|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT TÂY NINH****TRƯỜNG THPT CHUYÊN** **HOÀNG LÊ KHA** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI****KHU VỰC DUYÊN HẢI VÀ ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ****LẦN THỨ XIV - NĂM 2023 – THÁI NGUYÊN****MÔN THI: TOÁN KHỐI 10****(Thời gian: 180’ không kể thời gian giao đề)***(Đề gồm 5 câu trong 1 trang)* |

**PHẦN ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Bài  | Nội dung trình bày | Điểm |
| 1 | **Bài 1**: Tìm tất cả các hàm số  sao cho  | **4đ** |
| \* Thay  ta được:  | 0,25 |
| Lần lượt thử các giá trị  ta chỉ thấy có  là thỏa mãn. | 0,25 |
| Từ đó:   | 0,25 |
|  Ta cm  bằng quy nạp.Thật vậy, giả sử đúng với , tức là   | 0,25 |
| Ta cần cm đúng với .Vậy:  (1) | 0,25 |
| \* Bây giờ, thay  ta có: , từ đó  | 0,25 |
| Lần lượt thử các giá trị  ta chỉ thấy có  là thỏa mãn. | 0,25 |
| - Tính thêm  | 0,25 |
| Ta cm  bằng phép quy nạp.Thật vậy, giả sử đúng với , tức là  | 0,25 |
| Ta cần cm đúng với .Vậy:  (2) | 0,25 |
| \* Bây giờ, thay  ta có: , từ đó  | 0,25 |
| Lần lượt thử các giá trị  ta chỉ thấy có  là thỏa mãn. | 0,25 |
| - Tính thêm  | 0,25 |
| Ta cm  bằng phép quy nạp.Thật vậy, giả sử đúng với , tức là Ta cần cm đúng với .Vậy:  (3) | 0,25 |
| Từ (1), (2), (3), ta có   | 0,25 |
| Thử lại ta thấy thỏa mãn.Vậy:  | 0,25 |
| \* Thay  ta được:  | 0,25 |
| Lần lượt thử các giá trị  ta chỉ thấy có  là thỏa mãn. | 0,25 |
| 2 | Cho  là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện: . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: | 4 |
|  | 0,5 |
| Đặt  | 0,5 |
| Khi đó , với  | 0,5 |
| Ta chứng minh Thật vậy, biến đổi bất đẳng thức trên tương đương với bất đẳng thức sau:, đúng với mọi Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hoặc  | 0,50,5 |
| Khi đó, Áp dụng BĐT AM – GM ta có: | 0,50,5 |
| Vậy  khi  | 0,5 |
| 3 | Cho tam giác  nhọn không cân, nội tiếp và có trực tâm . Gọi lần lượt là điểm đối xứng của  qua  Gọi là điểm đối xứng của  qua ,  là điểm đối xứng của  qua  và  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác . Chứng minh rằng  và  cắt nhau trên . | 4 |
|  |  |
| Gọi S là giao điểm của  và Ta cần chứng minh . | **0.5** |
| Xét tam giác  và  có:  chungNên  | **0.5** |
|  | **0.5** |
| Mà (tính chất trực tâm) | **0.5** |
| Nên  | **0.5** |
| Ta có   (đồng vị) | **0.5** |
|  | **0.5** |
| Khi đó,  là hình thang cân nên  Từ (1), (2) suy ra  Vậy, . | **0.5** |
| 4 | Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình (1) | 4 |
| Xét  thì  | 0,5 |
| Xét khi đó, nếu phương trình có nghiệm nguyên dương  thì Suy ra  lẻ.Đặt  | 0,50,5 |
| Nếu lẻ thì Trong khi Suy ra (1) vô nghiệm. | 0,50,5 |
| Nếu  chẵn, đặt Khi đó, (1) trở thành , vô lí vì vế trái luôn lớn hơn 2.Vậy phương trình (1) chỉ có một nghiệm nguyên duy nhất là  | 0,50,50,5 |
| 5 | Cho số nguyên . Hãy tìm số các hoán vị  của  sao cho tồn tại duy nhất một chỉ số  thoả mãn . | 4 |
| Gọi  là số các hoán vị thoả mãn điều kiện bài toán.. số các hoán vị có dạng là  | 0.5 |
| . số các hoán vị có dạng  là   | 0.5 |
| . số các hoán vị thoả mãn là  với . | 0.5 |
| Do vậy ta có:   | 0.5 |
|   | 0.5 |
| Từ đó:  | 0.5 |
|  | 0.5 |
|  (do )  | 0.5 |

**GV làm đề:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Họ và tên** | **Chữ ký** | **Số điện thoại** |
| Huỳnh Quốc Hào (bài 1,5) |  | 0949504379 |
| Trịnh Văn Bé Ba (bài 2,4) |  | 0983617167 |
| Hoàng Anh (bài 3) |  | 0985828047 |