



CLB Toán học

**NOKIA**  
Connecting People

## Đề số 2

**Bài 1.** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Chứng minh rằng ta có bất đẳng thức

$$\frac{a+b}{a+7b+c} + \frac{b+c}{b+7c+a} + \frac{c+a}{c+7a+b} \geq \frac{2}{3}$$

**Bài 2.** Tìm tất cả các hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thoả mãn các điều kiện

- i) Tập hợp  $\left\{ \frac{f(x)}{x} \mid x \in \mathbb{R}^* \right\}$  là hữu hạn;
- ii) Với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ :  $f(x-1) - f(x) = f(x) - x - 1$ .

**Bài 3.** Cho đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Một cát tuyến  $MN$  không đi qua  $O$  và vuông góc với  $AB$ .  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên  $AN$  và  $Q$  là trung điểm của  $MH$ .  $ON$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $P$ .  $AQ$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $R$ . Chứng minh rằng  $AB, PR$  và tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $M$  đồng quy.

**Bài 4.** Cho  $p$  là số nguyên tố dạng  $4k+3$ . Tính tổng các nghiệm thuộc  $S = \{1, 2, \dots, p-1\}$  của phương trình  $x^4 \equiv 4 \pmod{p}$ .

**Bài 5.** Trong một  $n$ -giác ( $n \geq 4$ ) lồi ta kẻ các đường chéo. Biết rằng không có 3 đường chéo nào đồng quy tại một điểm.

- a) Tính số giao điểm của các đường chéo;
- b) Các đường chéo này chia  $n$ -giác lồi thành bao nhiêu miền?