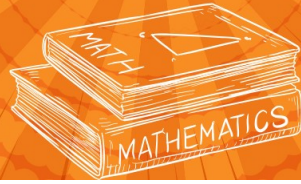
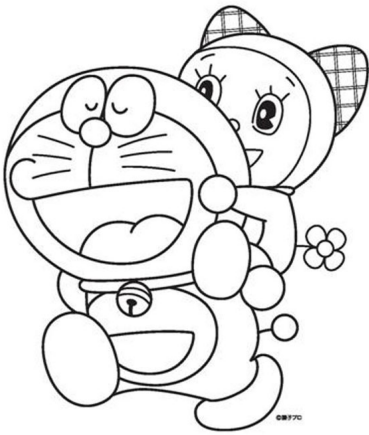


3

GIỚI HẠN LIMITED



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

☒ Kỹ thuật dụ dỗ đối phương rồi tiêu diệt

Câu 1: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+2}.$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 5}{3n^2 + 4}$.

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 (4-n)}{(3n+5)^3}$.

 **Lời giải :** _____

[illegible]

Câu 2: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 3n - 2}}{2n^2 - n + 3}$.

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^2 - n}}{1 - 3n^2}$.

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n^3 + 4n^2 + 6}$.

 Lời giải : _____

Câu 3: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 + 3n - 2}{3n - 2}.$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + n^4 - 3n - 2}{4n^3 + 6n^2 + 9}.$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1 - \sqrt{n^2 + 2n - 4}}{3n + \sqrt{n^2 + 7}}.$

 **Lời giải :**

Câu 4: **[BTNC]** Tìm các giới hạn sau :

$$\lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right).$$

 **Lời giải :**

Câu 5: **[BTNC]** Tìm các giới hạn sau :

$$\lim \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right).$$

 **Lời giải :**

☑ Kỹ thuật rút cơ số bậc cao

Câu 6: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n}{2.3^n + 4^n}$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2.5^n}{7 + 3.5^n}$$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$

d) $\lim \frac{2^{2n} + 5^{n+2}}{3^n + 5 \cdot 4^n}$

 Lời giải :

☑ Kỹ thuật phẫu thuật chỉnh hình

Câu 7: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim(\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

b) $\lim (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n}$

c) $\lim(\sqrt{n^2 + n + 2} - \sqrt{n^2 + 1})$

[illegible]

Câu 8: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim (n - \sqrt{n^2 + 3})$ b) $\lim (1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1})$ c) $\lim (\sqrt[3]{n - n^3} + n)$

c) $\lim \left(\sqrt[3]{n - n^3} + n \right)$

Câu 9: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim(\sqrt[3]{n^3 + 2n^2} - n)$ b) $\lim(\sqrt[3]{n^3 + n^2} - \sqrt[3]{n^3 + 1})$ c)

$\lim(\sqrt[3]{n^3 + n^2} - \sqrt{n^2 + 3n})$

 **Lời giải :**

Câu 10: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}$

b) $\lim \frac{2}{\sqrt{3n+2} - \sqrt{2n+1}}$

c) $\lim \frac{\sqrt{n^2+n+2} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{n^3+n^2} - \sqrt[3]{n^3+1}}$

 **Lời giải :**

Câu 11: **[BTNC]** Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} \end{cases}$$
. Tìm $\lim u_n$.

 **Lời giải :**

☑ Cấp số nhân lùi vô hạn

Câu 12: Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn sau dưới dạng phân số: $0,444\dots$; $0,212121\dots$

✎ Lời giải :

Câu 13: Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn là $\frac{5}{3}$, tổng ba số hạng đầu tiên của nó là $\frac{39}{25}$. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số đó.

✎ Lời giải :

Câu 14: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế, ta được hình vuông A_2, B_2, C_2, D_2 có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục như thế ta được hình vuông lần lượt có diện tích là $S_4, S_5, \dots, S_{100}$. Tính tổng $S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$

 **Lời giải :**

Câu 15: Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 81m. Mỗi lần chạm đất, quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tính tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 16: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$

b) $\lim \frac{2n^2 - 3n - 1}{-n^2 + 2}$

c) $\lim \frac{n+1}{n^2 - 2}$

Câu 17: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{3n - n^3}{2n + 15}$

b) $\lim \frac{\sqrt[3]{n^6 - 7n^3 - 5n + 8}}{n + 12}$

Câu 18: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \sqrt[3]{\frac{8n^2 - 3n}{n^2}}$

b) $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + 2}}{\sqrt{n^2 - 4n + 5}}$

Câu 19: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$

b) $\lim (n - 1 - \sqrt{n^2 + 1})$

Câu 20: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}{n}$

b) $\lim (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 2})$

c) $\lim (\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n)$

Câu 21: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim (n - \sqrt{n^2 + 2n - 3})$;

b) $\lim (\sqrt[3]{8n^3 + 1} - \sqrt{4n^2 - n + 5})$

Câu 22: Tìm các giới hạn sau:

a) $u_n = \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$;

b) $\lim \frac{3^n - 4^n + 5^n}{3^n + 4^n - 5^n}$

c) $\lim \frac{4 + 2^n + 3^{n+2}}{(-2)^{n+1} + 5 \cdot 3^n}$

Câu 23: Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

a) $1,(12) = 1,121212\dots$

b) $3,(102) = 3,102102102\dots$

Câu 24: **[BTNC]** Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2 + 3n}$;

b) $\lim \left[\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} \right]$

Câu 25: **[BTNC]** Cho hình vuông cạnh bằng a . Người ta lấy bốn trung điểm các cạnh của hình vuông trên để được hình vuông nhỏ hơn nằm bên trong hình vuông bên

ngoài. Quy trình làm như vậy diễn ra tới vô hạn. Tính diện tích tất cả hình vuông có trong bài toán.

Câu 26: [BTNC] Từ độ cao 63m của tháp nghiêng Pi-sa ở Italia, người ta thả một quả

bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Tính độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.

Câu 27: [BTNC] Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$
 . Tính giới hạn của dãy (u_n) .



Câu 28: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{2n^3 + 2n - 1}{3n^3 - n + 3}$. b) $u_n = \frac{2n^5 - 7n^2 - 3}{n - 3n^5}$. c) $\lim \frac{2n^3}{n^4 + 3n^2 + 1}$.

Câu 29: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{n^5 + n^4 - n - 2}{4n^3 + 6n^2 + 9}$. b) $\lim (n + \sqrt{n^2 - n + 1})$.

Câu 30: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim \frac{n\sqrt{n} - 1}{n + n\sqrt{n}}$. b) $\lim \frac{\sqrt{n^2 + n} + n}{\sqrt{4n^2 + 1} + n - 1}$.

Câu 31: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim (\sqrt{4n^2 + 5n} - 2n)$. b) $\lim (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n)$.

Câu 32: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim (3n - \sqrt{9n^2 + 1})$. b) $\lim (\sqrt{n^2 + 2n - 1} - n + 1)$. c) $\lim (\sqrt[3]{n^3 - 2n} - n)$.

Câu 33: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim (3n - 5 - \sqrt{9n^2 + 1})$. b) $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 2n} - n + 1}{\sqrt{9n^2 + n} - 2n}$.

Câu 34: Tìm các giới hạn sau:

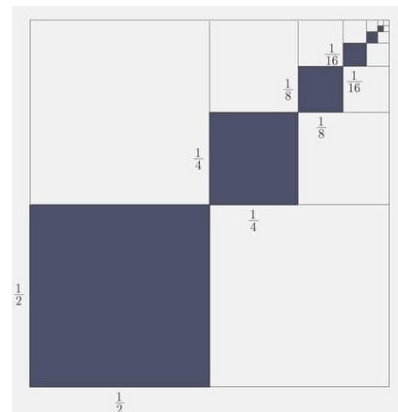
a) $\lim \frac{5 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$; b) $\lim \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$ c) $\lim \frac{4^{n+1} + 6^{n+2}}{5^n + 8^n}$

Câu 35: Tính tổng $S = 2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{49} + \dots + \frac{2}{7^{n-1}} + \dots$

Câu 36: Tìm số hạng đầu và công bội của một cấp số nhân lùi vô hạn, biết rằng tổng của cấp số nhân đó là 12, hiệu của số hạng đầu và số hạng thứ hai là $\frac{3}{4}$ và số hạng đầu là một số dương.

Câu 37: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc $150mg$. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

Câu 38: [BTNC] Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, ..., n, ... trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quy trình tô màu của chuột Mickey có thể tiến ra vô hạn (như hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích mà chuột Mickey phải tô màu.



Câu 43: Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{2n^2 + 3n + 1}$
A. $I = -\infty$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = +\infty$. **D.** $I = 1$.

Câu 44: Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2}{n + 3}$.
A. $I = -\frac{2}{3}$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 3$. **D.** $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 45: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2}{2n^2 + 1}$ bằng
A. 0 . **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 46: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$ bằng
A. $\frac{2}{11}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0 .

Câu 47: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$.
A. $\frac{1}{5}$. **B.** 0 . **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 48: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$ là
A. $+\infty$. **B.** 100 . **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** 0 .

Câu 49: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3.2^{n+1} - 2.3^{n+1}}{4 + 3^n}$.
A. $\frac{3}{2}$. **B.** 0 . **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** -6 .

Câu 50: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2.2^n + 3}$.
A. 2 . **B.** 0 . **C.** 1 . **D.** $\frac{1}{2}$.

☑ Advanced

Câu 51: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2019}$ bằng
A. -2 . **B.** 4 . **C.** $+\infty$. **D.** 0 .

Câu 52: Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$$

Câu 53: Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$.B. $0 < a < \frac{1}{2}$.C. $-1 < a < 0$.D. $1 < a < 3$.

Câu 54: Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$

A. 192

B. 68

C. 32

D. 128

Câu 55: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -12.

B. -2.

C. 0.

D. -6.

Câu 56: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?

A. $\frac{2}{3}$.B. $\frac{1}{6}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 57: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.D. $+\infty$.

Câu 58: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$ Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ bằng:

A. 0^+ .B. $+\infty$.C. $-\infty$.

D. 1

Câu 59: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$.

A. $+\infty$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{n}$.

D. 0.

Câu 60: Tính giới hạn: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right]$.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{4}$.D. $\frac{3}{2}$.

Câu 61: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 62: Tính $\lim(\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$ bằng

A. -3 . B. $+\infty$. C. 0 . D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 63: Giới hạn $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

A. 0 . B. $+\infty$. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 64: Tính giới hạn $\lim(n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .

Câu 65: Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim(\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n) = 0$?

A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 66: Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{4n^2 + n + 1} - 9n)$.

A. $+\infty$. B. -7 . C. $-\infty$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 67: Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n + 25)$.

A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 68: Tính giới hạn $L = \lim \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.

A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 69: Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{2n - n^3} + n - 1)$.

A. $+\infty$. B. -1 . C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 70: Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 + 4} - 2n + 6)$.

A. $+\infty$. B. $\frac{25}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 71: Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2})$.

A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

- Câu 72:** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?
- A. $S = \frac{15\pi}{4}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = \frac{9\pi}{2}$. D. $S = 5\pi$.

- Câu 73:** Từ độ cao $55,8\text{m}$ của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. $(67\text{m}; 69\text{m})$. B. $(60\text{m}; 63\text{m})$. C. $(64\text{m}; 66\text{m})$. D. $(69\text{m}; 72\text{m})$.
- Câu 74:** Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. Chiều cao mô hình không quá $1,5$ mét B. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét
- C. Chiều cao mô hình dưới 2 mét. D. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.
- Câu 75:** Trong một lần Đoàn trường Lê Văn Hưu tổ chức chơi bóng chuyền hơi, bạn Nam thả một quả bóng chuyền hơi từ tầng ba, độ cao 8m so với mặt đất và thấy rằng mỗi lần chạm đất thì quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết quả bóng chuyển động vuông góc với mặt đất. Khi đó tổng quãng đường quả bóng đã bay từ lúc thả bóng đến khi quả bóng không nảy nữa gần bằng số nào dưới đây nhất?
- A. 57m . B. 54m . C. 56m . D. 58m .

Đường chỉ tay không quyết định được số phận của bạn vì đường chỉ tay cũng chỉ nằm trong lòng bàn tay của bạn.
