

Bài 1. Cực trị của hàm số (trắc nghiệm 4 phương án).docx*Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)*

Họ tên thí sinh:**Số báo danh:****Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 2 $\searrow$	-4	$\nearrow$ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.**B.** 3.**C.** 0.***D.** -4.**Lời giải**

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -2$.**B.** $x = 2$.**C.** $x = 1$.***D.** $x = -1$.**Lời giải**

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.**Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

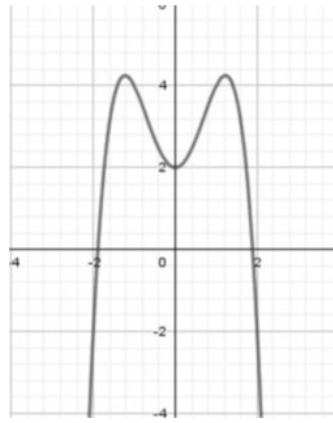
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.**B.** -3.**C.** -1.***D.** 2.**Lời giải**

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 4. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



*A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Lời giải

Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$			

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$

*B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$

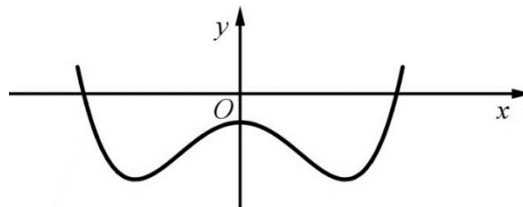
C. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$

D. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

*A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

A. $x = -2$.

*B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x=2$. B. $x=-2$. C. $x=1$. *D. $x=3$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x=3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x=3$. B. $x=2$. C. $x=-2$. *D. $x=-1$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. *B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Ta có

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1 ; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. *C. 2. D. 3.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1)=0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x=-1$, $x=1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 12. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 1. *B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua các điểm $x=-1; x=1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

*D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1

*B. 3

C. 2

D. 5

Lời giải

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Do $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt và $f'(x)$ đổi dấu qua ba nghiệm này nên hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

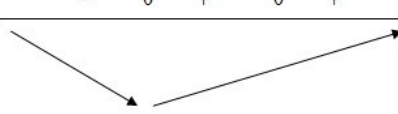
*D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y					

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

*C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có

$$f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$

Câu 17. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)\dots(x-2019)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1008

*B. 1010

C. 1009

D. 1011

Lời giải

$$f'(x)=(x-1)(x-2)\dots(x-2019)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ \dots \\ x=2019 \end{cases}$$

Ta có:

$f'(x)=0$ có 2019 nghiệm bội lẻ và hệ số a dương nên có 1010 cực tiểu

Câu 18. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 0.

*C. 1.

D. 3.

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=0 \\ x-1=0 \\ (x-2)^3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3

B. 5

*C. 2

D. 4

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$							$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

*D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = (x-2)(x^2-3)(x^2+3) = (x-2)(x-\sqrt{3})^2(x+\sqrt{3})^2(x^2+3)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+\sqrt{3})^2(x-\sqrt{3})^2(x^2+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 21. Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-x-2)(x+1)^4$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

*A. -1.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Có $f'(x) = x^2(x-2)^2(x+1)^5$. Ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị là $x = -1$.

Vậy tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng -1.

Câu 22. Tìm giá trị cực đại y_{CS} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CS} = -1$ *B. $y_{CS} = 4$ C. $y_{CS} = 1$ D. $y_{CS} = 0$ **Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4

Câu 23. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1

*B. 3

*C. 0

D. 2

Lời giải

Có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -3
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6

- B. Cực tiểu của hàm số bằng 1
*D. Cực tiểu của hàm số bằng 2

Lời giải

Cách 1.

Ta có: $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Cách 2.

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

$y'' = \frac{8}{(x+1)^3}$. Khi đó: $y''(1) = \frac{1}{2} > 0$; $y''(-3) = -\frac{1}{2} < 0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 25. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng

*A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Khi đó: $x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5$.

Câu 26. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

*A. $y_{CT} = -6$

B. $y_{CT} = -1$

C. $y_{CT} = -2$

D. $y_{CT} = 1$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-6	-2	$-\infty$	

Vậy $y_{CD} = y(1) = -2$; $y_{CT} = y(-1) = -6$.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

*A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 2x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Suy ra đồ thị có hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị có tung độ là số dương.

Câu 28. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

***B.** $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$

C. $y = x^2 - 2x + 1$

D. $y = -x^3 + x + 1$

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ không có cực trị.

Câu 29. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 2019m$ ($m \in \mathbb{R}$) đạt cực tiểu tại điểm:

***A.** $x = 3$.

B. $x = -3$.

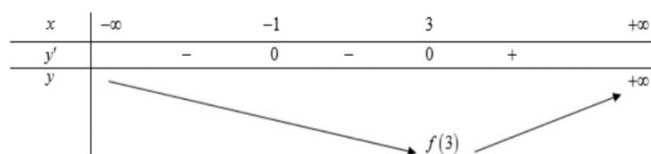
C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^3 - x^2 - 5x - 3; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$



Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 30. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là:

A. $M(-1; -1)$

B. $N(0; 1)$

C. $P(2; -1)$

***D.** $Q(1; 3)$

Lời giải

$y' = -3x^2 + 3; \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$y'' = -6x; \quad y''(1) = -6 < 0; \quad y''(-1) = 6 > 0$

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 1; y(1) = 3$. Vậy chọn đáp án $Q(1; 3)$.

Câu 31. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

***A.** $(-1; -8)$

B. $(0; -5)$

C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$

D. $(1; 0)$

Lời giải

$$y' = -3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$y'' = -6x + 2$$

Ta có: $y''(-1) = 8 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; $y_{CT} = y(-1) = -8$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1; -8)$.

Câu 32. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -1$.

*B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 + 2x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$y'' = 2x + 2; y''(-3) = -4 < 0; y''(1) = 4 > 0$$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 33. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$.

A. -6 .

B. 1 .

*C. 2 .

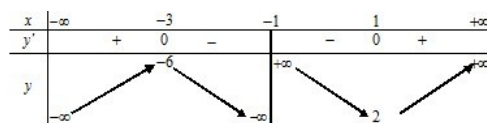
D. -3 .

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$



Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vậy giá trị cực tiểu bằng 2 .

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

*B. Hàm số có hai cực trị $y_{CB} < y_{CT}$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Giá trị cực tiểu bằng -2 .

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'		- 0 +	
y			

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$.

Câu 38. Tìm hoành độ các điểm cực đại của hàm số $y = e^{x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x - 1}$.

A. $x_{CD} = 1$.

B. Không có cực đại.

*C. $x_{CD} = \frac{2}{3}$.

D. $x_{CD} = 0$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = (3x^2 - 5x + 2)e^{x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x - 1}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
y'		+ 0 -	0 +	
y				

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{2}{3}$.

Câu 39. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^2 \ln x$ là?

A. $y_{CT} = -\frac{1}{e}$.

*B. $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$.

C. $y_{CT} = \frac{1}{2e}$.

D. $y_{CT} = \frac{1}{e}$.

Lời giải

Tập xác định $D = (0; +\infty)$; $y' = x(2\ln x + 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Xét bảng sau:

x	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	$+\infty$
y'		- 0 +	
y			

Từ bảng trên ta được $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

*C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số không có điểm cực trị.

Lời giải

TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y' = xe^{-x}(2 - x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y					$\frac{4}{e^2}$		

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là.

- A. $(-3; 0)$ B. $(2; 10)$ C. $(3; 9)$ *D. $(-1; 1)$

Lời giải

✓ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

✓ Đạo hàm:

✓ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'		-	0	+	0
y					

Câu 42. Biết rằng hàm số $y = (x + a)^3 + (x + b)^3 - x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $ab \notin 0$ B. $ab < 0$ *C. $ab > 0$ D. $ab^3 \neq 0$

Lời giải

Ta có $y = x^3 + 3(a + b)x^2 + 3(a^2 + b^2)x + a^3 + b^3$

$y' = 3x^2 + 6(a + b)x + 3(a^2 + b^2)$

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\hat{U} \quad D' = 18ab > 0 \quad \hat{U} \quad ab > 0$.

Câu 43. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m + 2)x + 1$ có hai cực trị là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ *B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $(-1; 2)$ D. $[-1; 2]$

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$. Để hàm số có hai cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên

$$y' > 0 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m + 1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

- A. $m > 2$ B. $m < -4$ C. $m \leq 2$ *D. $m < 2$

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m + 1$. Hàm số có hai điểm cực trị khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m < 2$$

Câu 45. Để hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x$ đạt cực đại và cực tiểu thì:

- A. Không có giá trị nào của m B. $\forall m$

C. $m = 3$.

*D. $m \neq 3$.

Lời giải

$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (m - 3)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 3$.

Câu 46. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị khi giá trị của m là:

A. $0 < m < 2$.

*B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $0 < m < 8$.

D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 6m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m = 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m > 0$.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu?

*A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m < -\frac{3}{2}$.

C. $m \leq \frac{3}{2}$.

D. $m > \frac{3}{2}$.

Lời giải

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ $y' = 3x^2 - 6x + 2m$

+ Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta = 36 - 24m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$.

Câu 48. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m^2 - 3m - 3)x + 2016$ có 2 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

*C. 4.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m^2 - 3m - 3)x + 2016$

$\Rightarrow y' = x^2 + 2mx + 2m^2 - 3m - 3$, $\Delta' = -m^2 + 3m + 3$

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta' = -m^2 + 3m + 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là $m \in S = \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m - 2)x + 1$ không có cực trị

A. $m \in (-\infty; 6) \cup (0; +\infty)$.

B. $m \in (-6; 0)$.

C. $m \in [-6; 0)$.

*D. $m \in [-6; 0]$.

Lời giải

Ta có $y' = 3mx^2 - 4mx + (m - 2)$.

+ Nếu $m = 0$.

$\Rightarrow y' = -2 < 0 (\forall x \in \mathbb{R})$. Nên hàm số không có cực trị.

Do đó $m = 0$ (chọn) (1).

+ Nếu $m \neq 0$.

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y'$ không đổi dấu

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 3m(m-2) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m \leq 0 \Rightarrow -6 \leq m < 0 \quad (\text{do } m \neq 0) \quad (2).$$

Kết hợp (1) và (2) ta được $-6 \leq m \leq 0$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số

$$y = x^3 - 3mx^2 + (2m+1)x - m + 5 \quad \text{có cực đại và cực tiểu.}$$

*A. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$

B. $m \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right]$

C. $m \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$

D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty)$

Lời giải

Ta có $y = x^3 - 3mx^2 + (2m+1)x - m + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 2m + 1, \Delta' = 9m^2 - 6m - 3$.

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$$

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 - (m+1)x^2 + \left(2m - \frac{2}{3}\right)x + 1$ có cực trị.

A. $\begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$

*B. $-\frac{1}{5} < m < 1$

C. $\begin{cases} m < -\frac{1}{5} \\ m > 1 \end{cases}$

D. $-\frac{1}{5} \leq m \leq 1$

Lời giải

* Nếu $m = 0 \Rightarrow y = -x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ là hàm số bậc hai nên luôn có cực trị.

* Nếu $m \neq 0$, ta có $y' = 3mx^2 - 2(m+1)x + 2m - \frac{2}{3}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3mx^2 - 2(m+1)x + 2m - \frac{2}{3} = 0; \Delta' = (m+1)^2 - 3m\left(2m - \frac{2}{3}\right) = -5m^2 + 4m + 1$$

Do đó, hàm số có cực trị khi và chỉ khi $-5m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5} < m < 1$. Suy ra: $\begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

* Kết hợp với trường hợp $m = 0$ suy ra $-\frac{1}{5} < m < 1$ là các giá trị cần tìm.

Câu 52. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

*A. $-1 \leq m \leq 2$

B. $m \leq -1$

C. $m \geq 2$

D. $m \leq -1$ hoặc

$m \geq 2$

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m + 2$

Để hàm số đã cho không có cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép hay $\Delta' \leq 0$
 $\Leftrightarrow m^2 - (m+2) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

Câu 53. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (2m+3)x^2 + m^2x - 2m+1$ không có cực trị khi và chỉ khi.

- A. $m \leq -3$ hoặc $m \geq -1$. *B. $-3 \leq m \leq -1$. C. $m \geq -3$. D. $m \geq -1$.

Lời giải

$$y' = x^2 + 2(2m+3)x + m^2$$

Hàm số không có cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép
 $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 12m + 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$.

Câu 54. Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+2)x^3 + x^2 + \frac{1}{3}mx - 2$ có cực đại, cực tiểu.

- A. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ B. $m \in (-2; 1)$
 *C. $m \in (-3; -2) \cup (-2; 1)$ D. $m \in (-3; 1)$

Lời giải

$$y' = (m+2)x^2 + 2x + \frac{1}{3}m$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{3}m^2 - \frac{2}{3}m > 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < -2 \text{ hoặc } -2 < m < 1$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại?
 A. $1 < m \leq 3$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq 1$ *D. $1 \leq m \leq 3$

Lời giải

TH1: Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 4x^2 + 1$. Suy ra hàm số không có cực đại.

TH2: Nếu $m > 1$.

Để hàm số không có cực đại thì $-2(m-3) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$. Suy ra $1 < m \leq 3$.

Vậy $1 \leq m \leq 3$.

Câu 56. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - x^2 + (2m+1)x + 3$ có cực trị
 *A. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ B. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right) \setminus \{-1\}$ C. $m \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right] \setminus \{-1\}$ D. $m \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$

Lời giải

Ta có $y' = (m+1)x^2 - 2x + 2m+1$

Để hàm số có cực trị ta xét hai trường hợp:

↪ Trường hợp 1: $m = -1$ ta có $y' = -2x - 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$y_{\text{CĐ}}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = -1$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{2}$.
 Vậy 200 thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m \neq -1$ để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -2m^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < 0 \text{ và } m \neq -1.$$

$$m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right).$$

Kết hợp hai trường hợp trên ta được

Câu 57. Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả các giá trị thực của tham số m là

- *A. $m \geq 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $m \leq 3$.

Lời giải

$$y' = -4x^3 - 2(m-3)x = -2x(2x^2 + m-3)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3-m}{2} \end{cases}$$

Vì hàm số đã cho là hàm trùng phương với $a = -1 < 0$ nên hàm số có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có đúng 1 nghiệm bằng 0} \Leftrightarrow \frac{3-m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

- A. $m > 1$. B. $-1 \leq m < 0$. C. $m < -1$. *D. $-1 \leq m \leq 0$.

Lời giải

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có:

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 4(m+1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m+1)} \right]$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi

$$x \text{ đi qua nghiệm này} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 59. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị

- *A. $m > 0$. B. $m \geq 0$. C. $m < 0$. D. $m \leq 0$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases} (*)$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x \neq 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Câu 60. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị?

*A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

Trường hợp 1: $m = 0 \Rightarrow y = -1$ nên hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m = 0$ (loại).

Trường hợp 2: $m \neq 0 \Rightarrow m^2 > 0$.

Hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị
 $\Leftrightarrow -m^2 \cdot (m^2 - 2019m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2019m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2019$

Vì $m \neq 0 \Rightarrow 0 < m \leq 2019$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2019 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Câu 61. Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

A. 4

B. 3

*C. 2

D. 5

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 6)x$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 4m > 0 \\ m(m^2 - 6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{6}$$

Do đó có hai giá trị nguyên của tham số m .

Câu 62. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 7$ có ba điểm cực trị?

A. 20

B. 10

C. Vô số

*D. 11

Lời giải

Ta có $y' = 4x[x^2 - (2m+1)] \quad \forall x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2m+1 \end{cases} (*)$$

Hàm số đã cho có ba cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác

$$0 \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$$

Do $m \in [-10; 10]$ nên có 11 giá trị thỏa mãn.

Câu 63. Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

A. 4

B. 3

*C. 2

D. 5

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 6)x$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 4m > 0 \\ m(m^2 - 6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{6}$$

Do đó có hai giá trị nguyên của tham số m .

Câu 64. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $OA = OB$ (O là gốc tọa độ)?

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

*D. $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do đó đồ thị hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị lần lượt có tọa độ là $A(0; m)$ và $B(2; -4 + m)$.

$$\text{Ta có } OA = OB \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + m^2} = \sqrt{2^2 + (4 - m)^2} \Leftrightarrow m^2 = 4 + (4 - m)^2 \Leftrightarrow 20 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}.$$

Câu 65. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

*A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1)$,

$$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1; \quad \Delta = 13m^2 - 4.$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \quad (*)$$

x_1, x_2 là các nghiệm của $g(x)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

$$\text{Do đó } x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện (*), ta thấy chỉ $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$

*A. $m = -3$

B. $m = 3$

C. $m = -1$

D. $m = 1$

Lời giải

$y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 . Vậy x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$$

Theo viét ta có

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$= 4 - \frac{2m}{3} \Rightarrow 4 - \frac{2m}{3} = 6 \Rightarrow m = -3$$

Câu 67. Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ là

A. $m = 1$

*B. $m = \frac{3}{2}$

C. $m = 3$

D. $m = -\frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi $\Delta' = 9 - 12m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{4}$.

Khi đó $3 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2^2 - 2 \cdot \frac{m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Câu 68. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1; 7)$

B. $m_0 \in (7; 10)$

*C. $m_0 \in (-15; -7)$

D. $m_0 \in (-7; -1)$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbf{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x + m$$

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$; $\Delta' = 9 - 3m$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Hai điểm cực trị x_1, x_2 là nghiệm của $y' = 0$ nên: $x_1 + x_2 = 2; x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3}$.

Đề $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 13$

$\Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$. Vậy $m_0 = -9 \in (-15; -7)$.

Câu 69. Giả sử hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0$. Giá trị của m là

A. $m = -3$

*B. $m = 3$

C. $m = 2$

D. $m = \frac{4}{3}$

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2x - \frac{1}{3}m$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m = 0$ (1).

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$.

Theo giả thiết, ta có $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2m}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn).

Câu 70. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ bằng

- A. $\frac{73}{16}$. *B. $\frac{52}{9}$. C. $\frac{34}{9}$. D. $\frac{10}{9}$.

Lời giải

Ta có $y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ thì $\begin{cases} \Delta' > 0 & (1) \\ 2x_1 + x_2 = 2 & (2) \end{cases}$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow -2m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{6}}{2} < m < \frac{2 + \sqrt{6}}{2} (*)$.

Mặt khác ta có $x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{2} \quad (3)$.

Từ (2) và (3) ta có $x_1 = \frac{2}{m}$.

Vì $y'(x_1) = 0 \Leftrightarrow m\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2(m-1) \cdot \frac{2}{m} + 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases}$ (thỏa (*)).

Vậy $2^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{52}{9}$.

Câu 71. Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 34$. *B. $S = 13$. C. $S = 25$. D. $S = 10$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 2x^2 - 2mx - 6m^2 + 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(-6m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$$

Theo định lý Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$

$$\text{Ta có } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Chỉ có giá trị $m = \frac{2}{3}$ thỏa điều kiện, khi đó $S = a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.

Câu 72. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?

A. 3.

B. 1.

C. Không có m .

*D. 2.

Lời giải

$$\text{Có } y'(x) = x^2 - mx + 1, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0 \quad (1)$$

• Để hàm số có cực trị thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Điều này tương đương với } \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

$$\text{• Gọi hai nghiệm của (1) là } x_1, x_2. \text{ Khi đó, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$$

Độ dài hai cạnh của tam giác vuông đó là $|x_1|, |x_2|$. Theo bài ra ta có phương trình:

$$x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 73. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

*A. 7.

B. 9.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Có } f'(x) = 6x^2 - 12x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = -m + 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = -m - 7$$

Hàm số có các giá trị cực trị trái dấu

$$\Leftrightarrow (-m + 1)(-m - 7) < 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m + 7) < 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 74. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

*A. $m \in (-1; 4) \setminus \{3\}$

B. $m \in (3; 4)$

C. $m \in (1; 3)$

D. $m \in (-1; 4)$

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 + 6(m - 1)x + 6(m - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m - 1)x + (m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -m + 2 \end{cases}$$

Để hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nằm trong khoảng $(-2; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 \neq -1 \\ -2 < -m+2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}$.

Câu 75. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.

A. $T = \sqrt{51} + 6$

B. $T = \sqrt{61} + 3$

*C. $T = \sqrt{61} - 3$

D. $T = \sqrt{51} - 6$

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$ (1)

+) Theo giả thiết hàm số đạt cực trị tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$
 $\Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$ (*)

+) Với điều kiện (*) thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 , theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 9 \end{cases}$

+) Ta lại có $|x_1 - x_2| \leq 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 25 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 61 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} \quad (**)$$

+) Kết hợp (*), (**) và điều kiện m dương ta được: $3 < m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3$

Câu 76. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã

cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 0.

*D. 9.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = x^2 - mx - 4$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0$.

Ta có $\Delta = m^2 + 16 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$ hay hàm số luôn có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \forall m \in \mathbb{R}$.

Do x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y' = 0$ nên theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$.

$$P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = (x_1 x_2)^2 - (x_1^2 + x_2^2) + 1 = (x_1 x_2)^2 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1 x_2 + 1$$

$$= 16 - m^2 - 8 + 1 = -m^2 + 9 \leq 9, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức P bằng 9 $\Leftrightarrow m = 0$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 - (2m-1)x + m + 2$, m là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 10(x_1 + x_2)$.

*A. -22. B. 1. C. -18. D. 78.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x - 2m + 1$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}$$

Theo Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1)$, $x_1 x_2 = 1 - 2m$.

$$T = x_1^2 + x_2^2 - 10(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 10(x_1 + x_2)$$

$$\Rightarrow T = 4m^2 - 8m - 18 = 4(m-1)^2 - 22 \geq -22$$

Câu 78. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

A. $-2 < m < 0$.

B. $-2 < m < 2$.

*C. $0 < m < 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Ta có $y' = mx^2 + 4x + m$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 4 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2 < m < 2 \end{cases} \quad (1)$

Căn cứ vào dạng của đồ thị hàm số bậc 3, để hàm số có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$ thì $m > 0 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra giá trị m cần tìm là $0 < m < 2$.

Câu 79. Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

*A. $0 < m < 1$.

B. $1 < m < 2$.

C. $m < 0$.

D. $m > 2$.

Lời giải

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm là $y' = \frac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}$.

Để hàm số có hai điểm cực trị ta phải có $\begin{cases} 1 + m > 0 \\ 1 - 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$.

Gọi hai hoành độ cực trị là x_1 và x_2 ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$.

Khi đó điểm $A(x_1, 2x_1 - m)$ và $B(x_2, 2x_2 - m)$.

$$AB = \sqrt{4 + 4m} \cdot \sqrt{5} = 5 \Leftrightarrow 4 + 4m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$$

Câu 80. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 3

B. 6

C. -6

*D. 0

Lời giải

Cách 1: Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases} \Rightarrow A \left(m - 1; \frac{m^3 - 3m + 2}{3} \right) \text{ và } B \left(m + 1; \frac{m^3 - 3m - 2}{3} \right)$$

Để thấy phương trình đường thẳng $AB: y = -\frac{2}{3}x + \frac{m(m^2 - 1)}{3}$ nên AB không thể song song hoặc trùng với $d \Rightarrow A, B$ cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$ nếu trung điểm I của AB nằm trên d

$$I \left(m; \frac{m^3 - 3m}{3} \right) \in d \Rightarrow \frac{m^3 - 3m}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow m^3 - 18m + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Với $m = 3 \Rightarrow A, B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d .

Với $m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A, B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d .

Tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 81. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - (2m - 1)x^2 + 2mx - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4.

B. 2.

*C. 1.

D. 3.

Lời giải

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành khi và chỉ khi phương trình $mx^3 - (2m - 1)x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow (x - 1)[mx^2 - (m - 1)x + m + 1] = 0$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi pt $mx^2 - (m - 1)x + m + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m - (m - 1) + m + 1 \neq 0 \\ (m - 1)^2 - 4m(m + 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m + 2 \neq 0 \\ -3m^2 - 6m + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \\ \frac{-3 - 2\sqrt{3}}{3} < m < \frac{-3 + 2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -1$.

Câu 82. Cho hàm số $y = x^3 - (m+6)x^2 + (2m+9)x - 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

A. $\begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq -6 \end{cases}$

B. $m \geq -2$.

C. $m \leq -6$.

*D. $\begin{cases} m > -2 \\ m < -6 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}$

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 2(m+6)x + 2m+9.$$

$$y' = 3x^2 - 2(m+6)x + 2m+9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2m+9}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2m+9}{3} \neq 1 \Leftrightarrow m \neq -3. \quad (1)$$

Hàm số có 2 cực trị

$$y(1) = m+2.$$

$$y\left(\frac{2m+9}{3}\right) = -m \frac{(2m+9)^2}{27} - 2.$$

$$\Leftrightarrow y(1) \cdot y\left(\frac{2m+9}{3}\right) < 0$$

Ycvt

$$\Leftrightarrow (m+2) \cdot \left[-m \frac{(2m+9)^2}{27} - 2 \right] < 0 \Leftrightarrow (m+2) \cdot (4m^3 + 36m^2 + 81m + 54) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ m > -2 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m < -6 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Từ (1), (2) ta có ycvt

Câu 83. Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (m+1)x + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị của số tự nhiên $m < 20$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

A. 18.

*B. 19.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

+ Ta có: $y = (x-1)(x^2 - 2mx + 1 - m)$

+ Hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi và chỉ khi đồ thị y cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

$$\Leftrightarrow y = (x-1)(x^2 - 2mx + 1 - m) = 0 \quad \text{có ba nghiệm phân biệt.}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 1 - m = 0 \quad \text{có hai nghiệm phân biệt khác 1.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 > 0 \\ 2 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ m > \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m \neq \frac{2}{3} \end{cases}$$

+ Do $m \in \mathbb{N}, m < 20$ nên $1 \leq m < 20$. Vậy có 19 số tự nhiên thỏa mãn bài toán.

Câu 84. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^2 - 2$ có đồ thị (C) và điểm $C(1;4)$. Tính tổng các giá trị nguyên dương của m để (C) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4.

A. 6.

B. 5.

*C. 3.

D. 4

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 6mx = 0 \hat{U} \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Ta có

Đồ thị (C) có hai điểm cực trị $\hat{U} 2m \neq 0 \hat{U} m \neq 0$.

Khi đó $A(0; 4m^2 - 2), B(2m; -4m^3 + 4m^2 - 2) \Rightarrow AB = \sqrt{4m^2 + 16m^6} = 2|m|\sqrt{4m^4 + 1}$

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x - 0}{2m - 0} = \frac{y - (4m^2 - 2)}{-4m^3} \hat{U} 2m^2x + y - 4m^2 + 2 = 0$

$$d(C, AB) = \frac{|2m^2 + 4 - 4m^2 + 2|}{\sqrt{4m^4 + 1}} = \frac{2|m^2 - 3|}{\sqrt{4m^4 + 1}}$$

Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(C, AB) = 4 \hat{U} \frac{1}{2} \cdot 2|m| \cdot \sqrt{4m^4 + 1} \cdot \frac{2|m^2 - 3|}{\sqrt{4m^4 + 1}} = 4$$

$$\hat{U} |m(m^2 - 3)| = 2 \hat{U} m^6 - 6m^4 + 9m^2 - 4 = 0 \hat{U} (m^2 - 1)^2(m^2 - 4) = 0 \hat{U} \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = \pm 2 \end{cases}$$

Do m nguyên dương nên ta được $m = 1, m = 2$, tổng thu được là 3.

Câu 85. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x = 2$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

*D. 0.

Lời giải

$$y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - m \\ x = 1 + m \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x = 2$ thì $\begin{cases} m \neq 0 \\ 1 + m < 2 \\ 1 - m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 1 \\ m > -1 \end{cases}$.
Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 86. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A, B và $M(1; -2)$ thẳng hàng.

A. $m = \sqrt{2}$.

B. $m = -\sqrt{2}$.

C. $m = 2$.

*D. $m = -\sqrt{2}; m = \sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2m$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị là $A(0;2)$, $B(2m;2-4m^3)$.

Ta có $\overline{MA} = (-1;4)$, $\overline{MB} = (2m-1;4-4m^3)$.

Ba điểm A , B và $M(1;-2)$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{MA}, \overline{MB}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{2m-1}{-1} = \frac{4-4m^3}{4} \Leftrightarrow \frac{2m-1}{-1} = \frac{1-m^3}{1} \Leftrightarrow 2m-1 = m^3-1 \Leftrightarrow m^3 = 2m$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2} \text{ (do } m \neq 0 \text{)}.$$

Câu 87. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho độ dài $AB = \sqrt{2}$.

A. $m = 0$.

***B.** $m = 0$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$. $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì $m \neq 1$.

Khi đó ta có $A(1; m^3 + 3m - 1), B(m; 3m^2)$.

Có $AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m^3 - 3m^2 + 3m - 1)^2 = 2 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m-1)^6 = 2$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn yêu cầu bài toán)}.$$

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (trong đó O là gốc tọa độ)

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$.

***D.** $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3mx^2 - 6mx$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó

Tọa độ điểm cực trị: $A(0; 3m - 3), B(2; -m - 3)$

$$\text{Theo giả thiết } 2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 22m^2 + 12m - 34 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}.$$

Câu 89. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S = 3$.

B. $S = \frac{1}{2}$.

***C.** $S = 1$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=2 \\ x=\pm 1 \rightarrow y=1 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			2			1		$+\infty$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;2)$, $B(-1;1)$, $C(1;1)$.

Nhận xét $\triangle ABC$ cân tại A . Vì vậy $S = \frac{1}{2} |y_A - y_B| \cdot |x_C - x_B| = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$.

Câu 90. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B , C thỏa mãn $BC=4$?

- A. $m = \sqrt{2}$. *B. $m = 4$. C. $m = \pm 4$. D. $m = \pm \sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số: $A(0;1)$, $B(\sqrt{m}; -m^2+1)$, $C(-\sqrt{m}; -m^2+1)$.

$$BC=4 \Leftrightarrow 4m=16 \Leftrightarrow m=4.$$

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

- A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = 1$. C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. *D. $m = -1$.

Lời giải

Hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 4x^3 + 4mx; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases} (*)$$

Ta có:

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy tọa độ 3 điểm lần lượt là: $A(0;1)$; $B(-\sqrt{-m}; 1-m)$; $C(\sqrt{-m}; 1-m)$

Ta có $\overline{AB} = (-\sqrt{-m}; -m)$; $\overline{AC} = (\sqrt{-m}; -m)$

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{-m} + m \cdot m = 0 \Leftrightarrow -|m| + m^4 = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0$
 $\Leftrightarrow m = -1$ (vì $m < 0$)

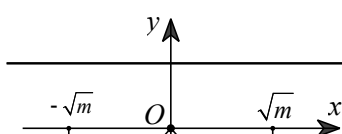
Vậy với $m = -1$ thì hàm số có 3 cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- *A. $0 < m < 1$ B. $m > 0$ C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$ D. $m < 1$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$



Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$ $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$. Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $O(0;0)$ $A(\sqrt{m}; -m^2)$ $B(-\sqrt{m}; -m^2)$

Do đó $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = m^2 \sqrt{m} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 93. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

- A. $M(0; -1)$ *B. $N(1; -10)$ C. $P(1; 0)$ D. $Q(-1; 10)$

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$ thực hiện phép chia y cho y' ta được số dư là $y = -8x - 2$.

Như thế điểm $N(1; -10)$ thuộc đường thẳng AB .

Câu 94. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m - 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{2}$ *B. $m = \frac{3}{4}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = \frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Từ đó ta có tọa độ hai điểm cực trị $A(0; 1)$, $B(2; -3)$. Đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình $y = -2x + 1$. Đường thẳng này vuông góc với đường thẳng $y = (2m - 1)x + 3 + m$ khi và chỉ khi $(2m - 1)(-2) = -1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$.

Câu 95. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m - 1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

- A. $m = \frac{3}{4}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = -\frac{3}{4}$ *D. $m = -\frac{1}{2}$

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có TXĐ: $\mathbf{R}$; $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0; 1)$, $B(2; -3) \Rightarrow \overline{AB} = (2; -4)$

Đường thẳng d đi qua hai điểm A , B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y - 1}{-4} \Leftrightarrow y = -2x + 1$

Đường thẳng $y = (2m - 1)x + m + 3$ song song với đường thẳng $d \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = -2 \\ m + 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 96. Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6m(1 - 2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.

- *A. $m = -\frac{1}{3}$ B. $m = \frac{2}{3}$ C. $m = -\frac{2}{3}$ D. $m = 1$

Lời giải

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 1-2m \end{cases}$.

Để hàm số có hai cực trị thì $m \neq 1-2m \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(m; -7m^3 + 3m^2)$, $B(1-2m; 20m^3 - 24m^2 + 9m - 1)$. Do đó

$\overline{AB} = (1-3m; (3m-1)^3)$. Do đó $\overline{AB}$ có vector pháp tuyến là $n = ((3m-1)^2; 1)$.

Do đó $\overline{AB} : (3m-1)^2 x + y - 2m^3 + 3m^2 - m = 0 \Leftrightarrow y = -(3m-1)^2 x + 2m^3 - 3m^2 + m$.

Để đường thẳng $\overline{AB}$ song song với đường thẳng $y = -4x$ thì:

$$\begin{cases} -(3m-1)^2 = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}.$$

Câu 97. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A , B . Khi đó phương trình đường thẳng $\overline{AB}$ là

- A. $y = 2x - 1$. *B. $y = -2x + 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = x - 2$.

Lời giải

Thực hiện phép chia y cho y' ta được: $y = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x\right) + (-2x + 1)$.

Giả sử hai điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là: $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

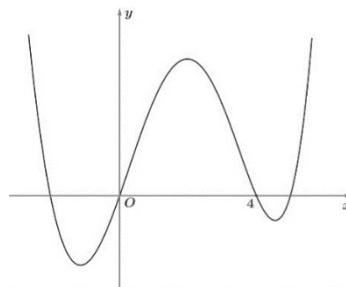
$$\begin{cases} y_1 = y(x_1) = y'(x_1) \cdot \left(\frac{1}{3}x_1\right) + (-2x_1 + 1) = -2x_1 + 1 \\ y_2 = y(x_2) = y'(x_2) \cdot \left(\frac{1}{3}x_2\right) + (-2x_2 + 1) = -2x_2 + 1 \end{cases}$$

Ta có:

Ta thấy, toạ độ hai điểm cực trị A và B thoả mãn phương trình $y = -2x + 1$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = -2x + 1$.

Câu 98. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



- A. 5. B. 3. *C. 7. D. 11.

Lời giải

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$			a			b			c			$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	+			
$f(x)$	$+\infty$												$+\infty$

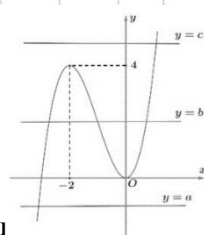
Ta có $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x) \cdot f'(x^3 + 3x^2)$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a; a < 0 \\ x^3 + 3x^2 = b; 0 < b < 4 \\ x^3 + 3x^2 = c; c > 4 \end{cases}$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 6x$. Cho $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$			-2			0			$+\infty$
$h'(x)$		+		0	-	0	+			
$h(x)$	$-\infty$			4			0			$+\infty$



Ta có đồ thị của hàm $h(x) = x^3 + 3x^2$ như sau

Từ đồ thị ta thấy:

Đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y = b$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm.

Đường thẳng $y = c$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Như vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ có 7 cực trị.

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9.

B. 3.

*C. 7.

D. 5.

Lời giải

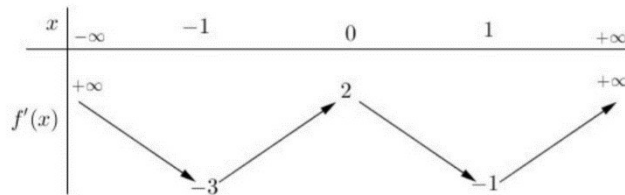
Ta có $y' = 2(x-1).f'(x^2 - 2x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - 2x - a = 0, a \in (-\infty; -1) \quad (1) \\ x^2 - 2x - b = 0, b \in (-1; 0) \quad (2) \\ x^2 - 2x - c = 0, c \in (0; 1) \quad (3) \\ x^2 - 2x - d = 0, d \in (1; +\infty) \quad (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2), (3), (4) đều có hai nghiệm phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2), (3), (4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Câu 100. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

A. 5.

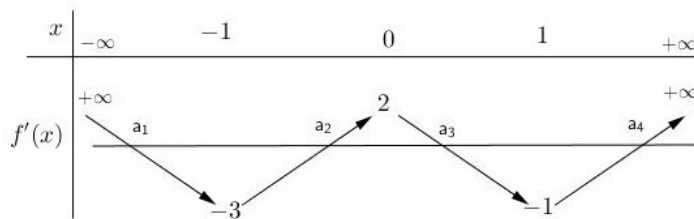
B. 9.

*C. 7.

D. 3.

Lời giải

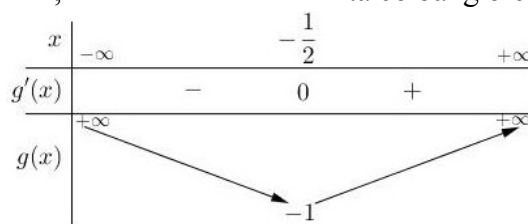
Có $(f(4x^2 + 4x))' = (8x + 4)f'(4x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ f'(4x^2 + 4x) = 0 \end{cases}$



$$f'(4x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1) \\ 4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0) \\ 4x^2 + 4x = a_3 \in (0; 1) \\ 4x^2 + 4x = a_4 \in (1; +\infty) \end{cases} \quad (1)$$

Từ bảng biến thiên trên ta có

Xét $g(x) = 4x^2 + 4x$, $g'(x) = 8x + 4$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên



Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

Phương trình $4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1)$ vô nghiệm.

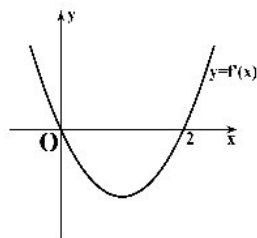
Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (0; 1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (1; +\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ là

*A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g(x) = f(-x^2 + x) \Rightarrow g'(x) = (-2x + 1)f'(-x^2 + x)$.

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)f'(-x^2 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 = 0 \\ f'(-x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ -x^2 + x = 0 \\ -x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)f'(-x^2 + x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 > 0 \\ f'(-x^2 + x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 < 0 \\ f'(-x^2 + x) < 0 \end{cases}$$

Do đó

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ -x^2 + x > 2 \\ -x^2 + x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > 1 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \frac{1}{2} < x < 1 \\ x > \frac{1}{2} \\ 0 < -x^2 + x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0				1		$+\infty$
-----	-----------	--	---	--	--	--	---	--	-----------

					$\frac{1}{2}$				
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$g(x)$									

Vậy hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 102. Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

*A. 3.

B. 8.

C. 10.

D. 7.

Lời giải

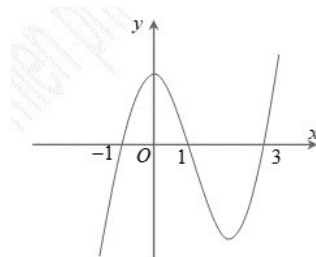
Vì hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f'(x) = 0$ có ba nghiệm là $-2; -1; 0$ (ba nghiệm bội lẻ).

Xét hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có $y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do $y' = 0$ có một nghiệm bội lẻ ($x = 1$) và hai nghiệm đơn ($x = 0; x = 2$) nên hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ chỉ có ba điểm cực trị.

Câu 103. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ là



*A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta chọn $f'(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 3)$.

Áp dụng công thức $y = [f(u)]' = u'f'(u)$ với $u = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$

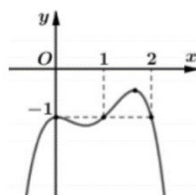
Ta có

$$\begin{aligned} y' &= \left[f(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) \right]' = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \cdot (\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 3) \\ &= \frac{(x+1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(x+1)^2(x^2 + 2x - 7)}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 3)} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 + 2\sqrt{2} \\ x = -1 - 2\sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$-1-2\sqrt{2}$	-1	$-1+2\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực đại.

Câu 104. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x) + x$ đạt cực tiểu tại điểm

*A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. Không có điểm cực tiểu.

D. $x = 0$.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f(x) + x$ có $g'(x) = f'(x) + 1$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$						

Từ đó suy ra hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

----HẾT---

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>