|  |
| --- |
| PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN ỨNG HÒAĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài 150 phút*****Đề số 15** |

1. *( 6 điểm):*

Cho biểu thức : .

1) Rút gọn biểu thức .

2) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

3) Tính giá trị của  khi cho .

1. *( 3 điểm):*

 Chứng minh  chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên .

1. *( 4 điểm):*

1) Giải phương trình : .

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình : .

1. *(6 điểm):*

Cho tam giác  nhọn, các đường cao  cắt nhau tại .

1) Chứng minh .

2) Chứng minh .

3) Giả sử . Chứng minh rằng : .

4) Giả sử  và . Hãy tính .

1. *( 1 điểm):*

Tìm tất cả các số tự nhiên mà khi gạch bỏ một chữ số của nó thì số đó giảm đi  lần.

🙢**HẾT**🙠

|  |
| --- |
| **HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HSG TOÁN 9 HUYỆN ỨNG HÒA****Năm học: 2020-2021** |

1. *( 6 điểm):*

Cho biểu thức : .

1) Rút gọn biểu thức .

2) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

3) Tính giá trị của  khi cho .

**Lời giải**

1) Rút gọn









.

2) 



Theo BĐT Cauchy ta có .

Nên 

Suy ra  dấu "=" xảy ra khi .

3) Từ 

Ta có 



( Do )

Thay  ( Thỏa ĐKXĐ ), ta tính được .

1. *( 3 điểm):*

 Chứng minh  chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên .

**Lời giải**

Do , ,  là 3 số tự nhiên liên tiếp nên tích 

Mà  nên tích .

1. *( 4 điểm):*

1) Giải phương trình : .

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình : .

**Lời giải**

1) Giải phương trình  (đk: )







.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất .

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình









Vì  nên:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |
|  | 1 |  | 1 |  | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 1 |  |
|  | 1 | 1 |  |  | 1 |  | 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Vậy các nghiệm của phương trình là: .

1. *(6 điểm):*

Cho tam giác  nhọn, các đường cao  cắt nhau tại .

1) Chứng minh .

2) Chứng minh .

3) Giả sử . Chứng minh rằng : .

4) Giả sử  và . Hãy tính .

**Lời giải**



1) Xét  vuông tại  và  vuông tại  có :

 chung

Suy ra  đồng dạng với  (g-g)

Từ đó .

2) Áp dụng định lí Pi-ta-go ta có







. ( đpcm )

3) Ta có  ; . 

Mặt khác  nên . Tương tự có .

Suy ra . 

Từ  và  suy ra . 

Vậy .

4) Ta chứng minh được  đồng dạng với  ( theo câu a )

Nên 

Mà  nên  suy ra .

Từ đó .

1. *( 1 điểm):*

Tìm tất cả các số tự nhiên mà khi gạch bỏ một chữ số của nó thì số đó giảm đi  lần.

**Lời giải**

+ Giả sử số gạch đi là chữ số hàng đơn vị, ta có

 (với )



Do   Vô lí.

+ Giả sử số gạch đi là chữ số hàng chục, ta có

 với  

Lập luận tương tự như trên, nếu  ( không thỏa ) suy ra 

Khi đó  nên có các số 31, 62, 93.

+ Giả sử số gạch đi là chữ số hàng trăm, ta có

.

Lập luận tương tự để chỉ ra .

Ta có các số 310 ; 620 ; 930.

+ Tiếp tục quá trình trên ta được các số dạng: .

🙢**HẾT**🙠