ng t¹o khi gi¶i to,n (TrÇn Ph¬ng vµ NguyÔn §øc TÊn - NXB Hµ Núi - 2004)

môc lôc

trang

phÇn I : më ®Çu	1
I. §Æt vÊn ®Ò	1
II. Ph¬ng ph¬p nghiªn cøu	1
phÇn II : Néi dung	2
I. C¬ së khoa häc	2
II. Néi dung cô thÓ	2
III. HiÖu qu¶ cña s,ng kiÖn	8
phÇn III: KÖt luËn - kiÖn nghÞ	9

